مقياس: تقنيات التنبؤ

د. صالح بوعبد الله

السنة 3 إدارة أعمال – قسم علوم التسيير

كلية الاقتصاد – جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

ملخص

المسير الناجح يبني تقديراته لاستشراف المستقبل لا على تكهنات اعتباطية وإنما بناء على بيانات ومعطيات الحاضر والماضي مستخدما أدوات وتقنيات علمية مدروسة ومجربة. يتعلم الطالب في هذا المقياس كيف يستخدم هذه التقنيات من خلال محاضرات مزودة بأمثلة محلولة وأسئلة وتمارين متنوعة، مع تطبيق لبرنامج Excel 2016 لإجراء الحسابات. يتلقى الطالب أيضا مجموعة من المراجع والمصادر من كتب وروابط لمواقع على الشبكة العنكبوتية لتنمية معارفه بنفسه في هذا المجال.

خطة المقياس

تعريف بمقياس تقنيات التنبؤ

مفاتيح الغيب بيد الله تعالى، ولا يعلم الغيب إلا هو؛ أما الانسان، فلا يملك إلا الظن والتقدير والتوقع.

التقدير هو وظيفة أساسية من وظائف المسير ومتخذ القرار، فعليه ينبني التخطيط، سواء التخطيط البعيد (الاستراتيجي) الذي تقوم به الإدارة العليا، أو التخطيط العملياتي قصير المدى، الذي تقوم به المصالح المختلفة كتقدير المبيعات وتقدير التموين، وتقدير الموارد البشرية والمالية وغيره. ويحرص المسير الناجح على ألا يبني قراراته على مجرد الحدس والتخمين وإنما على البيانات والمعطيات، مستخدما الطرق والتقنيات المناسبة. ذلك أن الخطأ في التنبؤ تترتب عنه تكاليف زائدة أو ضياع فرص على المؤسسة، فعدم توفير كفاية المؤسسة من المادة الأولية قد يترتب عنه انقطاع المخزون وبالتالي تعطل العملية الإنتاجية؛ والمبالغة في تقدير الحاجة إلى المواد الأولية ينجم عنه تكاليف تخزين زائدة، والخطأ في تقدير الطلب قد يفوت فرصا للبيع بسبب عدم كفاية الانتاج، ومثل ذلك الخطأ في التنبؤ بحاجة المؤسسة المالية أو الحاجة إلى الموارد البشرية، ...

تقسم طرق التنبؤ إلى طرق كمية وطرق غير كمية. تعتمد الطرق الكمية على البيانات التاريخية للمتغيرة المراد التنبؤ بها، وتستخدم طرقا بعضها حسابية وبعضها رياضية مبنية على نماذج رياضية. بينما تعتمد الطرق غير الكمية على الاستطلاع المباشر للزبائن أو على تقديرات رجال البيع أو إطارات المؤسسة أو الخبراء.

نماذج التنبؤ متعددة، ويمكن تقسيمها أساسا بحسب الطريقة وطبيعة البيانات (خطية أم لا، أحادية المتغيرة أم متعددة، مستقرة أم لا...)، أو بحسب طبيعة المسألة المعالجة (التنبؤ للمدى القصير، المتوسط أم البعيد، ...). نقدم في هذا المقياس مدخلا لهذا الباب المهم من المعارف التي لا يستغني عنها المسير في عملية التخطيط. نعطي في هذا الفصل المفاهيم الأساسية والحسابات لعدد من الطرق الأساسية، مع التطرق إلى استخدام Excel في الحسابات المختلفة.

الكفاءات المستهدفة بالمقياس

الكفاءات التي يستهدف هذا المقياس بناءها أو تعزيزها هي:

- القدرة على تحليل البيانات الزمنية إلى مكوناتها (موسمية وتوجه عام ومتبقي)
- القدرة على التوقع بواسطة الطرق الكمية الأساسية: التنبؤ البسيط، المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة، معادلة الاتجاه العام الخطي وغير الخطي، التمهيد الاسي البسيط والمضاعف والثلاثي.
- التوقع باستخدام الطرق غير الكمية: طريقة دالفي، تقديرات الخبراء ...
- استخدام برنامج إحصائي (Excel) في إنجاز الحسابات.

رزنامة البرنامج

- **فصل 1 – مكونات السلسلة الزمنية** **أسبوع 1–2**

  مكونات السلسلة الزمنية

  تحليل السلسلة الزمنية

- **فصل 2 – المتوسطات المتحركة** **أسبوع 3 –4**

  التنبؤ البسيط والتنبؤ بالمتوسط

  المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة

  مؤشرات التقدير

  خلاصة

- **فصل 3 – تحليل التوجه** **أسبوع 5 – 6**

  المؤشر والتفريق

  معادلة التوجه

  الارتباط الذاتي

  التوجه غير الخطي

- **فصل 4 – تحليل الموسمية** **أسبوع 7 – 8**

  أهمية دراسة الموسمية

  الموسمية في النموذج الجدائي

  الموسمية في النموذج الجمعي

- **فصل 5 – التمهيد الأسي البسيط والمضاعف** **أسبوع 9 – 10**

  التمهيد الأسي البسيط

  التمهيد الأسي المضاعف لبراون

- **فصل 6– تمهيد هولت – وينترز** **أسبوع 11 – 13**

  تمهيد هولت – وينترز للنموذج الجدائي

  تمهيد هولت – وينترز للنموذج الجمعي

  إستخدام Excel للتمهيد والتنبؤ ثلاثي العوامل

- **فصل 7– الطرق غير الكمية للتنبؤ** **أسبوع 14 – 15**

  طريقة دالفي

  طرق أخرى غير كمية

  خلاصة

المكتسبات السابقة

- الإحصاء الوصفي: مؤشرات النزعة المركزية (المتوسط الحسابي والوسيط ...)، مؤشرات التشتت (الانحراف المعياري والتباين ...)، التمثيل البياني، طريقة المربعات الصغرى ...
- أساسيات في برنامج Excel.

مراجعة هذه المكتسبات السابقة مهمة جدا لمتابعة المقايس.

وسائل وبرمجيات مطلوبة

نشجع الطلبة في حصة الأعمال الموجهة على استخدام حاسوب محمول أو لوح (tablette) أو على الأقل هاتف ذكي. الهدف هو تعلم كيفية استخدام برنامج Excel و OfficeSuite للقيام بحسابات التمهيد والتنبؤ والتمثيل البياني. يستحسن أن تكون النسخة هي Excel 2016 وأن يقوم الطالب بتحميل الإضافة (Add-in) الخاصة بتحليل البيانات (Data Analysis).

بالنسبة للطلبة الذين يستخدمون الهواتف الذكية نشجعهم على تحميل تطبيق **OfficeSuite** و **Excel**.

يتم استخدام الصبورة وجهاز العرض في كل من المحاضرة وحصة الأعمال الموجهة.

تنظيم المادة

تقدم المادة في حصتين أسبوعيا: محاضرة + أعمال موجهة.

طريقة التقييم

يتم التقييم عن طريق الامتحان (الثلثين) والمراقبة المستمرة (الثلث).

تتثمل المراقبة المستمرة في: **الحضور، والمشاركة، ومجموعة من الامتحانات القصيرة (4 أو 5 امتحانات)، بالإضافة إلى واجب منزلي فردي.** تتم الامتحانات القصيرة خلال حصة الأعمال الموجهة، غالبا في بداية الحصة، ويتم تصحيحها خلال الحصة نفسها ويكشف عن العلامات في الحصة الموالية. يسمح باستخدام المحاضرة والحاسوب والتطبيقات الإحصائية على الهاتف خلال الأعمال الموجهة. الواجب المنزلي هو **عمل فردي** يعد ويرسل إلى الأستاذ، ويتضمن تمارين تحل باستخدام برنامج Excel، ويأتي شاملا لمحتويات المقياس.

مراجع ومصادر

- ريجي بوربوني وجون كلود إيزينيه، التنبؤ بالمبيعات بين النظرية والتطبيق، 2008، مركز البحوث، السعودية.
- Mélard G. (2008), Méthodes de prévision à court terme. 2ème Edition. Editions de l'Université de Bruxelles, Collection SMA,
- Grais Bernard, Méthodes statistiques, 3me éd. Dunod.
- Dehon Catherine, Jean-Jacques Droesbeck, Catherine Vermandel, (2008) : Éléments de statistique, SMA.
- Bourbonnais Régis, Terraza Michel (1998) : Analyse des séries temporelles en économie, PUF .

- Bourbonnais Régis, Terraza Michel (2004): Analyse des séries temporelles : applications à l'économie et à la gestion, Dunod.

دروس موضوعة على مواقع جامعية:

- Verdel Thierry (2007), Décision et Prévision Statistiques. Support de cours et TP. Ecole des Mines de Nancy, France.
- Torres O., (2011): Introduction à l'économétrie, la régression linéaire, Support de cours, Université Charles De Gaul, Lille, France.
- Université de Montpelier, Cours de statistique interactive, Site de l'université : http://www.agro-montpellier.fr/cnam-lr/statnet/mod6/Lec2/M6L2_INT.htm

مواقع للحصول على بيانات إحصائية على الشبكة:

- Office National des Statistique Algérien : http://www.ons.dz/
- OCDE : http://www.oecd.org/
- Division Statistique de l'ONU : http://www.un.org/Depts/unsd/
- Institut International de Statistique : http://www.cbs.nl/isi/
- Eurostat, l'Office Statistique des Communautés Européennes :
- http://europa.eu.int/en/comm/eurostat/servfr/home.htm
- INSEE (Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques) de France : http://www.insee.fr/
- Statistique Canada : http://www.statcan.ca/
- American Statistical Association: http://www.amstat.org/
- International Association for Statistical Computing: http://www.iasc-isi.org/
- Bases de données :

  DASL : http://lib.stat.cmu.edu/DASL

  CHANCE : http://www.dartmouth.edu/~chance/

- Université de Sherbrooke, Statistiques des grandes tendances mondiales depuis 1945, Perspective Monde : http://perspective.usherbrooke.ca/bilan/BMEncyclopedie/BMEphemeride.jsp

للاتصال بالأستاذ: Salah.bouabdallah@univ-msila.dz

استراحة

قال محمد بن إدريس الشافعي:

المرء يعرف في الأنام بفعله وخصائل المرء الكريم كأصله

إصبر على حلو الزمان ومره واعلم بأن الله بالغ أمره

لا تستغب فتستغاب وربما من قال شيئا قيل فيه بمثله

وتجنب الفحشاء لا تنطق بها ما دمت في جد الكلام وهزله

وإذا الصديق أساء إليك بجهله فاصفح لأجل الود ليس لأجله

كم عالم متفضل قد سبه من لا يساوي غرزة في نعله

البحر تعلو فوقه جيف الفلا والدر مطمور بأسفل رمله

واعجب لعصفور يزاحم باشقا إلا لطيشته وخفة عقله

إياك تجني سكرا من حنظل فالشيء يرجع بالمذاق لأصله

في الجو مكتوب على صحف الهوا من يعمل المعروف يجزى بمثله

طريقة المتوسطات المتحركة

فصل 2. طريقة المتوسطات المتحركة..... 32

1. **التنبؤ البسيط والتنبؤ باستخدام المتوسطات..... 32**
1-1. التنبؤ البسيط 32
1-2. التنبؤ باستخدام متوسط آخر k قيمة 34
2. **المتوسطات المتحركة..... 34**
2-1 استخدام المتوسطات المتحركة للتنبؤ 35
2-2. المتوسطات المتحركة البسيطة..... 36
2-2. المتوسطات المتحركة المرجحة 38
2-4. المتوسطات المتحركة التراكمية 40
2-5. تموضع السلسلة المحولة..... 41
2-6. حساب المتوسطات المتحركة في Excel 43
2-7. في XLSTAT..... 47
2-7 في R 48
3. **مؤشرات التقدير 49**
3-1. مؤشرات الفروق: MAE، MSE وMAPE 49
3-2. في EXCEL..... 52
3-3. مؤشرات التشتت..... 53
4. خلاصة..... 54
5. سلسلة تمارين: المتوسطات المتحركة 55
5-1. التمارين..... 55
5-2. الحلول..... 60

فصل 2. طريقة المتوسطات المتحركة

التنبؤ البسيط والتنبؤ بالمتوسط – المتوسطات المتحركة – مؤشرات التقدير – خلاصة – تمارين

توطئة. المتوسطات المتحركة هي أداة بسيطة ولكنها شائعة الاستخدام، مثلا من قبل المحللين في البورصة، تفيد في تمهيد تعرجات المدى القصير لإبراز توجه المتغيرة. التوجه العام المحصل عليه يمكن بعد ذلك تمثيله بيانيا أو العمل عليه لاستخراج معادلة التوجه العام.

نتعرف في هذا الفصل على كيفية استخدام هذه الطريقة وأنواعها، وكيفية الاستفادة منها لاتخاذ القرار الاستثماري، ونتطرق لاستخدام Excel لإجراء الحسابات وللتمثيل البياني. في الأخير نتطرق أيضا لعدد من المؤشرات المستخدمة في تقييم دقة التقدير وتقييم شدة التمهيد.

الغرض هو أن يصبح الطالب قادرا على حساب المتوسطات المتحركة للتحليل وللتنبؤ يدويا وباستخدام برنامج Excel والاستفادة منها في اتخاذ القرار، مع تقييم دقة التقدير وشدة التمهيد المحصل عليهما.

1. التنبؤ البسيط والتنبؤ باستخدام المتوسطات

التنبؤ البسيط

التنبؤ باستخدام المتوسطات

1-1. التنبؤ البسيط

ليكن T أصل التنبؤ، أي اللحظة التي نريد فيها التنبؤ. يمكن أن يكون T مساويا ل n في السلسلة $\{y_1, y_2, ..., y_n\}$، أو سابقا لها. وليكن h أفق التنبؤ والحظة النهائية المستهدفة هي (T + h)، ولنرمز للقيمة المتوقعة ب $\hat{y}_T(h)$.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 **T** 14 15 16 ..... **T+h**

h

الطريقة البسيطة (simple) وربما الساذجة (naïve) للتنبؤ هي اعتماد آخر قيمة مشاهدة كتوقع للقيمة المقبلة:

$$\widehat{y}_T(1) = y_T$$

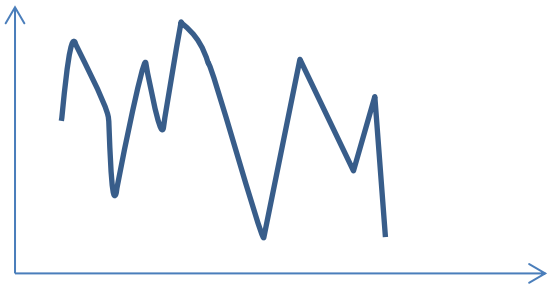
مثال. مبيعات الأحد 120 وحدة، إذن نتوقع أن تكون مبيعات الاثنين 120 أيضا؛ ثم إذا جاءت مبيعات الاثنين 130، نتوقع أن تكون مبيعات الثلاثاء 130؛ وهكذا.

التنبؤ البسيط والموسمية: يمكن بتعديل بسيط أخذ الموسمية في الحسبان في التنبؤ البسيط، وذلك بأخذ قيمة المتغيرة في الموسم نفسه من الفترة الماضية. مثلا، للتنبؤ بمبيعات شهر فيفري المقبل نأخذ مبيعات شهر فيفري الماضي، وللتنبؤ بمبيعات شهر مارس المقبل نأخذ مبيعات شهر مارس الماضي وهكذا...

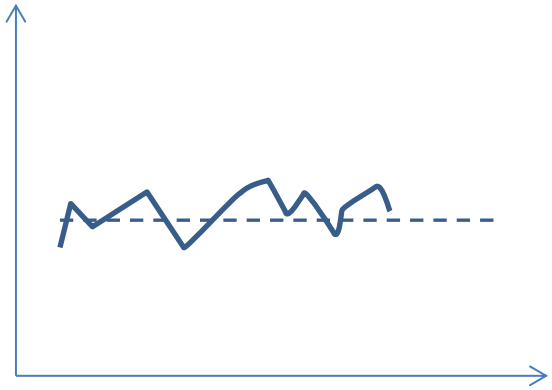
التنبؤ البسيط والزيادة النسبية: يمكن أيضا للطريقة البسيطة استيعاب الزيادة أو الانخفاض الحاصل بين فترتين متتاليتين (Ritzman Larry et al., 2004) .

مثال: إذا جاءت مبيعات شهر جانفي 100 ومبيعات فيفري 110، يمكن أن ندخل هذه الزيادة في توقع مبيعات مارس، فنتوقع مبيعات قدرها 120 وإذا جاءت مبيعات مارس 125، أي بزيادة قدرها 15 عن فيفري بدلا من 10، نتوقع أن تكون مبيعات أفريل بنفس الزيادة، فنتوقع 140.

التنبؤ البسيط يستخدم كثيرا لسهولته، ولكنه يصلح للتنبؤ القريب، غالبا للفترة الموالية مباشرة، ويصلح للسلاسل المستقرة التي لا تعرف تغيرات كبيرة ومفاجئة، ولا تكون شديدة التباين، بحيث أن مشاهدة الغد لا تختلف كثيرا عن مشاهدة اليوم، أو في حالة الموسمية، مشاهدة الموسم المقبل لا تختلف كثيرا عن الموسم المناظر له في السنة السابقة، وفي حالة وجود توجه، يكون مستقرا، لا يغير اتجاهه أو شدته.



رسم توضيحي 1. سلسلة شديدة التباين، حالة لا يصلح لها التنبؤ البسيط.



رسم توضيحي2 سلسلة بتباين ضئيل وبدون توجه أو موسمية

2-1. التنبؤ باستخدام متوسط آخر k قيمة

من طرق التنبؤ استخدام متوسط القيم الماضية للتنبؤ بالقيمة المستقبلية المباشرة (فترة واحدة):

$$\hat{y}_T(1) = \frac{1}{k}(y_{T-k+1} + \cdots + y_{T-1} + y_T)$$

تستهدف هذه الطريقة احتساب عدة مشاهدات ماضية في التنبؤ وليس مشاهدة واحدة كما في التنبؤ البسيط. استخدام المتوسط يسمح بالتنبؤ لأفق أكبر من وحدة زمن واحدة. نستخدم درجة k صغير إذا أردنا أن نعطي أهمية للقيم الحديثة، ونأخذ k كبيرا إذا اعتبرنا أن التغيرات الآنية لا يجب أن تأثر كثيرا على توقعاتنا فنعطي الأهمية لمجمل بيانات السلسلة.

تكون طريقة التنبؤ البسيط معقولة عندما يكون الأفق قريبا، وتعطي توقعات مقبولة عندما تكون المتغيرة تتباين أفقيا، أي بدون توجه، أو يكون لها توجه خطي، وتكون بدون موسمية أو بموسمية مستقرة، وبتغيرات عشوائية ضئيلة، وبدون انتقالات مفاجئة، وإلا فإن خطأ التقدير يكون كبيرا (Ritzman Larry et al., 2004).

في الواقع، قل ما تخلو سلسلة من توجه، أو موسمية أو انتقالات دائمة للأعلى أو الأسفل (أنظر مثال سلسلة سعر البترول)، وفي هذه الحالة يكون التنبؤ البسيط أدق لأنه يأخذ آخر مشاهدة، فهو أسرع في تتبع تغيرات السلسلة.

2. المتوسطات المتحركة

استخدام المتوسطات المتحركة للتنبؤ

المتوسطات المتحركة البسيطة

المتوسطات المتحركة المرجحة

المتوسطات المتحركة التراكمية

طرق التموضع

إستخدام Excel

2-1 استخدام المتوسطات المتحركة للتنبؤ

طريقة المتوسطات المتحركة [1]هي طريقة بسيطة وشائعة ومرنة يستخدمها المحللون للتتبع توجه متغيرة. تسمح الطريقة بإظهار التوجه عن طريق طمس التذبذبات (fluctuation or volatility) الناجمة عن مكونات المدى القصير (الموسمية والمتبقي). تتمثل الطريقة في تحويل السلسلة الأصلية إلى متوسطات لمجموعات جزئية (subsets) متساوية الحجم محدثة باستمرار عن طريق انتقالات بدرجة واحدة في الزمن.

كلما زادت درجة المتوسطات المتحركة k كلما زاد تمهيدها للسلسلة وكانت أصلح لإظهار التوجه العام، وكلما كانت k صغيرة قل التمهيد لكن زادت القدرة على تتبع حركة السلسلة. بهذا يمكن أن تستخدم MM من قبل مستثمر للمدى البعيد، كما يمكن أن تستخدم من قبل وسيط البورصة (trader) في عملياته اليومية. يستخدم وسيط البورصة المتوسطات المتحركة لاستخراج توجه السعر من خلال المقارنة بين السعر وخط MM أو أيضا بالمقرنة بين خطين أو أكثر للمتوسطات المتحركة (أنظر الرسم).

رسم توضيحي 3. مثال على خط المتوسطات المتحركة لمؤشر البورصة داو جونز. في الأعلى نقارن بين الخط التوجه والسلسلة، في الأسفل نقارن بين خطين للمتوسطات المتحركة، واحد للمدة البعيد والآخر للمدى القصير.

المصدر : https://en.wikipedia.org/wiki/Moving_average#/media/File:MovingAverage.GIF

[1] Moyenne Mobile/Moving Average or Rolling Average, or also Moving Mean.

كقاعدة عامة، يعتبر أن السعر يتوجه للارتفاع إذا كان أعلى من خط المتوسطات المحركة، ويعتبر أنه يتجه للانخفاض إذا كان أدنى من خط المتوسطات المتحركة.

الدعم والمقاومة: من استراتيجيات التحليل والتنبؤ ما يسمى في المالية "**الدعم**" (support) و"**المقاومة**" (resistance): يقصد بالدعم الحالة التي يكون فيها خط MM أدنى من Y، حيث يعتبر السوق صاعدا، ويتغير السعر اعلى من خط المتوسطات لأن هذا الأخير يعكس المستويات السابقة، وينزل السعر من حين لآخر ليلامس خط المتوسطات المتحركة قبل أن يعود للارتفاع من جديد. في المقابل يقال عن خط المتوسطات المتحركة أنه يمثل "مقاومة" عندما يكون خط المتوسطات المتحركة أعلى من السلسلة الاصلية، وذلك عندما يكون السوق نازلا، حيث يصعد السعر من حين لآخر ليقترب أو يلامس أو يقطع خط المتوسطات المتحركة قبل أن يعود للانخفاض. طبعا يحصل أن تنقض السلسلة هذه القاعدة فتقطع خط المتوسطات المتحركة وتستمر في مسارها ذلك دون رجوع.

الاختراق الذهبي والاختراق المميت: استراتيجية أخرى في التحليل والتنبؤ هي استراتيجية تقاطع خطين لسلسلتين للمتوسطات المتحركة بقيمتين مختلفتين ل k، واحدة تعبر عن المدى القصير (مثلا k=50)، والثانية بقيمة كبيرة ل k تعبر عن المدى البعيد (مثلا 200). عندما يقطع خط المدى القريب خط المدى البعيد متجها للأعلى نعتبر ان السعر متجه للأعلى، وتسمى هذه الحالة **الاختراق الذهبي** (golden cross)، خاصة عندما تترافق مع كثافة في التعاملات. والعكس عندما يخترق خط المدى القريب خط المدى البعيد متجها إلى الأسفل يعتبر التوجه نازلا، ويطلق عليه **الاختراق المميت** (deth cross).

2-2. المتوسطات المتحركة البسيطة

تقوم طريقة المتوسطات المتحركة على **تحويل السلسلة** الأصلية Y إلى سلسلة جديدة (محولة) متكونة من متوسطات، ويرمز لها ب MM(k). أولا نحدد k، درجة المتوسطات المتحركة، ثانيا: نحسب متوسط القيم من القيمة الأولى إلى القيمة ذات الترتيب k، ثم متوسط القيم ذات الترتيب من 2 إلى (k+1)، وهكذا إلى آخر السلسلة. "الانتقال" أو "التحرك" يكون دائما بمفردة واحدة.

جدول1 . المتوسطات المتحرجة البسيطة MM(k)

T	y_t	$\hat{y}_t = MM(k)$
1	y_1	-
2	y_2	-
...	...	-
K	y_k	$(y_1 + y_2 + ... + y_k)/k$
k+1	y_{k+1}	$(y_2 + y_3 + ... + y_{k+1})/k$
k+2	y_{k+2}	$(y_3 + y_4 + ... + y_{k+2})/k$
...	...	...
N	y_n	$(y_{n-k+1} + y_{n-k+2} ... + y_n)/k$

يسمى k **درجة المتوسطات المتحركة، ويختاره المحلل حسب درجة التمهيد** التي يريدها، ويجعل عادة معادلا لمدى الموسمية إن وجدت، أي (k = J). **كلما كان** k **كبيرا كان التمهيد الناتج أشد**؛ أي أن المضلع الناتج يكون أقرب إلى الخط المستقيم، مما يعطي توضيحا أكبر للتوجه العام وطمسا للتقلبات في السلسلة الأصلية والقيم المتطرفة؛ والعكس كلما كان k صغيرا، جاء المضلع الذي يمثل المتوسطات المتحركة أقرب إلى مضلع السلسلة الأصلية، وبالتالي أقل إظهارا للتوجه. كثيرا ما يجرب المحلل عدة قيم ل k.

يعتمد التنبؤ بالمتوسطات المتحركة على افتراض استقرار السلسلة، وهذا يعني التوقع الرياضي لقيم السلسلة هو نفسه لأي فترة. لذلك يعتمد التنبؤ في حالة المتوسطات المتحركة على القيم السابقة للحظة التنبؤ ولا يتغير مهما كان الأفق h، لذلك فهو **لا يحتسب التوجه إن وجد ولا الموسمية**. ونكتب:

$$\hat{y}_T(h) = \frac{1}{k}\left(y_{T-(k-1)} + \cdots + y_{T-1} + y_T\right) = \frac{1}{k}\sum_{i=0}^{k-1} y_{T-i}$$

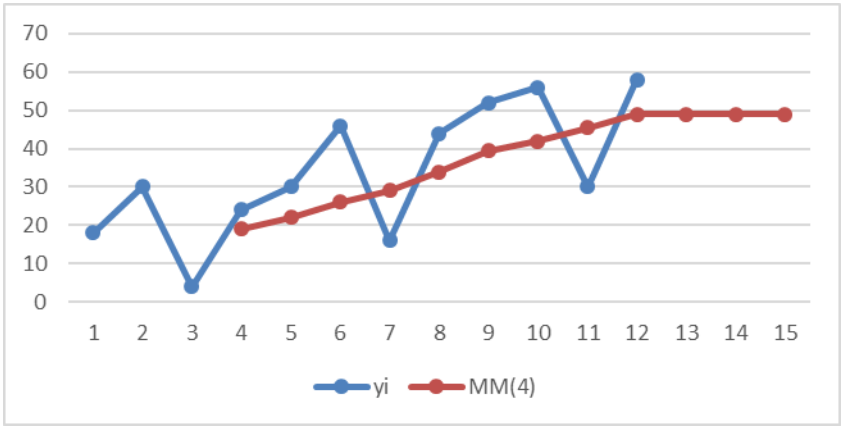
مثال: لديك رقم الأعمال الفصلي لمؤسسة سياحية خلال فترة ثلاث سنوات.

Date	T1-2000	T2-2000	T3-2000	T4-2000	T1-2001	T2-2001	T3-2001	T4-2001	T1-2002	T2-2002	T3-2002	T4-2002
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y_t	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58

- حدد نافذة الموسمية واستخدمها لحساب المتوسطات المتحركة.
- مثل بيانيا السلسلتين الأصلية والمحولة بما فيها التوقعات للسنوات الثلاث المقبلة. علق.

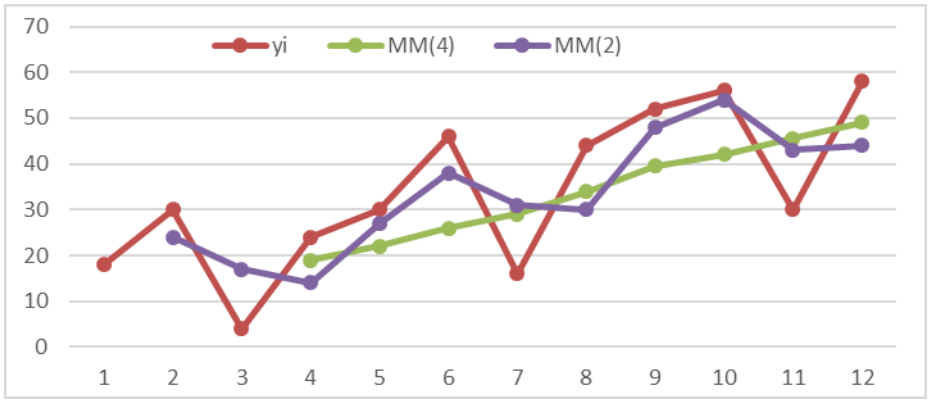
الحل: التمثيل البياني للسلسلة (أنظر الرسم أدناه) يبين وجود موسمية درجتها 4.

t	Y_t	MM(4)
1	18	/
2	30	/
3	4	/
4	24	(18+30+4+24)/4=19
5	30	(30+4+24+30)/4=22
6	46	(4+24+30+46)/4=26
7	16	29
8	44	34
9	52	39,5
10	56	42
11	30	45,5
12	58	(52+56+30+58)/4=49
13	/	49
14	/	49
15	/	49



رسم توضيحي 4. المتوسطات المتحركة والتنبؤ

مثال2. استخرج في مثال الوكالة السياحية MM(2) ثم MM(4) ثم مثلهما بيانيا مع السلسلة الاصلية وقارن بينهما.



رسم توضيحي 5 السلسة الأصلية والمتوسطات المتحركة من الدرجات: 2 و 4. لاحظ أن MM(4) هو الأكثر تمهيدا، و MM(2) هو الأقرب للسلسة الأصلية.

لاحظ. يمكن أن تكون هذه الطريقة في حساب المتوسطات طويلة خاصة إذا كان k كبيرا. يمكن اختصار الحسابات باستخدام المتوسط السابق مع تحديثه من خلال إعادة استخراج البسط بالضرب في k ثم إضافة القيمة الجديدة وطرح القيمة الأولى في المجموعة السابقة ثم القسمة من جديد على k. رياضيا نكتب:

$$\hat{y}_{T+1} = \frac{1}{k}\left(k \times \hat{y}_T - y_{T-(k-1)} + y_{T+1}\right)$$

2-2. المتوسطات المتحركة المرجحة

في طريقة المتوسطات المتحركة المرجحة (Weighted Moving Average) نعطي لقيم Y في المجموعة الواحدة أوزانا مختلفة حسب حداثتها، حيث نعطي للقيم الحديثة أوزانا أكبر. يمكن أن تكون الأوزان أعدادا

طبيعية أو لا، مثلا: 7، 3، 1، أو 0.6، 0.3، 0.1. هذه الأوزان تضرب في القيم المقابلة لها ل y، ومن ثم نقسم على مجموع الأوزان عند حساب المتوسطات المتحركة.

مثال: لديك البيانات التالية اليومية لعدد زبائن مطعم ما.

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	29	27	20	14	10	30	32	20	14	10	32	32

- استخرج المتوسطات المتحركة المرجحة من الدرجة 3، بالأوزان 5، 3، 2.
- أحسب القيم المتوقعة لعدد الزبائن في الأيام 13، 14 و 15 و 16.

الحل.

Day	Y	MMP(3)
1	29	/
2	27	/
3	20	[29(2) + 27(3) + 20(5)]/10 = 23.9
4	14	[27(2) + 20(3) + 14(5)]/10 = 18.4
5	10	[20(2) + 14(3) + 10(5)]/10 =13.2
6	30	... 20,8
7	32	... 27
8	20	... 25,6
9	14	... 19,4
10	10	... 13,2
11	32	... 21,8
12	32	[10(2) + 32(3) + 32(5)]/10 27,6
13	/	27,6
14	/	27,6
15	/	27,6
16	/	27,6

لاحظ. من الشائع في السلاسل الطويلة عندما يكون k كبيرا استخدام أوزان متناقصة خطيا، بحيث يكون للقيمة الأحدث وزن k وللقيمة الأقدم وزن يساوي 1. في هذه الحالة مجموع الأوزان هو رقم ثلاثي يساوي:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k = k(k+1)/2$$

الصيغة الرياضية للمتوسطات تكتب كما يلي:

$$\hat{y}_T = \frac{2}{k(k+1)}\left(1y_{T-(k-1)} + 2y_{T-(k-2)} + \cdots + (k-1)y_{T-1} + ky_T\right)$$

الجدول التالي يبين كيفية حساب المتوسطات المتحركة في هذه الحالة.

جدول2 . الموسطات المتحركة المرجحة MMP(k)

t	y	^y = MMP(k)
1	y_1	-
2	y_2	-
…	…	-
k	y_k	$(1y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \dots + ky_k)/(k(k+1)/2)$
k+1	y_{k+1}	$(1y_2 + 2y_3 + 3y_4 + \dots + ky_{k+1})/ (k(k+1)/2)$
…	…	…
n	y_n	$(1y_{n-k+1} + 2y_{n-k+2} + \dots + ky_n)/ (k(k+1)/2)$

2-4. المتوسطات المتحركة التراكمية

قد يرغب المحلل في احتساب كل قيم السلسلة عند كل تاريخ وليس فقط قيم مجموعة محددة حجمها k من التواريخ. في هذه الحالة يستخدم طريقة المتوسطات المتحركة التراكمية (Moyenne mobile Cumulée/Cumulative Moving Average)، وهي طريقة في حساب المتوسطات المتحركة تقوم على احتساب في كل مرة كل تاريخ السلسلة إلى غاية التاريخ الحالي. في هذه الحالة ليس هناك درجة ثابتة k للسلسلة نقسم عليها في كل مرة، فعدد المفردات التي تدخل في حساب المتوسطات تختلف في كل مرة، وهي عدد المشاهدات المسجلة إلى غاية اللحظة T.

$$\hat{y}_T = \frac{1}{T}(y_1 + \cdots + y_{T-1} + y_T) = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} y_i$$

عند الوصول إلى نهاية السلسلة يكون المتوسط الجديد هو المتوسط العام للسلسلة.

الجدول التالي يبين كيفية حساب المتوسطات المتحركة في هذه الحالة.

جدول3 . الموسطات المتحركة التراكمية MMC

t	y_t	$\hat{y}_t$ = MMC
1	y_1	-
2	y_2	$(y_1 + y_2)/2$
3	y_3	$(y_1 + y_2 + y_3)/3$
…	…	…
T	y_T	$(y_1 + y_2 + \dots + y_T)/T$
…	…	…
n	y_n	$(y_1 + y_2 \dots + y_n)/n$

لاحظ. طريقة الحساب هذه سهلة الفهم لكنها طويلة لأنها تقتضي إعادة جمع كل مفردات السلسلة المتوفرة إلى غاية اللحظة T. لتسهيل الحساب يمكن استخدام في كل مرة المتوسط السابق وتحديثه بالشكل التالي:

$$\hat{y}_{T+1} = (T \times \hat{y}_T + y_{T+1})/(T+1)$$

ميزة هذه الطريقة في المتوسطات المتحركة هي انها تأخذ كل تاريخ السلسلة في كل مرة، فهي تلائم عندما يكون الماضي القريب غير كاف في تقدير المستقبل، وهي تتميز بتمهيد أكبر للسلسلة لكونها تأخذ عدد كبير من القيم في حساب المتوسطات، لذلك فهي أبطأ في تتبع السلسلة الاصلية وأكثر ملائمة لإظهار التوجه العام على المدى البعيد للسلسلة.

2-5. تموضع السلسلة المحولة

أيا كان نوع المتوسطات المتحركة (بسيطة، مرجحة أم تراكمية) هناك ثلاث طرق لتموضع السلسلة المحولة:

الطريقة الأولى: مقابل نهاية المجموعة (trailing MA): كما عملنا للتو مع مثال المطعم، ومن قبل مع مثال المؤسسة السياحية، توضع السلسلة المحولة في الغالب مقابل آخر تواريخ السلسلة الأصلية، فيوضع المتوسط الأول مقابل التاريخ k، والمتوسط الثاني مقابل التاريخ (k+1)، والمتوسط الأخير مقابل التاريخ n (أنظر الجدول 1 أو الجدول 2).

الطريقة الثانية: مقابل التاريخ المتنبأ له. من الشائع أيضا وضع المتوسط المتحرك مقابل التاريخ المراد تقدير مبيعاته، وهذا يعني أن أول متوسط يوضع مقابل أول قيمة من المجموعة الثانية وهكذا. وذلك لأن متوسط مجموعة هو توقع للقيمة الموالية. تلائم هذه الطريقة غرض التنبؤ للمتوسطات المتحركة.

الطريقة الثالثة: مقابل وسيط المجموعة (centred MA) هي بوضع متوسط المجموعة الأولى مقابل وسيط المجموعة الأولى، أي التاريخ (k+1)/2، ومتوسط المجموعة الثانية في التاريخ الموالي، وهكذا. تستخدم هذه الطريقة للتحليل، أي للنظر إلى تمهيد السلسلة.

مثال. أعد كتابة MM(4) في مثال الشركة السياحية مع استخدام الطريقة الثانية والثالثة في التموضع.

Day	Y	ط 1 في التموضع	ط 2	ط3
		MMP (3)	MMP (3)	MMP (3)
1	29	/	/	/

2	27	/	/	23.9
3	20	[29(2) + 27(3) + 20(5)] /10 = 23.9	/	18.4
4	14	[27(2) + 20(3) + 14(5)] /10 = 18.4	23.9	13.2
5	10	[20(2) + 14(3) + 10(5)] /10 = 13.2	18.4	20.8
6	30	... 20,8	13.2	27
7	32	... 27	20.8	25.6
8	20	... 25,6	27	19.4
9	14	... 19,4	25.6	13.2
10	10	... 13,2	19.4	21.8
11	32	... 21,8	13.2	27.6
12	32	[10(2) + 32(3) + 32(5)] /10 = 27,6	21.8	/
			27.6	

لاحظ. في هذه الطريقة وفي حالة k فردي لا مشكلة لأن الوسيط موجود في السلسلة، مثلا في المثال أعلاه (k = 3) لذلك تبدأ السلسلة المحولة من الرتبة 2. لكن في حالة كون الدرجة زوجية، أي (k = 2p)، لا تتطابق القيم المحولة مع ذات التواريخ في السلسلة الأصلية (بداية أو نهاية الشهر، بداية أو نهاية الأسبوع، ...)، وإنما تكون في وسط الفترة (وسط الشهر، وسط الأسبوع ...). في هذه الحالة، لإعادة مطابقة تواريخ السلسلة الجديدة مع التواريخ الأصلية نقوم بالمركزة، وهي استخراج متوسطات متحركة من الرتبة 2 للمتوسطات المتحركة ذات الرتبة الزوجية.

مثلا لمركزة MM(2p) نستخرج لها متوسطات متحركة جديدة من الدرجة 2 وتسمى السلسلة الجديدة MMC(2p) ونكتب (Droesbeck, 1997):

MMC(2p) = MM(2) de MM(2p)

يمكن اختصار الحسابات عن طريق قسمة القيمة الأولى والأخيرة في المجموعة على 2 عند حساب المتوسط. مثلا في حالة (k = 4) فإن أول متوسطين يحسبان كما يلي:

$$my_3(4) = (1/2)\,[(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)/4 + (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)/4]$$
$$= (1/8)\,[(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) + (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)]$$
$$= (1/8)\,[(y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 2y_4 + y_5)]$$
$$= (1/4)\,(y_1/2 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5/2)\ ;$$
$$my_4(4) = (1/4)\,(y_2/2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6/2)\ ;\ldots$$

بتنا نجمع (k+1) **حد، ونقسم على** k.

مثال: لديك رقم الأعمال الثلاثي لمؤسسة سياحية خلال فترة ثلاث سنوات.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_i	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58

استخرج في المثال السابق المتوسطات المتحركة مع مطابقة التواريخ ((MMC(4)).

الحل: الفترة هي 4، عدد زوجي، نحتاج إذن إلى المركزة لمطابقة قيم السلسلة مع التواريخ.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_i	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58
MMC(4)			20.5	24	27.5	31.5	36.75	40.75	43.75	47.25	51	55

(1/5)(18/2 + 30 + 4 + 24 + 30/2) = 20.5
(1/5)(30/2 + 4 + 24 + 30 + 46/2) = 24

2-6. حساب المتوسطات المتحركة في Excel

يمكن استخراج المتوسطات المتحركة بطرق متعددة.

- **ط 1.** يمكن حساب المتوسطات المتحركة عن طريق الدالة moyenne أو average، ونتبع الخطوات التالية:

1. نضع قيم السلسلة والتواريخ في عمودين A و B مثلا،
2. في العمود المجاور، C، في الخلية التي تقابل (t = k) (نفترض أن k=4) نكتب الدالة =average(B2:B5)
3. بعد ذلك ننسخ الدالة إلى الأسفل إلى غاية آخر خلية.

	A	B	C
1	**t**	**yt**	**MM(4)**
2	1	18	
3	2	30	
4	3	4	
5	4	24	=AVERAGE(B2:B5)
6	5	30	=AVERAGE(B3:B6)
7	6	46	=AVERAGE(B4:B7)
8	7	16	=AVERAGE(B5:B8)
9	8	44	=AVERAGE(B6:B9)
10	9	52	=AVERAGE(B7:B10)
11	10	56	=AVERAGE(B8:B11)
12	11	30	=AVERAGE(B9:B12)
13	12	58	=AVERAGE(B10:B13)
14			

صورة 1. إستخدام الدالة average أو moyenne لحساب المتوسطات.

النتائج تأتي كما يلي:

t	y_t	MM(4)
1	18	
2	30	
3	4	
4	24	19
5	30	22

6	46	26
7	16	29
8	44	34
9	52	39,5
10	56	42
11	30	45,5
12	58	49

في حالة المركزة، نستخدم الطريقة التالية: إذا كانت k = 4 نذهب إلى الخلية الثالثة في المجموعة ونستخدم الدالة:

= (A2/2 + A3 + A4 + A5 + A6/2)/5

ثم في الخلية الموالية نكتب:

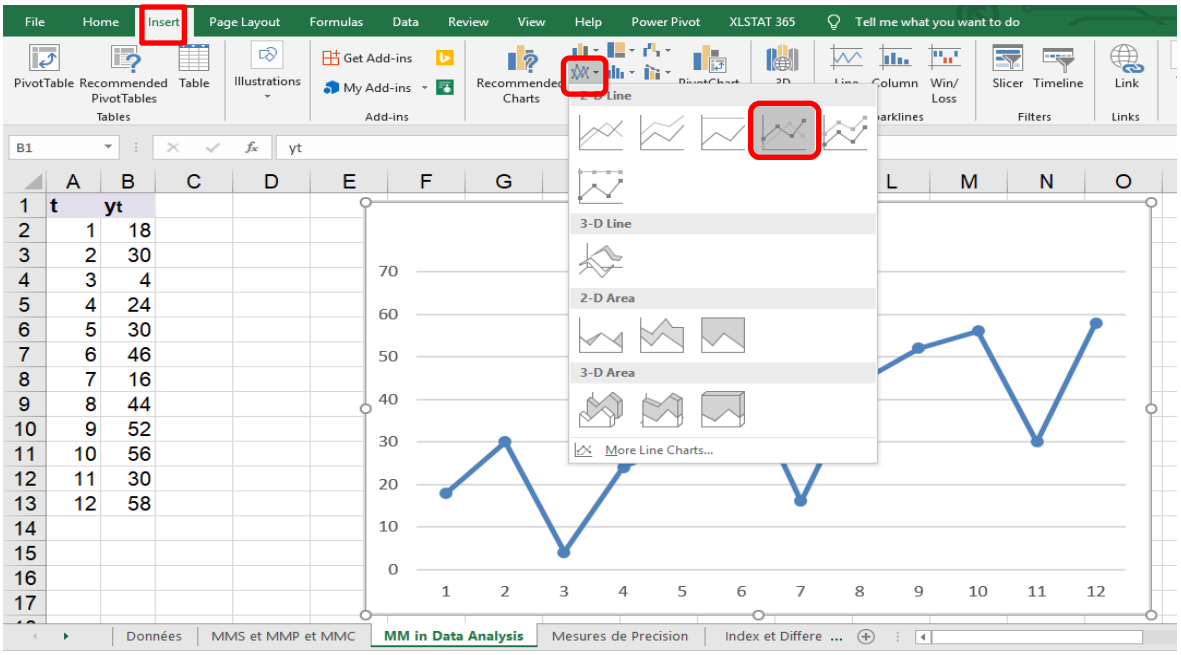
= (A3/2 + A4 + A5 + A6 + A7/2)/5

وهكذا...

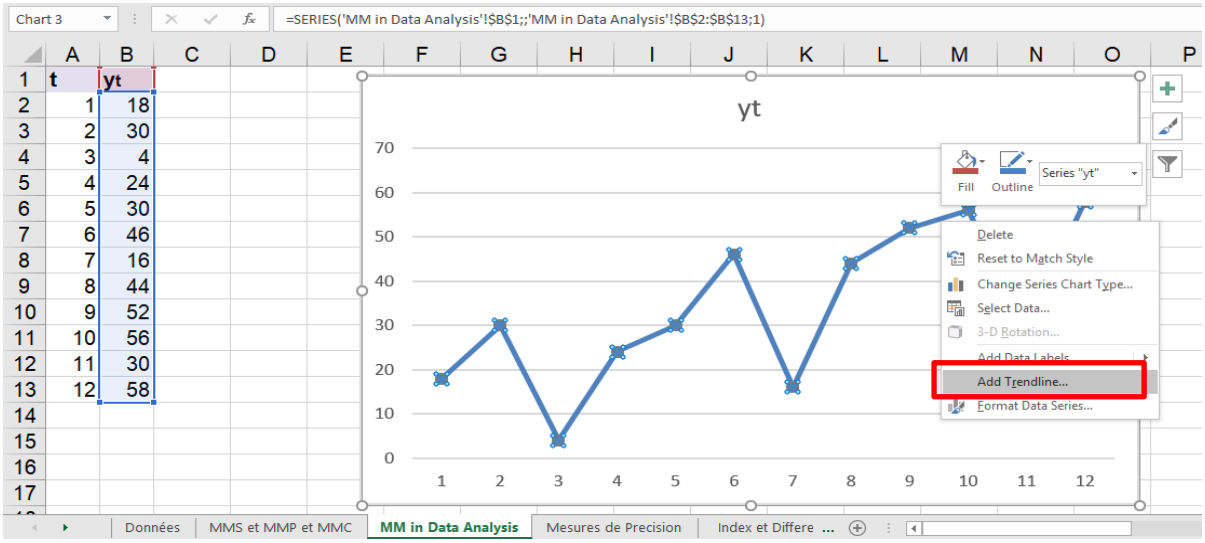
يمكن أيضا أن نستخرج MM4 ثم نستخرج لها MM2.

- ط 2. يمكن تمثيل المتوسطات المتحركة مباشرة بدون حسابها، الخطوات هي كالتالي:

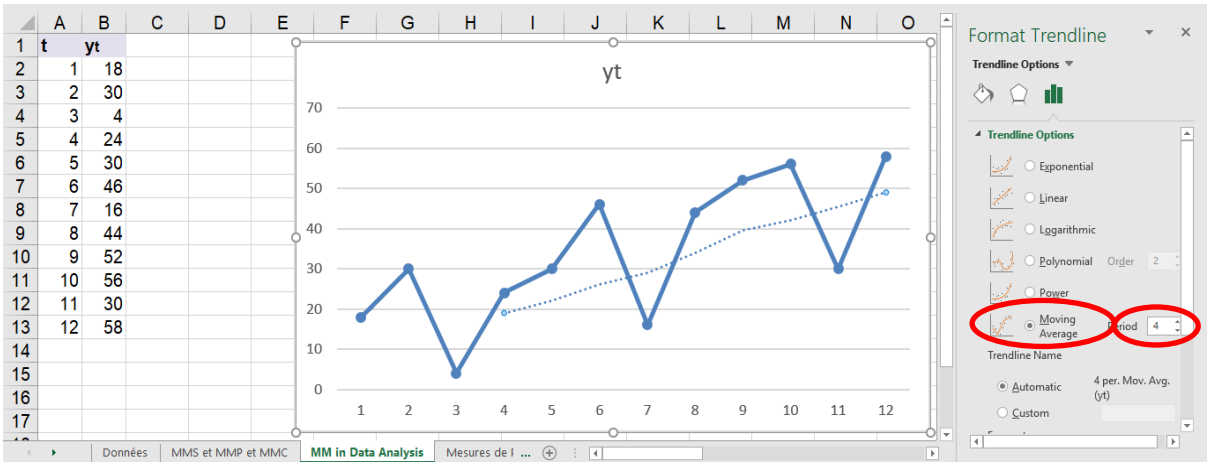
1. نقوم بإدخال البيانات عموديا في ورقة Excel
2. نقوم بالتمثيل البياني لy من خلال تعيين عمود y ثم من قائمة "إدارج" نختار المضلع:
   Insert -> Graphic -> Line with markers
3. نأشر في الرسم على المضلع y، ومن القائمة التي تظهر نضغط على الزر الأيمن للفأرة ونختار:
   Add trendline → moving average
4. ونحدد درجة السلسلة k في النافذة التي تظهر (periode).



صورة 2. التمثيل البياني ل Yt



صورة 3. إضافة خط توجه للرسم بالزر الأيمن للفأرة.



صورة 4. إختيار المتوسطات المتحركة Moving Average في نوع خط التوجه، وتحديد النافذة k ب 4 (Period).

من خلال تبديل قيمة k نحصل على منحنيات مختلفة للمتوسطات المتحركة، مما يسهل على المحلل إدراك التوجه العام والدورات إن وجدت.

لاحظ أن النافذة Format trendline على يمين الشاشة تعطي إمكانية الاختيار بين عدد من أنواع خطوط التوجه الأخرى غير المتوسطات المتحركة.

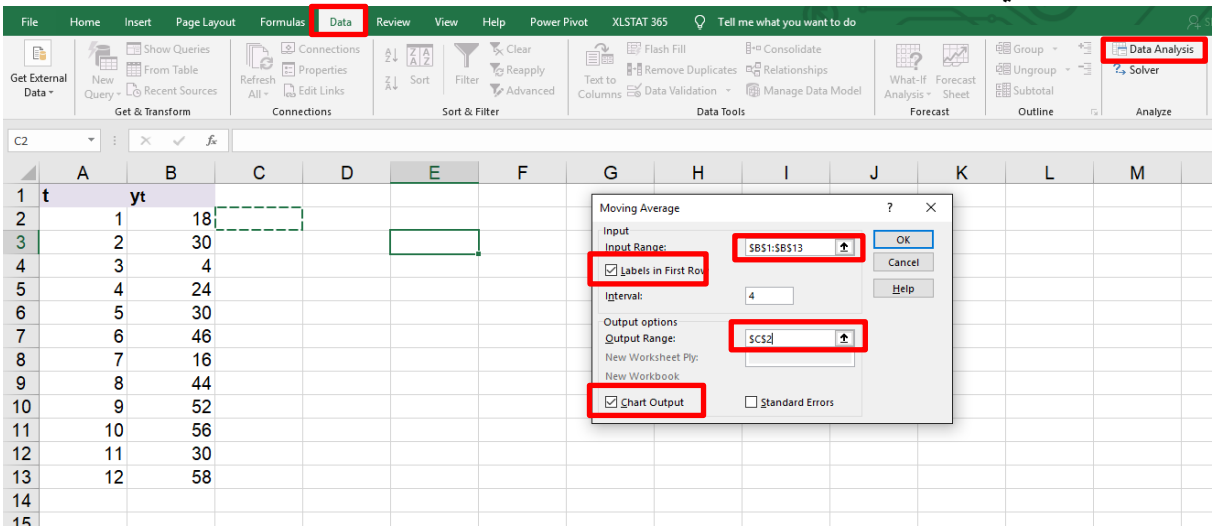
- **ط 2. محلل البيانات** (Data Analysis) يضع قيم المتوسطات المتحركة مقابل آخر قيم السلسلة الأصلية (بدون مركزة). الخطوات هي كالتالي:

1- إدخال البيانات t و Y_t في ورقة Excel

2- طلب محلل البيانات من قائمة Data

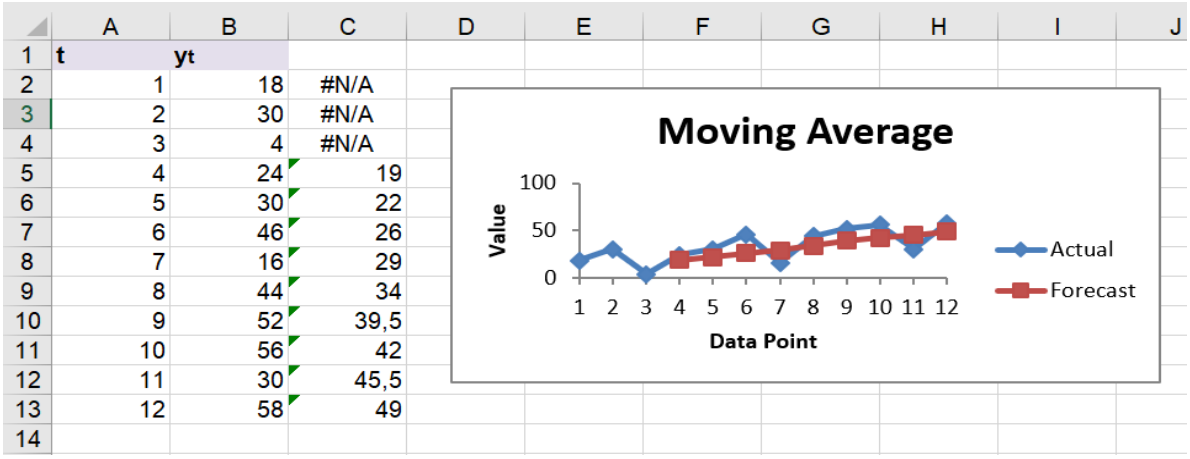
3- نختار Moving Average من قائمة الأدوات الإحصائية

4- في النافذة Moving Average ندخل البيانات في مربع Input Range، نؤشر على labels، نحدد درجة السلسلة k في Interval، نحدد خلية الإخراج Output Range، ونطلب الرسم البياني Chart Output



صورة 5. من قائمة بيانات (Data) نختار محلل البيانات Data Analysis ومن ثم نختار طريقة المتوسطات المتحركة Moving Average.

النتيجة تأتي كما يلي:



	t	yt	
1	1	18	#N/A
2	2	30	#N/A
3	3	4	#N/A
4	4	24	19
5	5	30	22
6	6	46	26
7	7	16	29
8	8	44	34
9	9	52	39,5
10	10	56	42
11	11	30	45,5
12	12	58	49

صورة 6. مخرجات محلل البيانات: المتوسطات المتحركة مع الرسم.

مثال: استخرج في المثال السابق المتوسطات المتحركة مع مطابقة التواريخ.

- استخدم Excel للحسابات بطريقة الدالة moyenne، ثم بطريقة أضافة خط التوجه، ثم باستخدام محلل البيانات utilitaire d'analyse.

2-7. في *XLSTAT*

تعطي النسخة التجريبية ل XLSTAT عدة مخرجات، تتضمن المتوسطات المتحركة والتمثيل البياني وإحصائيات وصفية أخرى. يرمز في البرنامج لمدى فترة الموسم ب q. للقيام بالحسابات نضع البيانات في شكل عمودين، واحد للزمن t، ويمكن تمثيله بقيم من 1 إلى n، والثاني للمتغيرة y_t. تطلب المتوسطات المتحركة من مربع التمهيد Lissage. يعطي البرنامج النتائج التالية للمثال أعلاه.

لاحظ أن البرنامج يقوم بتمديد السلسلة في البرنامج لتغطية الثلاثيات غير المغطاة (الثلاثيين الأولوين والأخيرين)، كما أن طريقة الحساب مختلفة تعطي نتائج مختلفة قليلا عن المعروضة هنا. يعطي XLSTAT أيضا رسوما بيانية قيمة تظهر السلسلة الأصلية والمحولة بشكل يبرز التوجه والتوقعات.

Série avant et après lissage (y_t) :

T	y_t	MA(y_t)	Résidus
1	18.000	21.200	-3.200
2	30.000	25.333	4.667
3	4.000	24.000	-20.000
4	24.000	26.500	-2.500
5	30.000	29.333	0.667
6	46.000	33.556	12.444
7	16.000	33.556	-17.556
8	44.000	39.556	4.444
9	52.000	44.444	7.556
10	56.000	49.111	6.889
11	30.000	49.556	-19.556
12	58.000	56.000	2.000
13	68.000	57.500	10.500
14	72.000	58.286	13.714
15	50.000	58.667	-8.667
16	74.000	64.400	9.600

سؤال: كيف يتم حساب المتوسطات المتحركة في Excel في حالة الترجيح بأوزان وكيف يكون الحساب في حالة استخدام المتوسطات المتحركة المتراكمة؟

2-7 في R

هناك عدة طرق لحساب المتوسطات المتحركة، منها من بينها الدالة filter() التي لا تتطلب تحميل أي برنامج خاص.

```
filter(x, rep(1/k,k))
```

مثال: نريد الحصول على MM(5) لبيانات المثال أعلاه (Sales). ننشئ السلسلة ثم نطلب التمهيد:

```
sales=c(18,30,4,24,30,46,16,44,52,56,30,58,68,72,50,74)
```

النتيجة تأتي كما يلي:

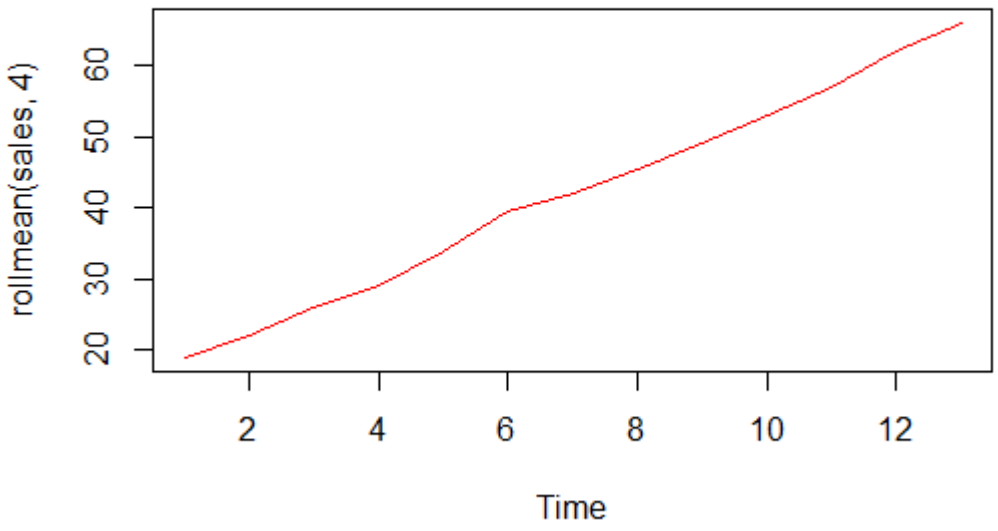
```
filter(sales,rep(1/5,5))
Time Series:
Start = 1
End = 16
Frequency = 1
 [1]   NA   NA 21.2 26.8 24.0 32.0 37.6 42.8 39.6 48.0 52.8 56.8 55.6
[14] 64.4   NA   NA
```

ط2. هناك أيضا دوال أخرى مثل rollmean() ضمن مجموعة zoo package ، والدالة ma() من المجموعة Forecast package. نستخدم الآن الدالة rollmean() لحساب MM(4) بعد طلب المجموعة zoo :

```
require(zoo)
rollmean(sales,4)
 [1] 19.0 22.0 26.0 29.0 34.0 39.5 42.0 45.5 49.0 53.0 57.0 62.0 66.0
```

لتمثيل خط المتوسطات المتحركة:

```
plot.ts(rollmean(sales,4),col="red")
```



3. مؤشرات التقدير

مؤشرات الفروق

مؤشرات التشتت

تستخدم مؤشرات دقة التقدير لتقييم مدى دقة التقدير. لنقل أننا بصدد اختيار طريقة للتنبؤ بالمبيعات للمواسم المقبلة. لتقييم دقة التقدير الذي تعطيها أي طريقة أو للمفاضلة بين طريقتين في التنبؤ (مثلا المتوسطات المتحركة والتنبؤ الساذج) يمكن أن ننظر إلى "دقة" التقدير الذي تعطيه كل طريقة للتواريخ السابقة، حيث القيم الحقيقية معلومة. إذا جاءت التقديرات للقيم الماضية دقيقة وكنا نتوقع أن المستقبل لن يأتي بتغييرات كبيرة، عندها يمكن أن نأمل أن الطريقة ستعطي تنبؤا دقيقا في المستقبل أيضا.

تستخدم مؤشرات دقة التقدير:

- للمقارنة بين طرق مختلفة في التقدير، مثلا بين المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة، أو بين التنبؤ الساذج والتنبؤ بالمتوسط.
- لاختيار القيم الأمثل لمعاملات هذه الطرق أو تلك، مثلا لاختيار معامل المتوسطات المتحركة أو الأوزان. على سبيل المثال نتساءل هل نعطي أهمية أكبر للقيم القريبة (لكي نأخذ في الحسبان الظروف الحالية) أم نولي الأهمية للقيم البعيدة في الماضي، لألا نهمل التوجه العام للظاهرة أو لا تتأثر تقديراتنا بأحداث عابرة.

نميز فيما يلي بين مؤشرات الفروق ومؤشرات التباين.

3-1. مؤشرات الفروق: MAE، MSE وMAPE

متوسط القيم المطلقة للخطأ[1] MAE

المفهوم الأساسي هو خطأ التقدير:

$$E_t = y_t - \hat{y}_t$$

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|E_t|$$

مثال: يقدر مالك مطعم يوميا استهلاك الخبز من خلال استهلاك اليوم السابق (الطريقة البسيطة). لديك الاستهلاك خلال 7 أيام. أكتب المبيعات المقدرة، وقيم التقدير من خلال MAE.

[1] Moyenne Absolue des Erreurs ; ou en Anglais, MAE : Mean Absolute Error.

Day	y	^y	E = y – ^y	|E |
1	126	/	/	/
2	125	126	-1	1
3	119	125	-6	6
4	133	119	14	14
5	129	133	-4	4
6	127	129	-2	2
7	131	127	4	4
			Sum =	31
			MAE =	31/**6**=5.17

يتراوح الخطأ حوالى 5 خبزات زيادة أو نقصانا. لاحظ أن القسمة على 6 لا على 7.

استخدام القيمة المطلقة هو لتجنب إلغاء القيم بعضها لبعض، واستخدام المتوسط يمنع من تأثر المؤشر بعدد المشاهدات. ميزة هذا المؤشر سهولة التفسير فقيمته تدل على القيمة التي يتراوح حولها الخطأ بالقيمة المطلقة، كلما كانت قيمته أقل دل على أن التقدير دقيق، والعكس بالعكس. عيب المتوسط أنه يمكن أن يتأثر بالقيم المتطرفة؛ إذا وجدت قيمة أو بعض القيم الكبيرة للخطأ فإن المتوسط يرتفع بسببها رغم أنها استثنائية. في الوقت نفسه يجب أن ندرك أن هذا مجرد متوسط، وقد تكون هناك قيم للخطأ أكبر بكثير أو أقل بكثير منه، وقد تكون نتائج مثل هذه القيم كارثية.

متوسط مربعات الفروق[1] MSE

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(E_t)^2$$

مثال: قيم التقدير في المثال السابق من خلال MSE.

Day	Y	^y	E = y – ^y	E²
1	126	/	/	/
2	125	126	-1	1
3	119	125	-6	36
4	133	119	14	196
5	129	133	-4	16
6	127	129	-2	4
7	131	127	4	16
			Sum =	269
			MSE =	269/6=44.83

يمكن وضع القيمة الناتجة (MSE) تحت الجذر لتقييم خطأ التقدير بمقارنته مع بيانات السلسلة، وهو هنا سيكون 6.7، ويدعى هذا المؤشر الجديد RMSE.

[1] In English: Mean Squared Error

يستخدم التربيع لتجنب إلغاء القيم الموجبة والسالبة بعضها لبعض. المتوسط يسمح بعدم تأثر المؤشر بعدد المشاهدات. ميزة هذا المؤشر أنه يعطي أهمية أكبر للقيم المتطرفة، كما أنه يعطي معنى مفهوم التباين المعروف، لكن هذه المرة تباين السلسلة المحولة ليس عن متوسطها وإنما عن السلسلة الأصلية.

متوسط نسبة الفرق[1] MAPE

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(|E_t| \times 100/y_t)$$

يستخرج MAPE النسبة المئوية لكل فرق إلى القيمة الحقيقية، ومن ثم يحسب متوسط هذه النسب.

مثال: قيم التقدير في المثال السابق من خلال MAPE.

Day	y	^y	E = y – ^y	|E|*100/y
1	126	/	/	/
2	125	126	-1	0,80
3	119	125	-6	5,04
4	133	119	14	10,53
5	129	133	-4	3,10
6	127	129	-2	1,57
7	131	127	4	3,04
			sum =	24,09
			MAPE	**24.09/6=4,015**

خطأ التقدير هو في المتوسط 4 بالمائة. لاحظ أن نسبة الخطأ وصلت إلى 10 بالمائة في اليوم الرابع.

ميزة هذا المؤشر أنه يسهل أكثر الحكم على مقدار الخطأ ويسمح بالمقارنة بين درجة دقة التقدير في سلاسل مختلفة. يتعين أن ننظر ليس فقط إلى قيمة المؤشر ولكن أيضا إلى نسب الخطأ عموما خاصة أكبر نسبة مشاهدة.

لاحظ. هناك مؤشرات أخرى. مثلا:

متوسط خطأ التنبأ MFE، يقيس متوسط الخطأ بدون حذف الإشارة، وله ميزة أنه يحدد بإشارته ما إذا كانت طريقة التنبؤ تضخم السلسلة – من خلال إشارة موجبة للمؤشر – أم تقللها. عيب المؤشر أن القيم الموجبة تلغي القيم السالبة والعكس، فهو لا يسمح بتقدير حجم الخطأ وإنما فقط اتجاهه.

$$MFE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}E_t$$

مؤشر تتبع الإشارة (TS Tracking Signal). نحسب المؤشر عند كل سطر كما يلي:

[1] Mean Absolute Percentage Error

$$TS_t = \frac{1}{MAE_t}\sum_{t=1}^{t} E_t$$

كقاعدة متبعة: تعد قيمة المؤشر مقبولة بين −4 و +4. ميزة هذا المؤشر أنه يبرز الفترات التي يكون فيها خطأ التنبؤ كبيرا، أي خارج المجال المذكور.

مثال: قيم التقدير في المثال السابق من خلال TS.

Day	y	^y	E = y – ^y	Sum(E)	|E |	MAE	TS = Sum(E)/MAE
1	126	/	/	**/**	/	**/**	/
2	125	126	-1	**-1**	1	**1/1 = 1,0**	-1/1 = -1,00
3	119	125	-6	**-1 – 6 = -7**	6	**(1 + 6)/2 = 3,5**	-7/3.5 = -2,00
4	133	119	14	**-7 + 14 = 7**	14	**(1 + 6 + 14)/3 = 7,0**	7/7 = 1,00
5	129	133	-4	**3**	4	**(1 + 6 + 14 + 4)/4 = 6,3**	3/6.3 = 0,48
6	127	129	-2	**1**	2	**5,4**	0,19
7	131	127	4	**5**	4	**5,2**	0,97

نلاحظ أن التقدير كان مضخما في بداية السلسلة ثم عاد ليقترب من القيم الحقيقية.

2-3. في *EXCEL*

الدوال التالية تستخدم في Excel لحساب مؤشرات التقدير ومؤشرات التشتت.

القيمة المطلقة	ABS()
المربع	…^2
الجذر	SQRT()
مجموع المربعات	SUMSQ()
مجموع مربعات الفروق	SUMXMY2(array_x;array_y)
التباين	VAR()
الانحراف المعياري	STDEV.P()

3-3. مؤشرات التشتت

من بين المؤشرات المستخدمة أيضا، مؤشرات التشتت للسلسلة المحولة: **التباين، والانحراف المعياري**. تستخدم هذه المؤشرات في قياس **مستوى التمهيد** الناتج عن المتوسطات المتحركة أو طريقة التقدير عموما، فكلما كان التمهيد أقوى يكون التباين والانحراف المعياري أقل. يحسب التباين V(^y) كما يلي:

$$V(\hat{y}) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - m_{\hat{y}})^2$$

الانحراف المعياري هو جذر التباين:

$$S(\hat{y}) = \sqrt{V(\hat{y})}$$

مثال: يقدر مسير مطعم يوميا كمية الخبز التي يحتاجها ليومه من خلال متوسط استهلاك اليومين السابقين (MM(2)). لديك الاستهلاك خلال 7 أيام. أكتب المبيعات المقدرة، وقيم مستوى التمهيد من خلال التباين والانحراف المعياري.

قارن مع مستوى التمهيد عند استخدام الطريقة البسيطة (التنبؤ بالقيمة السابقة).

Day	y	^y = MM(2)	$(\hat{y} - m_{\hat{y}})^2$	
1	126	/		/
2	125	(126+125)/2=125,5	$(125,5 - 126,92)^2$	2,01
3	119	122	$(122 - 126,92)^2$	24,17
4	133	126	$(126 - 126,92)^2$	0,84
5	129	131	$(131 - 126,92)^2$	16,67
6	127	128	$(128 - 126,92)^2$	1,17
7	131	129	$(129 - 126,92)^2$	4,34
	sum	761,5	sum	49,2
	m^y	**761/6 = 126,92**	**V(^y)**	**49,2/6 = 8,2**

$$S(\hat{y}) = \sqrt{8.2} = 2.86$$

Day	y	$\hat{y}t = y_{t-1}$	$(\hat{y} - m_{\hat{y}})^2$
1	126	/	/
2	125	126	0,25
3	119	125	2,25
4	133	119	56,25
5	129	133	42,25
6	127	129	6,25
7	131	127	0,25
	$m^{\hat{}}_y$ 759/6 = 126,5		V(^y) = 322.5/6 = **107,5** **S(^y) = 107.5 ½ = 10,368**

من الواضح أن التقدير بطريقة المتوسطات المتحركة أكثر تمهيدا وهذا مفهوم لأنه على عكس التقدير البسيط يستخدم متوسطات وليس القيم الحقيقية.

4. خلاصة

طريقة المتوسطات المتحركة هي طريقة بسيطة وشائعة ومرنة يستخدمها المحللون للتتبع توجه متغيرة من أجل دراسة مسار المتغيرة والقرا سواء للمدى البعيد (قرار استثماري) أو القريب (مضاربة ...). تسمح الطريقة بإظهار التوجه عن طريق طمس تعرجات المدى القصير من خلال تحويل السلسلة الأصلية إلى متوسطات جزئية محدثة باستمرار. يستخدم وسيط البورصة المتوسطات المتحركة لاستخراج توجه السعر في المستقبل، من خلال المقارنة بين التمثيل البياني للسلسلة وبين المتوسطات المتحركة، أو من خلال المقارنة بين مساري خطين للمتوسطات المتحركة، واحد للمدى البعيد والآخر للمدي القريب.

كثيرا ما يتم تحديد درجة المتوسطات المتحركة k **بحسب نافذة الموسمية، وذلك** للتمكن من طمسها لإظهار التوجه. لتحديد نافذة الموسمية، نتفحص التمثيل البياني للسلسلة والأنماط المتكررة الموجودة فيها، ونحسب عدد النقاط في النمط المتكرر، لكن أحيانا يحتاج الأمر إلى حسابات وقد تستخدم البرمجيات الإحصائية ومنها Excel. **تحديد درجة المتوسطات المتحركة يرتبط أيضا بمقدار التمهيد الذي نريده،** اختيار درجة كبيرة يأدي إلى تمهيد شديد وبالتالي طمس حركة البيانات في المدى القريب لصالح إظهار توجه البيانات على المدى الأبعد. المحلل للبيانات اليومية لسعر سهم لن يجد موسمية، وسيكون عليه اختيار قيمة ل k بحسب أفق الزمن (time horizon) وقد يختار عدة قيم والمقارنة بينها. من بين القيم الشائعة في البورصة 10، 20، 50، 100 و200.

تتمتع المتوسطات المتحركة بمرونة كبيرة؛ إذ يمكن تغيير نافذتها للحصول على درجات متفاوتة من مرونة التمهيد أو أيضا تغيير الأوزان لإعطاء أهمية أكبر أو أقل للمشاهدات البعيدة. يمكن أيضا استخدام كل المشاهدات في كل مرة نحسب فيها متوسط جديد. كما يمكن استخدام المتوسطات المتحركة المرجحة للتحكم في درجة التمهيد وقيمة المعلومة التي نستمدها من المديين القريب والبعيد. غالبا ما تعطى للقيم الأحدث أوزانا أعلى وتتناقص الأوزان كلما رجعنا إلى الماضي؛ في السلاسل الطويلة ليس من المعقول أن نستخدم متوسطات متحركة بسيطة لأن ذلك يعني مثلا إعطاء نفس الوزن في التنبؤ للسعر الحالي والسعر قبل عدة أشهر أو أسابيع.

من المفيد لتقييم طريقة التنبؤ (سواء بالمتوسطات المتحركة أو غيرها) استخدام مؤشرات الفروق ومؤشرات التشتت. تقيس الأولى مقدار الخطأ لدى الطريقة عند تطبيقها على البيانات السابقة، وتقيس الثانية درجة التمهيد الذي يترتب عن الطريقة. أكثر المؤشرات استخداما هو MSE.

5. سلسلة تمارين: المتوسطات المتحركة

5-1. التمارين

تمرين 1. مراجعة

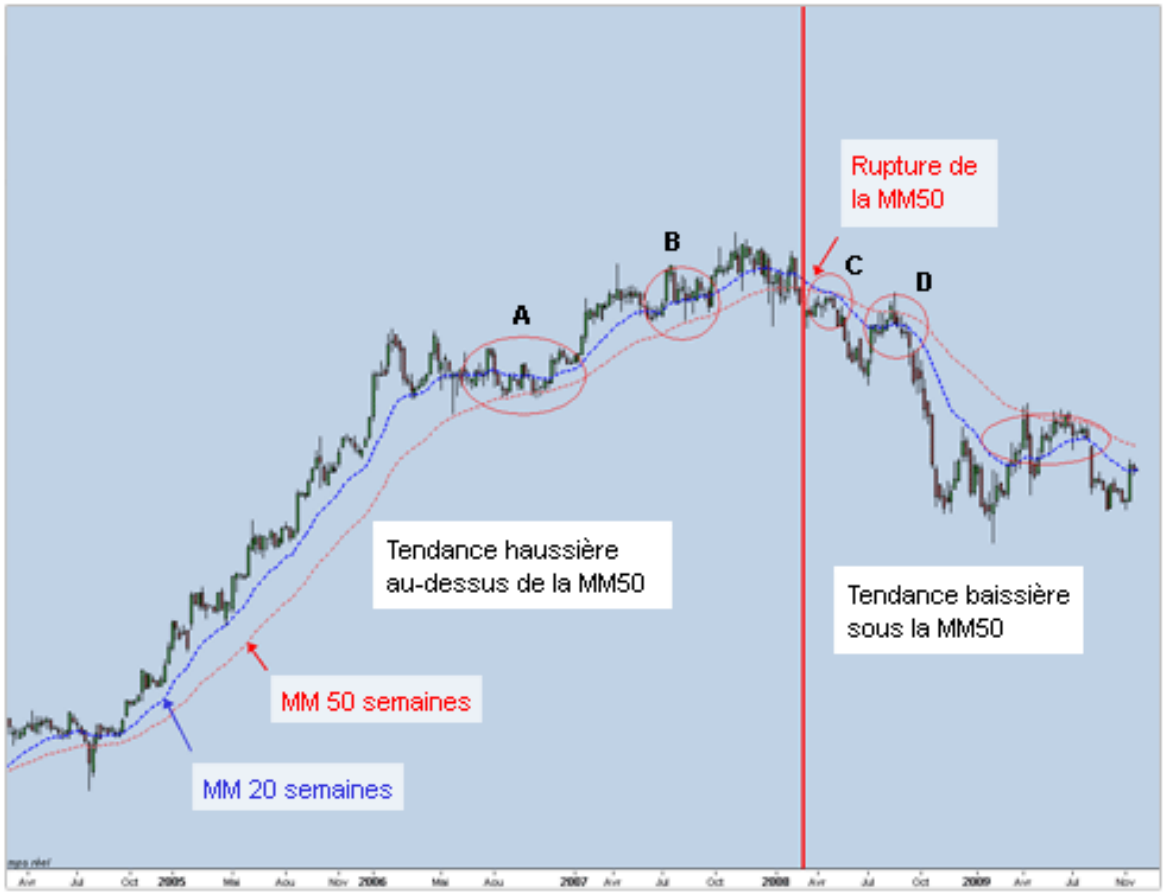
1. هل يمكن للطريقة البسيطة في التنبؤ أن تحتسب التوجه؟ كيف؟
2. هل يمكن للطريقة البسيطة في التنبؤ أن تحتسب الموسمية؟ كيف؟
3. ما هي ميزة طريقة المتوسط عن الطريقة الساذجة؟ ومتى تكون الطريقة البسيطة أفضل؟
4. لأي أغراض تستخدم طريقة المتوسطات المتحركة؟
5. ما المقصود بالاختراق المميت والاختراق الذهبي؟ ما المقصود بخط الدعم وخط المقاومة.
6. على أي أساس يتم تحديد درجة المتوسطات المتحركة؟
7. ما هو الفرق بين المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة؟ وما هو الفرق بينهما وبين المتوسطات المتحركة التراكمية؟
8. ما هي طرق تموضع السلسلة المحولة؟ وفي أي أغراض المتوسطات المتحركة تستخدم كل طريقة؟
9. ما هو المقصود بالمركزة؟ أكتب صيغة المتوسطات المتحركة في حالتي $k = 4$، و$k = 6$.
10. يفترض التنبؤ بالمتوسطات المتحركة استقرار السلسلة، ماذا يعني ذلك؟ ولم هذا الافتراض؟
11. أكتب صيغ كل من مؤشرات الفروق والتشتت.
12. ما هو الفرق بين مؤشرات الفروق ومؤشرات التشتت؟

تمرين 2. المتوسطات المتحركة وإشارات السوق.

لديك التمثيل البياني لسعر سهم Eurofins أسبوعيا[1]، من 2004 إلى 2009، والمتوسطات المتحركة بدرجة 20 و50 (zonebourse, 2019).

1. حدد في الرسم الفترة التي كانت فيها MM(50) تمثل سندا أو دعما للسلسلة الأصلية، والفترة التي أصبحت فيها مقاومة.
2. ما هي الإشارة التي تعطيها البيانات وخطي المتوسطات المتحركة للمستثمر في الفترة السابقة لثلاثي الثاني من 2008 (شراء أم بيع)؟ ما هي الإشارة بعد هذا التاريخ؟ برر.

[1] مجمع مخابر معروف



صورة 7. حالة الدعم وحالة المقاومة

المصدر : (zonebourse, 2019)

تمرين 3. (المتوسطات المتحركة البسيطة، التنبؤ في غياب توجه)

لديك البيانات التالية للمبيعات اليومية من منتج معين.

Day	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.
Y	129	127	120	114	110	130	132	120	114	110	132	130

- استخرج المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3 ومثلها بيانيا مع السلسلة الأصلية (استخدم الطريقة الأولى في التموضع). علق على المكونات.
- استخدم Excel للتمثيل البياني واستخراج المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3. ما هي طريقة التموضع المستخدمة في Excel؟
- بيانات 12 يوما ليست كافية لاستخراج توجه، لكن لو أردنا استخدام المتوسطات المتحركة ما هي الدرجة المناسبة لطمس الموسمية حتى يتبين التوجه؟ جربها في Excel وقارن مع الرسم الأول أين (k = 3).
- قم بتقدير المبيعات اليومية للأسبوع المقبل ب (k = 5). أظهر ذلك في رسم بياني ب Excel.
- قم بالتنبؤ للأسبوع المقبل باستخدام التنبؤ البسيط مع ادراج الموسمية. أظهر التنبؤ في رسم.

تمرين 4. (إظهار التوجه، وميزة الترجيح)

البيانات التالية تمثل تغير كمية الأمطار المتساقطة سنويا في منطقة "شرق أنجليا" البريطانية خلال الفترة المبينة.

- مثل البيانات وعلق على المكونات المحتملة.
- استخدم المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3 لطمس مكون الخطأ وإبراز التوجه العام. استخدم المتوسطات المتحركة المرجحة من الدرجة 3 بالأوزان 1، 2، 3. مثل بيانيا كل من السلسلة الأصلية والمحولة في الحالتين. ما هو الاختلاف بين هذا المنحنى ومنحنى المتوسطات المتحركة البسيطة؟

Year	Y_t	Year	Y_t	Year	Y_t
1975	-0,09	1982	0,09	1989	0,25
1976	-0,22	1983	0,3	1990	0,39
1977	0,11	1984	0,12	1991	0,35
1978	0,04	1985	0,09	1992	0,17
1979	0,1	1986	0,17	1993	0,21
1980	0,19	1987	0,3	1994	0,31
1981	0,27	1988	0,34		

تمرين 5. (المركزة ومؤشرات الخطأ)

لديك البيانات التالية لاستهلاك البنزين في محطة ما خلال 12 أسبوع.

Week	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	48	41	60	65	58	52	68	74	60	56	75	78

- مثل السلسلة في رسم بياني وعلق على المكونات الملاحظة.
- إذا كان علينا استخرج المتوسطات المتحركة لإظهار التوجه العام فما هي الدرجة المناسبة؟
- استخدم Excel بطريقة محلل البيانات data analysis لاستخراج المتوسطات المتحركة الممركزة من الدرجة 4 وتمثيلها بيانيا.
- أحسب كل من MAE وMSE و MAPE.

تمرين 6. تمرين محلول. مؤشرات الفروق ومؤشرات التشتت

استخدم بيانات التمرين 3 (المبيعات اليومية) للإجابة على ما يلي:

- استخرج المتوسطات المتحركة البسيطة والمرجحة من الدرجة 3، بالأوزان 0.5، 0.3، 0.2.
- قارن دقة التقدير بين MMP وMM من خلال مؤشرات الدقة مع التعليق.
- أحسب مؤشرات التشتت للسلاسل المحولة مع التعليق.
- قارن دقة التقدير مع المتوسطات المرجحة البسيطة من خلال التمثيل البياني.

- قارن درجة التمهيد في الطريقتين من خلال التباين والانحراف المعياري.
- قدر حسب طريقتي المتوسطات المرجحة والبسيطة سعر السهم في اليوم 13.

حل التمرين 6.

حساب MAE و MSE و MAPE لخط المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3.

Day	Y	MM(3)	|E| = |MM(3) – y|	[MM(3) – y]²	|MM(3) – y|*100/y
1	129	/	/	/	/
2	127	/	/	/	/
3	120	/	/	/	/
4	114	(129+127+120)/3 = 125,33	|125.33 – 114| = 11,33	11,33² = 128,37	11.33*100/114 = 9,94
5	110	(127+120+114)/3 = 120,33	|120.33 – 110| = 10,33	10,33² = 106,71	10,33*100/110 = 9,39
6	130	114,67	15,33	235,01	11,79
7	132	118	14	196	10,61
8	120	124	4	16	3,33
9	114	127,33	13,33	177,69	11,69
10	110	122	12	144	10,91
11	132	114,67	17,33	300,33	13,13
12	130	118,67	11,33	128,37	8,72
		∑	108,98	1432,48	89,51
		∑/n	**108.98/9 = 12,11**	**1432.48/9 =159,16**	**89,9/9 = 9,95%**
			MAE	**MSE**	**MAPE**
				RMSE = 12.62	

حساب MAE و MSE و MAPE لخط المتوسطات المتحركة المرجحة من الدرجة 3.

Day	**Y**	**MMP(3)**	**|MMP(3) – y|**	**[MMP(3) – y]²**	**|MMP(3) – y|*100/y**
1	**129**	**/**	**/**	**/**	**/**
2	**127**	**/**	**/**	**/**	**/**
3	**120**	**/**	**/**	**/**	**/**
4	**114**	**(129*0,2+127*0,3+120*0,5)/1 = 123,9**	**|123.9 – 114| = 9,9**	**9,9² = 98,01**	**9,9*100/114 = 8,68**
5	**110**	**118,4**	**|118,4 – 110| = 8,4**	**8,4² = 70,56**	**8,4*100/110 = 7,64**
6	**130**	**113,2**	**|113,2 – 130| = 16,8**	**16,8² = 282,24**	**16,8*100/130 = 12,92**
7	**132**	**120,8**	**11,2**	**125,44**	**8,48**
8	**120**	**127**	**7**	**49**	**5,83**
9	**114**	**125,6**	**11,6**	**134,56**	**10,18**
10	**110**	**119,4**	**9,4**	**88,36**	**8,55**
11	**132**	**113,2**	**18,8**	**353,44**	**14,24**
12	**130**	**121,8**	**8,2**	**67,24**	**6,31**
		∑	101,3	1268,85	82,83
		∑/n	**11,26**	**140,98**	**9,2%**
			MAE	**MSE**	**MAPE**

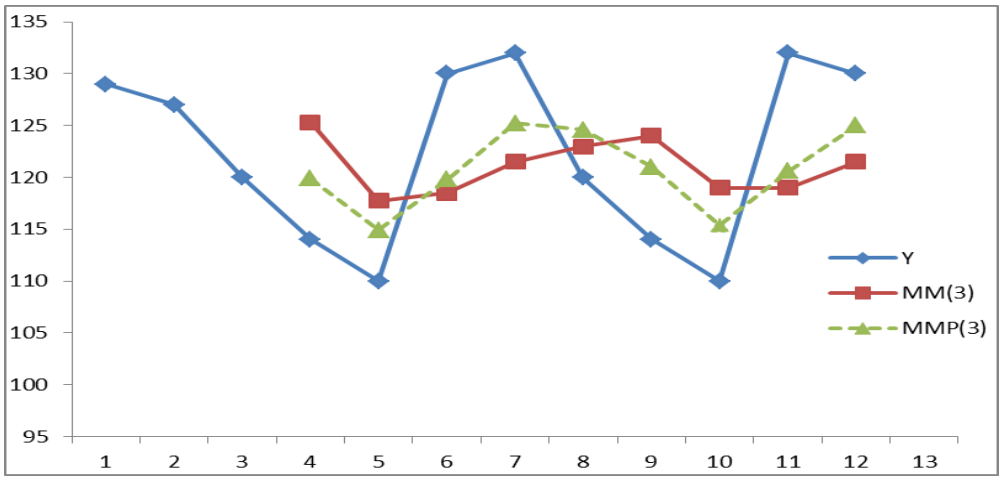
من الواضح أن MMP تعطي خطأ أقل لأن هذه الطريقة أعطت متوسط قيم مطلقة للفروق (MAE=11,26) أقل منه عند استخدام MM. مؤشر MSE جاء هنا أيضا في صالح المتوسطات المتحركة المرجحة (159.164 > 140.983)، وكذلك متوسط نسبة الفرق (0.101 > 0.095). مؤشرات الدقة إذن تأكد أن طريقة MMP أكثر دقة في التقدير لأن قيمها أقرب إلى القيم الحقيقية.

حساب مؤشرات التشتت لكل من MM(3) و MMP(3).

Day	Y	^y = MM(3)	$(\hat{y} - m_{\hat{y}})^2$		^y = MMP(3)	$(\hat{y} - m_{\hat{y}})^2$	
1	129	/	/		/	/	
2	127	/	/		/	/	
3	120	/	/		/	/	
4	114	125,33	$(125,33 - 120,56)^2$	22,85	123,9	$(123,9 - 120,37)^2$	12,46
5	110	120,33	$(120,33 - 120,56)^2$	0,05	118,4	$(118,4 - 120,37)^2$	3,88
6	130	114,67	$(114,67 - 120,56)^2$	34,57	113,2	$(113,2 - 120,37)^2$	51,41
7	132	118	$(118 - 120,56)^2$	6,50	120,8	$(120,8 - 120,37)^2$	0,18
8	120	124		11,90	127		43,96
9	114	127,33		45,97	125,6		27,35
10	110	122		2,10	119,4		0,94
11	132	114,67		34,57	113,2		51,41
12	130	118,67	$(118,67 - 120,56)^2$	3,53	121,8	$(121,8 - 120,37)^2$	2,04
	sum	1085		162,06	1083,30		193,64
	sum/n	$m_{\hat{y}}$ =120,56	V(^y) =162.06/9 =	**18,01**	$m_{\hat{y}}$ =120,37	V(^y) =	**21,52**

جاء تباين MMP (21.52) أكبر من تباين MM (18.01)، هذا لأن الطريقة الأولى أكثر حساسية وبالتالي أكثر تغيرا من الطريقة البسيطة. يظهر الرسم البياني هو الآخر أن MMP(3) أسرع تتبعا لقيم السلسلة الأصلية من المتوسطات المتحركة البسيطة.

هذا يعني أن التمهيد في طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة أكبر، وذلك لأنها لا تعطي أهمية أعلى للقيم الحديثة، بمعنى أنها لا تعمل على تتبع التغييرات الآنية.



رسم توضيحي 6. المقارنة بين المتوسطات المتحركة والمتوسطات المتحركة المرجحة

2-5. الحلول

تمرين 1. مراجعة

1. هل يمكن للطريقة البسيطة في التنبؤ أن تحتسب التوجه؟ نعم. من خلال إضافة أو طرح مقدار الزيادة أو الانخفاض إلى القيمة الحالية.
2. هل يمكن للطريقة البسيطة في التنبؤ أن تحتسب الموسمية؟ نعم. من خلال استخدام قيمة المتغيرة في الموسم المقابل في الفترة السابقة.
3. ما هي ميزة طريقة المتوسط عن الطريقة الساذجة؟ ميزة المتوسط أنه يستخدم عدة قيم وهذه ميزة مهمة لأن استخدام قيمة واحدة يمكن أن يأدي إلى خطأ كبير عندما تكون القيمة المشاهدة استثنائية.
4. ومتى تكون الطريقة البسيطة أفضل؟

تكون الطريقة البسيطة أفضل من استخدام المتوسط عندما تشهد السلسلة انتقالا دائما للأعلى أو للأسفل.

5. الاختراق المميت والاختراق الذهبي: الاختراق المميت هو عندما يخترق خط المتوسطات المتحركة للمدة القصير ((MM(50)) خط المتوسطات المتحركة للمدة البعيد نزولا ((MM(200))، والاختراق الذهبي هو عندما يكون هذا الاختراق صعودا.
6. لأي أغراض تستخدم طريقة المتوسطات المتحركة؟ لإزالة الموسمية والخطأ وإظهار التوجه.
7. على أي أساس يتم تحديد k؟ غالبا على أساس نافذة الموسمية، وذلك للتمكن من إزاحتها.
8. ما هو الفرق بين MM وMMP؟ ما هو الفرق عن MMC؟ في الأخيرة قيم المجموعة تضرب في معاملات من أجل إعطاء أهمية مناسبة لكل قيمة في المجموعة الجزئية. أما طريقة المتوسطات المتحركة التراكمية فتدرج في المتوسط كل المشاهدات المتوفرة.
9. ما هي طرق تموضع السلسلة المحولة؟ ولأي غرض تستخدم كل طريقة؟ إما أن يوضع أول متوسط مقابل آخر قيمة في المجموعة الأولى، أو مقابل أول قيمة في المجموعة الثانية، أو مقابل القيمة الوسيطة من المجموعة الأولى. الطريقتان الأولى والثانية تلائمان أكثر لغاية التنبؤ، والطريقة الثالثة تلائم أكثر غاية التحليل.
10. ما هو المقصود بالمركزة؟ أكتب صيغة المتوسطات المتحركة في حالتي (k = 4، و k = 6).
11. المركزة تستخدم عندما تكون k زوجية ويراد تموضع المتوسطات في وسط السلسلة، وتتم المركزة عن طريق إعادة تحويل السلسلة المحولة (المتوسطات المتحركة). مثلا:

MMC(4) = MM(2) de MM(4) Et MMC(6) = MM(2) de MM(6)

12. يفترض التنبؤ بطريقة المتوسطات المتحركة استقرار السلسلة، ماذا يعني ذلك؟ ولم هذا الافتراض؟

هذا يعني أن يكون التوقع الرياضي لقيم السلسلة هو نفسه لأي أفق h. لذلك يعتمد التنبؤ على القيم السابقة للحظة التنبؤ ولا يتغير مهما كان الأفق h، لذلك فهو لا يحتسب التوجه ولا الموسمية.

13. أكتب صيغ كل من مؤشرات الفروق والتشتت.

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|E_t|$$

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(E_t)^2$$

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(|E_t| \times 100/y_t)$$

$$V(\hat{y}) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - m_{\hat{y}})^2$$

$$S(\hat{y}) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - m_{\hat{y}})^2}$$

- ما هو الفرق بين مؤشرات الفروق ومؤشرات التشتت؟

مؤشرات الفروق تقيس دقة التقدير، مؤشرات التشتت تقيس مستوى التمهيد.

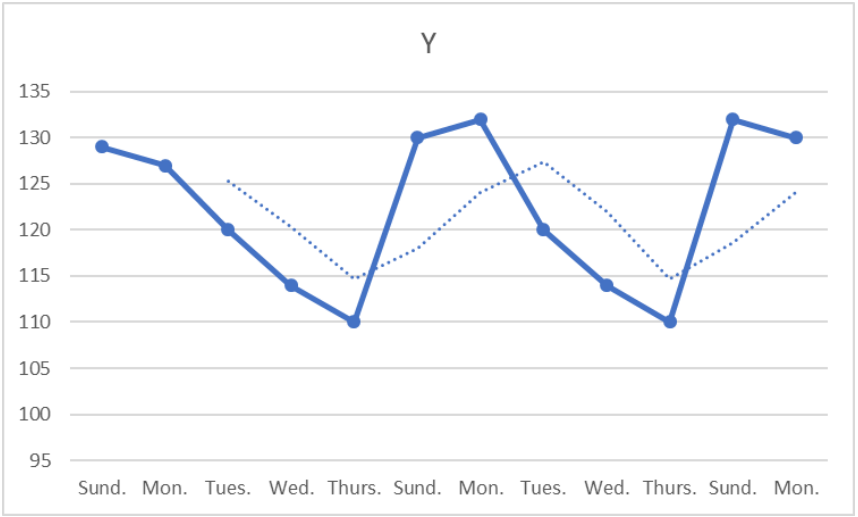
تمرين 2. المتوسطات المتحركة وإشارات السوق.

1. الفترة التي كانت فيها MM(50) تمثل سندا أو دعما للسلسلة الأصلية، هي الفترة إلى غاية الثلاثي الثاني من 2008. بعد ذلك أصبح خط MM(50) يمثل خط مقاومة.
2. الإشارة التي يعطيها الرسم للمستثمر في الفترة السابقة لثلاثي الثاني من 2008 هي الشراء. حتى في الفترتين A و B لا يغير سياسته لأنها تعد فترات تمهل (temporisation) فقط. أما بعد ذلك عندما يخترق خط متوسطات بدرجة 30 خط 50 فهي إشارة بيع، لإنه يدل على انقلاب التوجه نزولا، وذلك وفقا لاستراتيجية اختراق خط المدى القريب لخط المدى البعيد صعودا ونزولا.

تمرين 3. (MM، طمس الموسمية والتنبؤ في غياب توجه)

Day	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.
Y	129	127	120	114	110	130	132	120	114	110	132	130

- استخدم Excel للتمثيل البياني واستخراج MM(3). مع التعليق على المكونات.

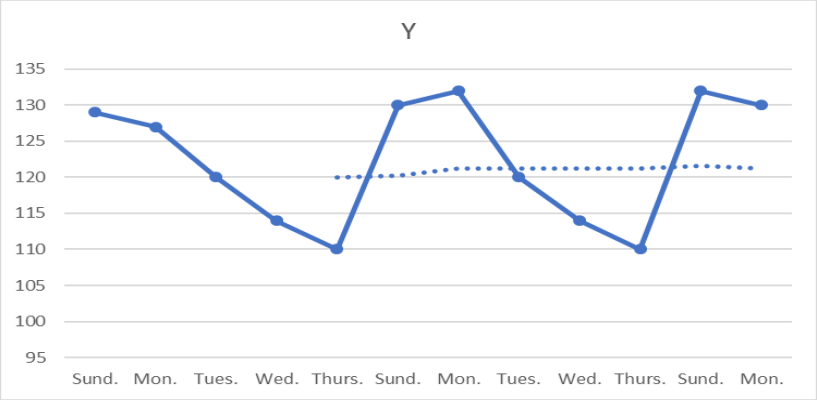


رسم توضيحي 7. خط MM(3) لا يظهر التوجه. للتمكن من طمس الموسمية وإظهار التوجه يتعين اختيار k موافق لنافذة الموسمية.

المكونات البارزة هي الموسمية والخطأ. صغر حجم العينة لا يسمح باستكشاف التوجه.

طريقة التموضع المستخدمة هي الطريقة الأولى.

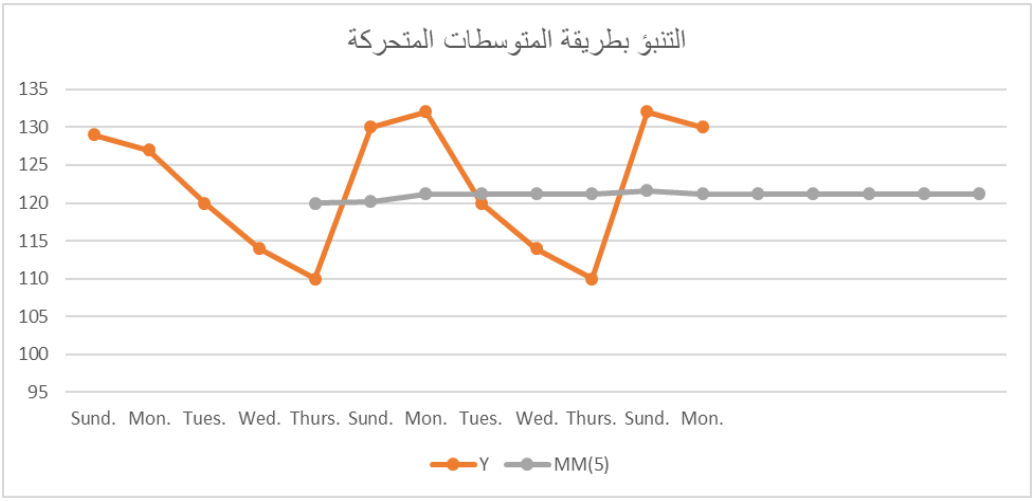
الدرجة المناسبة k لطمس الموسمية هي (k = 5).



رسم توضيحي 8. MM(5) سمح بطمس الموسمية وإظهار التوجه

في الرسم الجديد تم طمس الموسمية وإظهار التوجه بشكل أفضل، وذلك لأننا استخدمنا درجة متوسطات متحركة توافق نافذة الموسمية.

التقدير باستخدام MM(5):



رسم توضيحي 9. استخدام المتوسط للتنبؤ

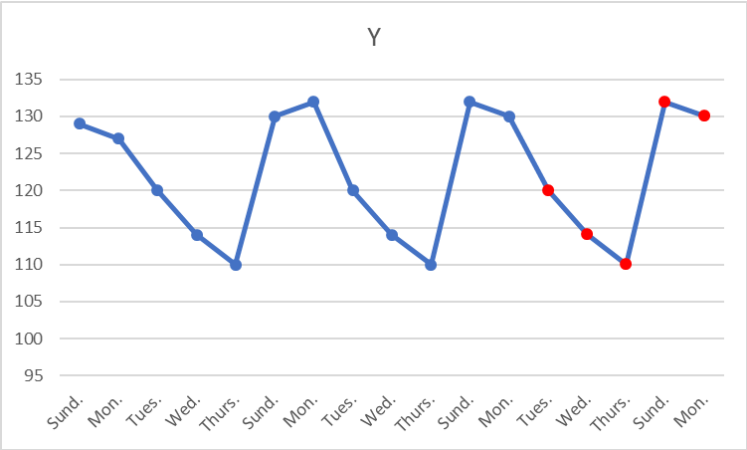
الرسم هنا يظهر جيدا التوجه عند استخدام k يوافق نافذة الموسمية.

التوقع للفترات المقبلة هو نفسه آخر قيمة في السلسلة المحولة.

لاحتساب الموسمية في التنبؤ البسيط نستخدم قيم نافذة الموسمية السابقة:

Day	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.	Tues.	Wed.	Thurs.	Sund.	Mon.
Y	129	127	120	114	110	130	132	120	114	110	132	130	120	114	110	132	130

التمثيل البياني لقيم السلسلة والتنبؤ للايام الخمس المقبلة مع إدراج الموسمية في التنبؤ البسيط:



رسم توضيحي 10. التنبؤ البسيط مع احتساب الموسمية

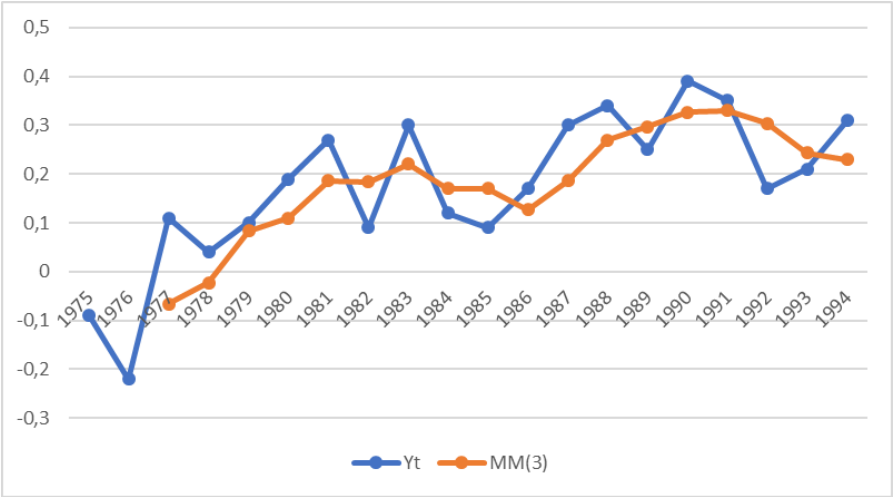
تمرين 4. (إظهار التوجه، وميزة الترجيح)

البيانات التالية تمثل تغير كمية الأمطار المتساقطة سنويا في "شرق أنجليا" خلال الفترة المبينة[1].

- المكونات التي يظهرها الرسم هي التوجه.
- استخدم المتوسطات المتحركة البسيطة من الدرجة 3 لطمس مكون الخطأ وإبراز التوجه العام والدورة إن وجدت. تظهر البيانات وجود توجه عام صاعد، مع انخفاض في منتصف المدة لكن استكشاف الدورة يحتاج إلى بيانات أكبر بكثير. (لاحظ أن البيانات هنا محولة بطرح المتوسط، ولذلك أتت بعض القيم سالبة).

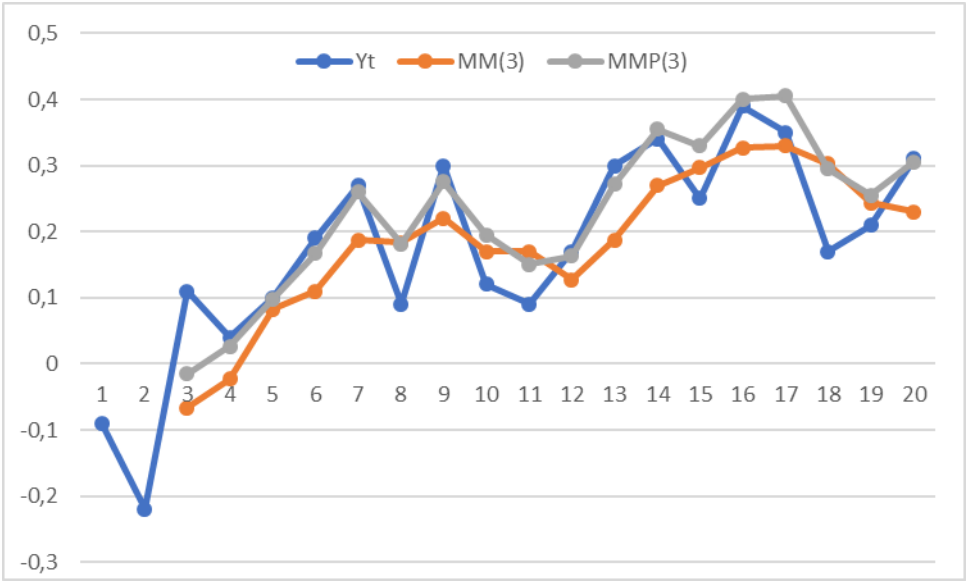
Year	Y_t	MM(3)	MMP(3)
1975	– 0,09	/	/
1976	– 0,22	/	/
1977	0,11	– 0,067	– 0,015
1978	0,04	– 0,023	0,027
1979	0,1	0,083	0,098
1980	0,19	0,11	0,167
1981	0,27	0,187	0,26
1982	0,09	0,183	0,182
1983	0,3	0,22	0,275
1984	0,12	0,17	0,195
1985	0,09	0,17	0,15
1986	0,17	0,127	0,163
1987	0,3	0,187	0,272
1988	0,34	0,27	0,355
1989	0,25	0,297	0,33
1990	0,39	0,327	0,4
1991	0,35	0,33	0,405
1992	0,17	0,303	0,295
1993	0,21	0,243	0,255
1994	0,31	0,23	0,305

[1] Source: Phil Hones, Climate Researche Unit; University of East Anglia.



رسم توضيحي 11. المتوسطات المتحركة تظهر توجها صاعدا لكن مع تراجع في منتصف ونهاية مدة الدراسة.

- استخدم MMP من الدرجة 3 بالأوزان 1، 2، 4 ثم مثلها بيانيا. ما هو الاختلاف بين هذا المنحنى ومنحنى المتوسطات المتحركة البسيطة؟ السلسلة الجديدة أكثر تطابقا مع السلسلة الاصلية، والسبب هو إعطاء وزن أعلى للقيمة الأحدث.

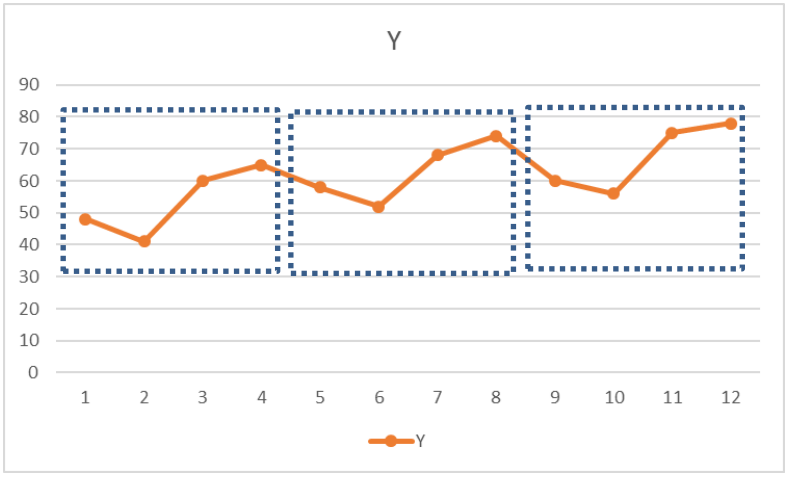


رسم توضيحي 12. MMP أكثر تتبعا للسلسلة الأصلية من MM.

تمرين 5. (المركزة ومؤشرات الخطأ)

لديك البيانات التالية لاستهلاك البنزين في محطة ما خلال 12 أسبوع.

- مثل السلسلة في رسم بياني وعلق على المكونات الملاحظة. المكونات الموجودة هي موسمية نافذتها 4، وتوجه صاعد.



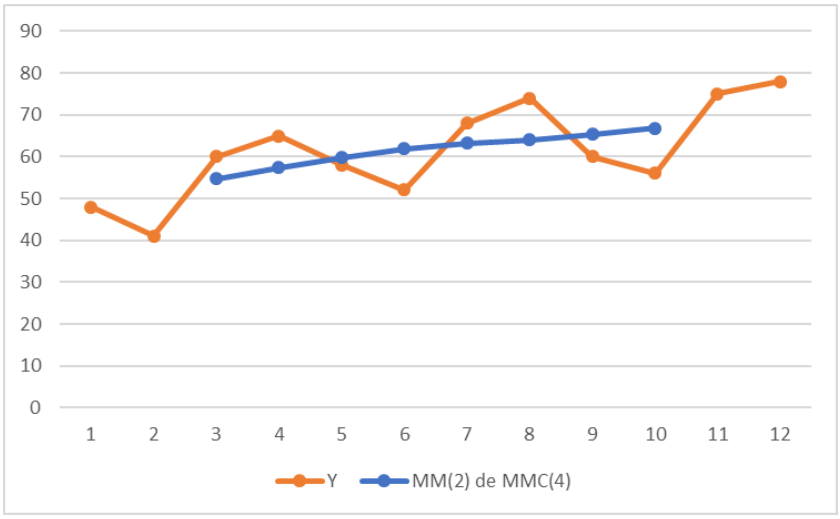
رسم توضيحي 13. موسمية نافذتها 4

- إذا كان علينا استخرج المتوسطات المتحركة لإظهار التوجه العام فما هي الدرجة المناسبة؟

علينا اختيار درجة توافق الموسمية وهي 4.

- استخدم Excel بطريقة محلل البيانات data analysis لاستخراج MMC(4) وتمثيلها بيانيا.

Week	Y	MMC(4)	MM(2) de MMC(4)
1	48	/	/
2	41	/	/
3	60	(48+41+60+65) / 4 = 53,5	(53,5+56) / 2 = 54,75
4	65	(41+60+65+58) / 4 = 56	(56+58,75) / 2 = 57,38
5	58	(60+65+58+52) / 4 = 58,75	(58,75+60,75) / 2 = 59,75
6	52	60,75	61,88
7	68	63	63,25
8	74	63,5	64
9	60	64,5	65,38
10	56	66,25	(66,25+67,25) / 2 = 66,75
11	75	(60+56+75+78) / 4 = 67,25	/
12	78	/	/

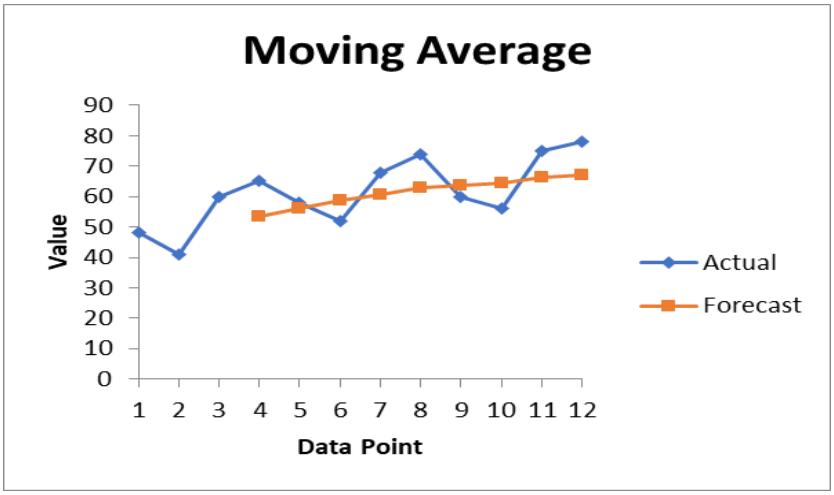


رسم توضيحي 14. المركزة لجعل خط المتوسطات المتحركة يتوسط السلسلة

باستخدام محلل البيانات data analyzer

Data → Data analysis
Select: 'Moving average'
In 'Input range:' Insert Y range (B1:B13)
Select 'Labels in first raw'
In 'Interval:' insert: '4'
In 'Output range' select column 'G'
Select 'Chart Output'

محلل البيانات لا يقوم بمركزة السلسلة المحولة، لذلك نحصل على MM(4) بطريقة التموضع الأولى (ابتداء من آخر قيمة في المجموعة الأولى).



رسم توضيحي 15. الرسم الذي يظهره محلل البيانات للمتوسطات المتحركة

حساب مؤشرات الخطأ ل MM(4):

Week	Y	MM(4)	|E|	E^2	|E|*100/y
1	48	/	/	/	/
2	41	/	/	/	/
3	60	/	/	/	/
4	65	/	/	/	/
5	58	(48+41+60+65)/4 = 53,5	|53.5 – 58|= 4,5	$4,5^2$ = 20,25	4.5*100/58 = 7,76
6	52	(41+60+65+58)/4 = 56	|56 – 52| = 4	4^2 = 16	4*100/52 = 7,69
7	68	58,75	9,25	85,56	13,60
8	74	60,75	13,25	175,56	17,91
9	60	63	3	9	5,00
10	56	63,5	7,5	56,25	13,39
11	75	64,5	10,5	110,25	14,00
12	78	66,25	11,75	138,06	15,06
		Sum	63,75	610,94	94,42
		Sum/n	**MAE = 63.75/8 = 7,97**	**MSE = 76,37**	**MAPE = 11,80**

المراجع

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Droesbeck, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Belgique: Ellips.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Ritzman Larry et al. (2004). *Management des opérations, principes et application.* Paris: Pearson Education.

تمهيد هولت– وينتر

فصل 6. تمهيد هولت – وينتر.....155

1. تمهيد هولت – وينترز للنموذج الجدائي..... 155

1-2. تعريف بالطريقة.....155

2-2. خطوات الحساب.....156

2. تمهيد هولت – وينترز للنموذج الجمعي..... 161

1-2. تعريف بالطريقة.....161

2-2. خطوات الحساب.....161

3. التنبؤ ثلاثي العوامل (HW) في Excel و R..... 164

3-1. باستخدام الدوال.....164

3-2. ورقة التنبؤ Forecast Sheet.....168

3-3. استخدام محلل البيانات للنموذج الجمعي.....170

3-2. تمهيد HW في R.....175

4. حوصلة..... 177

5. سلسلة تمارين..... 178

6. الحلول..... 182

فصل 6. تمهيد هولت - وينترز

تمهيد HW للنموذج الجدائي – تمهيد HW للنموذج الجمعي – **في** Excel – **تمارين**

توطئة. رأينا في الفصل السابق أن نموذج براون (1923 –2013) ونموذج هولت (1957) Holt للتمهيد الأسي المضاعف يحتسبان التوجه لكنهما لا يحتسبان الموسمية. لذلك قام تلميذ هولت، بيتر وينترز Winters, (1960) بتحسين نموذج أستاذه بإدراج الموسمية من خلال معامل ثالث، فيما سمي بعد ذلك بتمهيد هولت –وينترز ثالثي المعالم، ويسمى أيضا أحيانا تمهيد وينترز أو يسمى التمهيد الثلاثي، ويسمى أحيانا التمهيد المضاعف!. في 2003 قام جامس تايلر (2003) Taylor, بإدراج حالة تعدد الموسميات في دراسة على الطلب على الكهرباء في المدى القصير. يحتسب نموذج هولت–وينترز يسمح بمعالجة الموسمية والتوجه معا، ويأخذ في الاعتبار تغير التوجه أو انعدامه أو تغير الموسمية. تختلف طريقة الحساب بحسب كون النموذج جمعي أم جدائي.

.الهدف في هذا الفصل هو فهم متى نستخدم تمهيد هولت–ونترز، وفهم مدلول معالم الطريقة، والتحكم في حسابات التمهيد والتنبؤ يدويا وباستخدام.Excel

1. تمهيد هولت – وينترز للنموذج الجدائي

تعريف بالطريقة

خطوات التمهيد والتنبؤ

1-2. تعريف بالطريقة

يسمح التمهيد هولت–وينترز باحتساب التوجه والموسمية، ويمتاز النموذج الجدائي لتمهيد هولت–وينترز بأنه يستوعب تغير المكونات وارتباطها ببعضها. مقارنة بالتمهيدين الأسيين البسيط والمضاعف، يمتاز تمهيد هولت–وينترز بعمومية أكبر.

الجدول التالي يبين متى يستخدم كل من النماذج الثلاث: البسيط، المضاعف والثلاثي:

يقوم تمهيد HW على تفكيك التنبؤ إلى مكونات السلسلة، وتقدير كل مكون على حدة ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة. صيغة التمهيد هولت–وينترز للنموذج الجدائي هي كالتالي:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) \times S_{t+h-p} \quad \ldots.(1)$$

حيث:

$$L_t = \alpha(Y_t/S_{t-p}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad \ldots(2)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad \ldots(3)$$

$$S_t = \gamma(Y_t/L_t) + (1-\gamma)S_{t-p} \quad \ldots(4)$$

L_t: المستوى في t، يقدر من الحاضر بإزاحة الموسمية عن Y_t، ومن الماضي بجمع المستوى والتوجه السابقين.

T_t: التوجه في t، يقدر من الحاضر بفرق المستوى الحالي عن السابق، ومن الماضي بالتوجه السابق.

S_t: الموسمية في t، تقدر من الحاضر بإزاحة المستوى عن Y_t ومن الماضي بمعامل الموسمية الموافق في النافذة السابقة.

P: نافذة الموسمية

h: أفق التنبؤ

α: تحدد تمهيد المستوى؛ وهي قيمة أكبر من 0 وأقل من 1، القيم الأقرب ل 1 تعطي وزنا أكبر للقيم الحديثة ل Y مما يجعل التمهيد أكثر مرونة وأقل استقرارا؛ والقيم الصغيرة تعطي وزنا أكبر للقيم القديمة مما يجعل التمهيد أقل مرونة.

β: تحدد تمهيد مكون التوجه، قيمتها بين 0 و1، القيم الأعلى تعطي وزنا أكبر للقيم الحديثة ل T_t.

γ: تحدد تمهيد مكون الموسمية، قيمتها بين 0 و1، القيم الأعلى تعطي وزنا أكبر للقيم الحديثة ل S_t.

2-2. خطوات الحساب

1 – **تحديد النموذج:** التمثيل البياني يساعد في تحديد التمهيد المناسب وتحديد نافذة الموسمية p (التحقق من وجود موسمية واضحة وواحدة) وتحديد معاملات التمهيد الثلاث.

2– **الإبتداء:** لمعاملات الموسمية Sj والمستوى والتوجه:

$S_j = Y_j/m(Y_j)$, j = 1, …, p.

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1$

$T_{p+1} = L_{p+1} - L_p = L_{p+1} - Y_p/S_p$

3- **التمهيد والتنبؤ:** حساب S_{p+1} باستخدام المعادلة (4)، ثم اكمال التمهيد والتنبؤ باستخدام المعادلات من 1 إلى 4. التنبؤ حسب الدالة (1) يكون باستخدام آخر قيمة ل L_t و T_t ومعاملات الموسمية للنافذة السابقة.

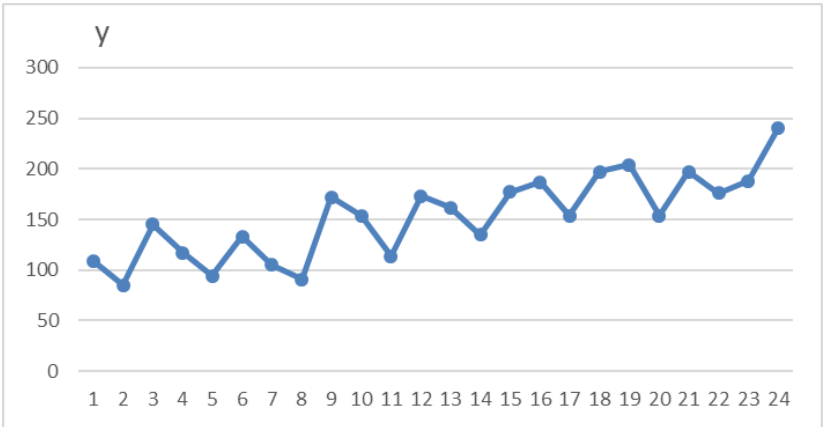
4- **تقييم وتحسين النموذج:** بعد التمهيد نحتاج إلى تفحص جودة التمهيد والتنبؤ وربما العمل على تحسينهما. تقييم جودة التمهيد تكون من خلال الرسم البياني (للسلسلة مع التمهيد والتنبؤ) والرسم البياني لمكون الخطأ (والذي نريده أن يكون عشوائيا أي خاليا من الأنماط) أو أيضا من خلال حساب مؤشرات الدقة MSE، MAE، MAPE ... (في Excel يمكن القيام بذلك باستخدام البرنامج الملحق SOLVER).

مثال: لديك الطلب الشهري على منتج مؤسسة ما خلال سنتي 2001 و2002.

- قم بالتمثيل البياني للسلسلة للتحقق من المكونات.
- هل يصلح تمهيد LES ؟ LED ؟ HW ؟
- إستخدم تمهيد HW بالمعاملات 0.07، 0.27، 0.47 على التوالي لتمهيد السلسلة والتنبؤ للأشهر المقبلة.

2001	janv-01	févr-01	mars-01	avr-01	mai-01	juin-01	juil-01	août-01	sept-01	oct-01	nov-01	déc-01
y	109	85	145	117	94	133	105	91	172	154	114	173
2002	janv-02	févr-02	mars-02	avr-02	mai-02	juin-02	juil-02	août-02	sept-02	oct-02	nov-02	déc-02
y	162	135	177	187	154	197	204	154	197	176	188	241

1- الخطوة الأولى: التمثيل البياني لاستكشاف المكونات وتحديد التمهيد المناسب ونافذة الموسمية.



رسم توضيحي 1. التمثيل البياني للسلسلة من أجل تحديد التمهيد المناسب- هنا وجود موسمية يقتضي استخدام تمهيد HW

تتضمن السلسلة توجها وموسمية، لذلك لا يصلح التمهيد الاسي البسيط ولا المضاعف، نستخدم إذن تمهيد HW. رغم أن الموسمية هنا مستقرة لا بأس أن نستخدم الطريقة الجدائية. نافذة الموسمية هنا: p = 3

2– إبتداء Sj في النافذة الأولى:

$M(y_j) = (109+85+145)/3 = 113;$

$S_1 = Y_1/M(Y_j) = 109/113 = 0.96;$

$S_2 = Y_2/M(Y_j)\ 85/113 = 0.75;$

$S_3 = 145/113 = 1.28$

3– إبتداء L و T في النافذة الثانية:

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1 \Rightarrow L_4 = Y_4/S_1 = 117/0.96 = 121;$

$T_{p+1} = L_{p+1} - L_p \Rightarrow T_4 = 121 - 145/1.28 = 8.29$

4– التمهيد:

$$S_4 = \gamma\left(\frac{Y_4}{L_4}\right) + (1-\gamma)S_{4-3} = 0.47(117/121) + (1-0.47)0.96 = 0.96$$

$$\hat{y}_4(1) = (L_4 + 1 \times T_4) \times S_{4+1-3} = (121 + 8.29) \times 0.75 = 97$$

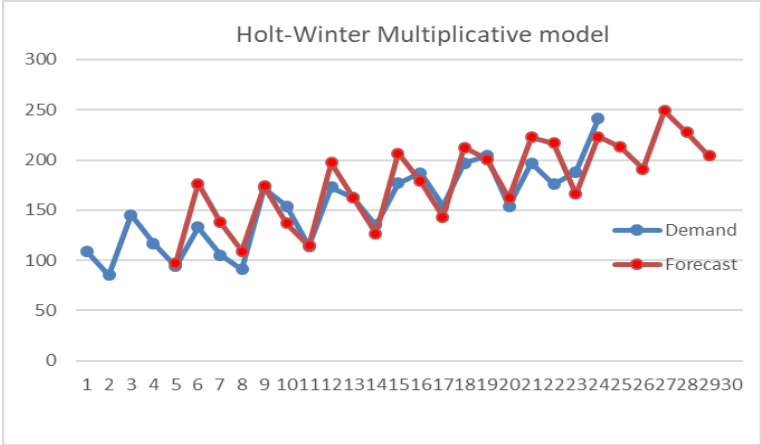
$$L_5 = \alpha\left(\frac{Y_5}{S_{5-3}}\right) + (1-\alpha)(L_4 + T_4) = 0.07\left(\frac{94}{0.75}\right) + 0.93(121 + 8.29) = 129$$

$$T_5 = \beta(L_5 - L_{5-1}) + (1-\beta)T_{5-1} = 0.27(129 - 121) + 0.73(8.29) = 8.21$$

t	month	y	L	T	S	^y	E	|E|	E%	E²
1	janv-01	109			0,96					
2	févr-01	85			0,75					
3	mars-01	145			1,28					
4	avr-01	117	121	8,29	0,96	97	94 – 97	3	4	12
5	mai-01	94	129	8,21	0,74	176	-43	43	33	1 883
6	juin-01	133	135	7,57	1,14	138	-33	33	31	1 064
7	juil-01	105	140	6,93	0,86	109	- 18	18	20	325
8	août-01	91	146	6,47	0,69	174	- 2	2	1	3
9	sept-01	172	152	6,44	1,14	137	17	17	11	301
10	oct-01	154	160	6,82	0,91	114	- 0	0	0	0
11	nov-01	114	167	6,81	0,69	197	- 24	24	14	588
12	déc-01	173	172	6,41	1,08	162	- 0	0	0	0
13	janv-02	162	178	6,40	0,91	127	8	8	6	71
14	févr-02	135	185	6,64	0,71	207	- 30	30	17	887
15	mars-02	177	190	6,11	1,01	179	8	8	4	71
16	avr-02	187	197	6,29	0,93	143	11	11	7	113
17	mai-02	154	204	6,57	0,73	213	- 16	16	8	241
18	juin-02	197	210	6,28	0,98	201	3	3	2	12
19	juil-02	204	216	6,35	0,94	162	- 8	8	5	66

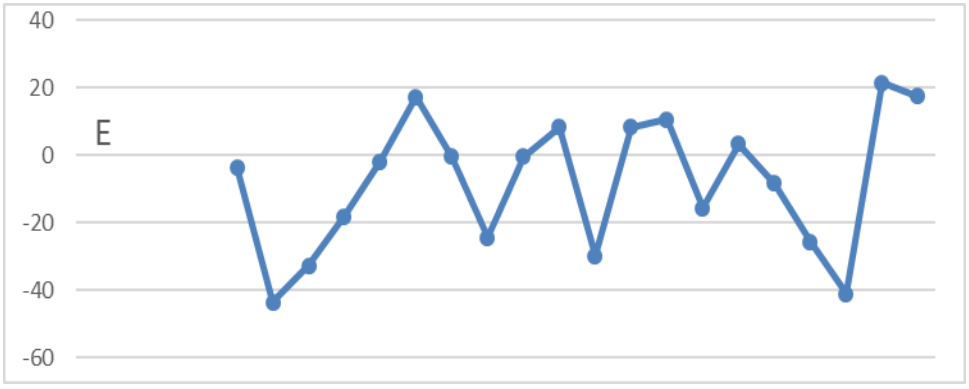
20	août-02	154	222	6,14	0,71	222	- 25	25	13	647
21	sept-02	197	226	5,65	0,93	217	- 41	41	23	1 669
22	oct-02	176	229	4,82	0,86	166	22	22	12	468
23	nov-02	188	236	5,39	0,75	223	18	18	7	311
24	déc-02	241	242	5,75	0,96	213				
25	janv-03		(242 + 2 x 5,75) x 0,75 =			191		17	11	21
26	févr-03		(242 + 3 x 5,75) x 0,96 =			249		MAE	MAPE	RMSE
27	mars-03		(242 + 4 x 5,75) x 0,86 =			228				
28	avr-03		(242 + 5 x 5,75) x 0,75 =			204				
29	mai-03									

5. تقييم وتحسين النموذج: مؤشرات الخطأ لا بأس بها مقارنة مع قيم y. يبقى تفحص الخطأ والتنبؤ.



رسم توضيحي 2. التمثيل البياني للسلسلة والتمهيد. لاحظ أن التمهيد يبدأ من الشهر الخامس.

التمثيل البياني أعلاه للسلسلة والتمهيد يظهر تطابقا جيدا بين السلسلة والتمهيد، مع فروق في بداية وفي نهاية الفترة، وهذا بسبب سلوك Y في هاتين الفترتين خارج نمطها المعتاد. يظهر هذا بوضوح أكثر في التمثيل البياني أدناه للخطأ. عدا هذا، هناك تناوب عشوائي للخطأ بين القيم الموجبة والسالبة. ليس هناك إذن ما يدعو للقلق بشأن التمهيد. (وإلا يمكن أن نغير المعاملات أو حتى نغير طريقة الابتداء).



رسم توضيحي 3 التمثيل البياني للخطأ. ليس هناك نمط وإنما توزيع لسحابة النقاط عشوائيا حول الصفر.

لاحظ.

- تسمى الخطوتين 2 و3 **الابتداء**. هناك عدة طرق لابتداء مكونات السلسلة L وT وS. يبتدئ البعض L وT مباشرة من المشاهدة الثانية، والبعض الأخر يبتدئ المستوى والتوجه L وT من خلال القيام بتحليل انحدار بسيط على بيانات النوافذ الأربع أو الخمس الأولى أو على نصف مدة البيانات (في Excel نستخدم الدالتين Slop وIntercept). كذلك يبتدئ البعض $(S_t = m_j/m)$ لكل المدة وليس فقط على أساس النافذة الأولى. نتائج التمهيد قد تكون حساسة لطريقة الابتداء إذا كانت البيانات قليلة.
- يمكن تجريب تمهيد HW للنموذج الجدائي والجمعي ومن ثم المفاضلة بينهما من خلال مؤشرات الدقة. هذه الأخيرة تحسب أحيانا باحتساب درجات الحرية أي:

$$MSE = \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2/(T-3);$$
$$MAE = \sum_t |y_t - \hat{y}_t|/(T-2)$$

2. تمهيد هولت – وينترز للنموذج الجمعي

تعريف بالطريقة

خطوات التمهيد والتنبؤ

2-1. تعريف بالطريقة

النموذج الجمعي ل HW أقل شهرة من النموذج الجدائي، ربما لأنه يفترض ثبات الموسمية مع الوقت، وهو أمر قد يكون قليل التحقق عمليا. مثل النموذج الجدائي يقوم تمهيد HW للنموذج الجمعي على تفكيك التنبؤ إلى مكونات السلسلة، وتقدير كل مكون على حدة، ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة. صيغة التمهيد هولت–وينترز للنموذج الجمعي تختلف في أن احتساب الموسمية يكون بالجمع (بدل الجداء) وإزاحتها تكون بالطرح (بدل القسمة):

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) + S_{t+h-p} \quad \ldots.(5)$$

حيث المكونات الثلاث تقدر كما يلي:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \ldots\ldots (6)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \ldots\ldots (7)$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-p} \ldots\ldots (8)$$

تعريف المكونات ودور المعاملات ومجالها لا يختلف عن النموذج الجدائي.

2-2. خطوات الحساب

1- **تحديد النموذج:** خاصة نافذة الموسمية، مثلا من خلال الرسم، والتحقق من وجود موسمية واضحة ومستقلة.

2- **الإبتداء:** النافذة الأولى (الموسمية، والمستوى، والتوجه) كما يلي:

$$S_j = y_j - m(y_j),\ j = 1, \ldots, p$$
$$L_p = y_p - S_p$$
$$T_p = 0$$

3- **التمهيد والتنبؤ:** استكمال التمهيد في الفترة الثانية للنافذة الثانية باستخدام المعادلات 5 إلى 8، ثم التنبؤ للفترات المقبلة حسب المعادلة (5) باستخدام آخر قيمة ل L_t وT_t، مع تغيير الأفق h، واستخدام معاملات الموسمية من النافذة السابقة.

4- **تقييم وتحسين النموذج:** كما في النموذج الجدائي نقيم التمهيد والتنبؤ من خلال الرسم ومن خلال مؤشرات التقدير، وإن تطلب الأمر نحسن النموذج من خلال تغيير معاملات المكونات بحيث نقلل المؤشرات التقدير، العملية ثقيلة بالحسابات، ولحسن الحظ تقوم البرمجيات الإحصائية تلقائيا باختيار معاملات التمهيد الثلاث بحيث تقلل مؤشرات التقدير.

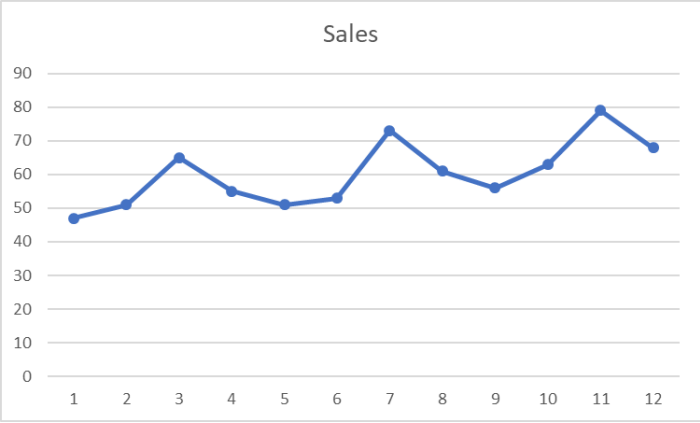
مثال. البيانات التالية هي للمبيعات الثلاثية في سنوات 2008–2009–2010.

Year	2008				2009				2010			
Qtr	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Sales	47	51	65	55	51	53	73	61	56	63	79	68

- إذا علمت أن البيانات تتضمن موسمية مستقرة نافذتها 4، إستخدم معاملات التمهيد 0.2، 1، 0.6 للقيام بتمهيد HW للنموذج الجمعي.
- أحسب القيم المتوقعة للمبيعات في السنة المقبلة.
- أحسب الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ MSE.

الحل:

1- تحديد النموذج من خلال الرسم:



الرسم البياني يظهر أن التمهيد الاسي البسيط لا يصلح لتمهيد السلسلة نظرا لوجود موسمية وتوجه، والتمهيد الاسي المضاعف أيضا لا يصلح نظرا لوجود موسمية، بقي النموذج المناسب هو تمهيد HW. وبما أن الموسمية مستقرة يمكن استخدام النموذج الجمعي. نافذة الموسمية كما يبينها الرسم هي p = 4.

2- **الابتداء:** نحسب معاملات الموسمية الأربع ثم Lp ثم Tp:

$M(y_j) = (47 + 51 + 65 + 55)/4 = 54.5$

$S_1 = 47 - 54.5 = -7.5$;
$S_2 = 51 - 54.5 = -3.5$;
$S_3 = 65 - 54.5 = 10.5$;
$S_4 = 55 - 54.5 = 0.5$.

$L_4 = Y_4 - S_4 = 55 - 0.5 = 54.5$;
$T_4 = 0$.

3- **التمهيد والتنبؤ** باستخدام المعادلات لحساب L_t، T_t، S_t، Y_t.

$$\hat{y}_4(1) = (L_4 + 1 \times T_4) + S_{4+1-4} = 54.5 + 0 - 7.5 = 47$$

$$L_5 = 0.2(Y_5 - S_{5-4}) + 0.8(L_{5-1} + T_{5-1}) = 0.2(51 - (-7.5)) + 0.8(54.5 + 0) = 55.3$$

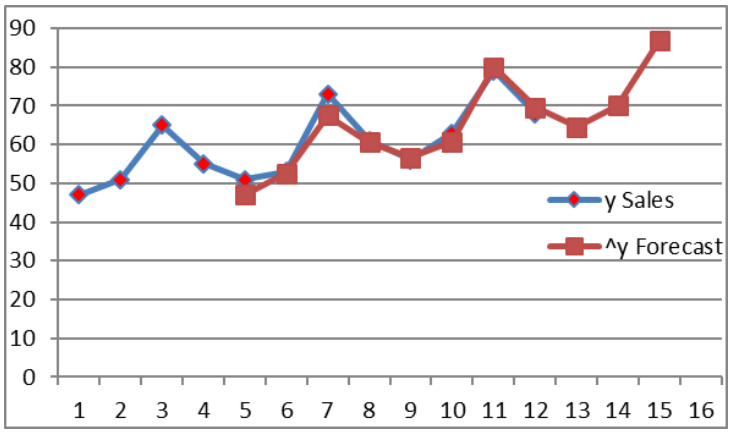
$$T_5 = 1(L_5 - L_{5-1}) + (0)T_{5-1} = 1(55.3 - 54.5) + 0(0) = 0.8$$

$$S_5 = 0.6(Y_5 - L_5) + 0.4S_{5-4} = 0.6(51 - 55.3) + 0.4(-7.5) = -5.6$$

$$\hat{y}_5(1) = (L_5 + 1 \times T_5) + S_{5+1-4} = 55.3 + 0.8 - 3.5 = 52.6$$

Year	Qtr	t	y	L	T	S	^y	E= y – ^y
2008	1	1	47			-7,5		
	2	2	51			-3,5		
	3	3	65			10,5		
	4	4	55	54,5	0,00	0,5	47,0	
2009	1	5	51	55,3	0,80	-5,6	52,6	51 – 47 = 4,0
	2	6	53	56,2	0,88	-3,3	67,6	53 – 52,6 = 0,4
	3	7	73	58,1	1,97	13,1	60,6	73 – 67,6 = 5,4
	4	8	61	60,2	2,04	0,7	56,7	0,4
2010	1	9	56	62,1	1,91	-5,9	60,7	-0,7
	2	10	63	64,5	2,37	-2,2	80,0	2,3
	3	11	79	66,7	2,18	12,7	69,5	-1,0
	4	12	68	68,5	1,88	0,0	64,5	68 – 69,5 = -1,5
2011	1	13					70,1	**MSE = 6,85**
	2	14					86,8	
	3	15					86,8	
	4	16						

لاحظ أن التقدير يتبع جيدا قيم Y مما أعطى خطأ ضئيلا MSE= 6.85 وهذا الأمر يشاهد عندما تكون السلسلة تتبع موسمية محددة وتوجه واحد بدون تغيرات مفاجئة.



رسم توضيحي 4. التمثيل البياني للسلسلة مع التمهيد والتنبؤ للسنة المقبلة.

لاحظ:

نحسب MSE في Excel في المثال كما يلي:

- إما أن نحسب الفروق E_t، مثلا في I13:I20 ثم نستخدم الدالة:

=SUMSQ(I13 :I20)/COUNT(I13 :I20)

- أو حتى بدون استخراج الفروق: إذا كانت قيم Y في المجال H13:H20 وقيم ^Y في D13:D20 نكتب الدالة التالية:

= SUMXMY2(H13:H20;D13:D20)/COUNT(H13:H20)

3. التنبؤ ثلاثي العوامل *(HW)* في *Excel* و *R*

استخدام الدوال Forecast.Ets

استخدام ورقة التنبؤ Forecastsheet

استخدام محلل البيانات data analysis

استخدام الدالة HoltWinters() و Predict() في R

3-1. باستخدام الدوال

يعطي Excel مجموعة من الدوال التي يمكن استخدامها للتنبؤ في حالة وجود كل من التوجه والموسمية في السلسلة أو أحد هذين المكونين. تسمح هذه الدوال بتقدير ^y ولكن أيضا لتقدير الموسمية وهامش الخطأ حول القيمة المقدرة بمستوى ثقة ما، وأيضا لاستخراج إحصائيات أخرى.

الدالة Forecast.ETS

يمكن في Excel 2016 استخدام الدالة Forecast.ETS للتوقع بطريقة التمهيد HW. صيغة الدالة هي كالتالي:

=Forecast.ets(target-date;values;timeline;[seasonality];[data-completion];[aggregation])

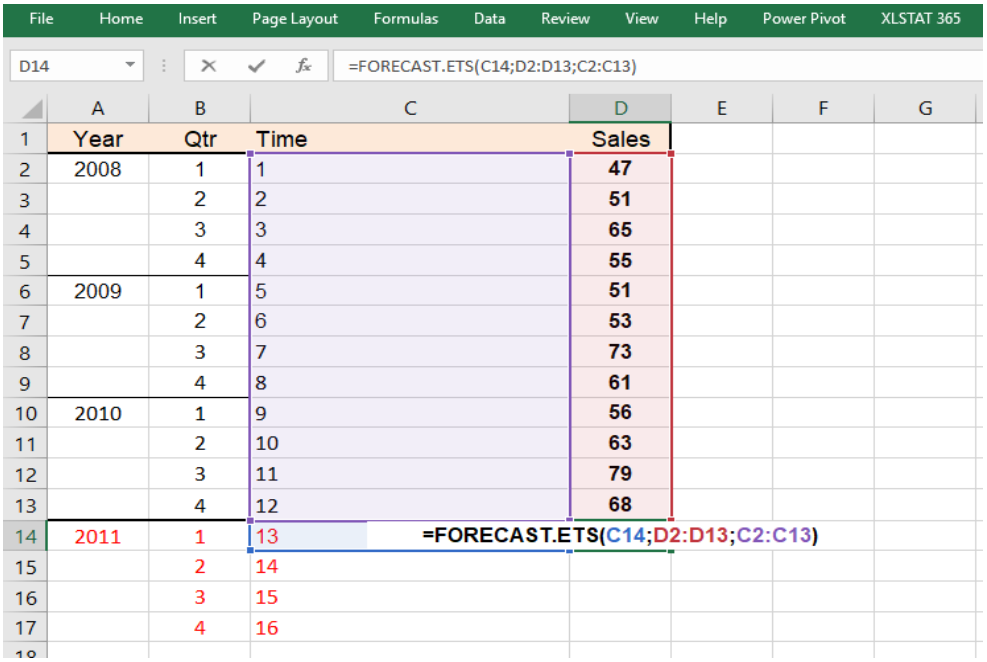
حيث:

- target-date: التاريخ المستهدف (معبر عنه بقيمة ل t، في المثال أعلاه أول قيمة هي 13)؛
  - values: هي قيم y المعلومة،
  - timeline: قيم t التي تقابل القيم المعلومة ل y.

المدخلات الثلاث الموالية اختيارية، أي يمكن تركها بدون تعبئة، وغالبا يغلق القوس دونها:

- نافذة الموسمية (Seasonality): نترك البرنامج يحسبها، أو ندخل قيمة p، أو نضع 0 إذا لم تكن هناك موسمية ونترك بالتالي Excel يقوم بتنبؤ خطي.
- معالجة القيم المفقودة (Data-Completion): نضع الصفر لوضع 0 في الخانات الفارغة، ونضع 1 إذا أردنا ترك Excel يضع متوسط القيمتين المجاورتين، ويمكن اختيار خيارات أخرى، مثل الوسيط. يقبل Excel البيانات الناقصة على ألا تتجاوز 30 بالمئة من البيانات.
- المدخل الثالث هو (Aggregation) ويستخدم في حالة وجود أكثر من قيمة في الفترة الواحدة، أي وجود قيمتين أو أكثر (خليتين أو أكثر) لهما نفس التاريخ، في هذه الحالة يمكن للبرنامج أن يضع المتوسط وهي الحالة الابتدائية أو يمكن اختيار حل آخر مثل الوسيط أو المجموع أو القيمة الدنيا أو القيمة القصوى.

في المثال السابق نحسب التوقع للثلاثي الأول من سنة 2011 كما يلي:



صورة 1. استخدام الدالة Forecast.ets للتنبؤ في حالة وجود موسمية.

يمكن نسخ الخلية إلى الأسفل للتنبؤ لفترات موالية، مثلا لكل السنة، فتأتي النتائج كما يلي:

Year	Qtr	t	Y	^Y
2011	1	13		63,91039418
	2	14		67,85965626
	3	15		84,99340911
	4	16		74,37771666

حساب نافذة الموسمية بالدالة Forecast.ETS.Seasonality

=Forecats.ets.Seasonality(values;timeline;[data-completion];[aggregation])

تستخدم لحساب نافذة الموسمية، مثلا لمعرفة النافذة التي استخدمها البرنامج. مدخلات الدالة الضرورية هي فقط قيم y و قيم t.

مثال: في المثال أعلاه نكتب:

= Forecast.ets.Seasonality(D3:D14;C3:C15)

حساب هامش الخطأ بالدالة Forecast.ETS.Confint

صيغة الدالة هي كما يلي:

=Forecast.ETS.Confint(target-date;values;timeline; [confidence level];[seasonality];[data-completion];[aggregation])

يسمح **'هامش الخطأ'** (EM: Error Margin) حول القيمة التقديرية بحساب مجال الثقة حول القيمة التقديرية بمستوى ثقة معين، غالبا 95 بالمئة. يتم ذلك من خلال طرح هامش الخطأ من القيمة التقديرية للحصول على القيمة الدنيا لمجال الثقة، وإضافة هامش الخطأ إلى القيمة التقديرية للحصول على القيمة القصوى لمجال الثقة.

$$\hat{y} - EM;\ \hat{y} + EM$$

مثال: في المثال أعلاه، لحساب هامش الخطأ للتقدير الأول نكتب:

= Forecast.ETS.Confint(C13;D3:D14;C3:C15)

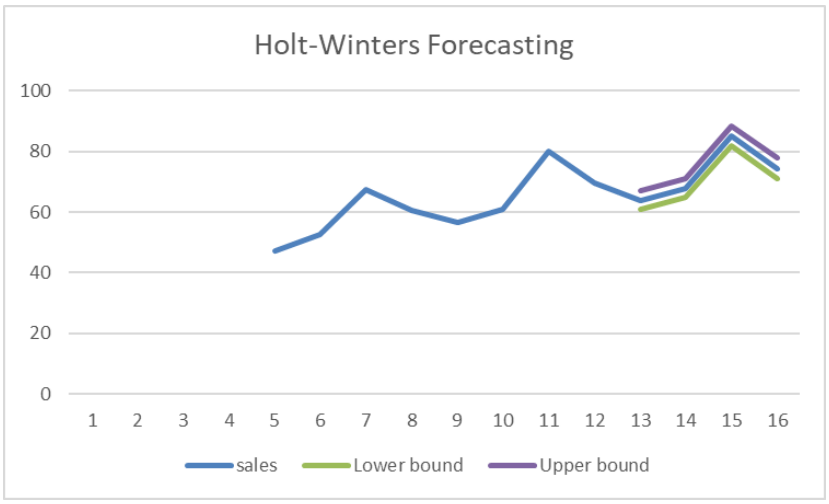
لحساب مجال الثقة نطرح هذه القيمة ثم نضيفها للقيمة التقديرية $\hat{y}_{13}$. نكرر هذه العملية من أجل $\hat{y}_{14}$، إلى $\hat{y}_{16}$ لكي نحصل على مجالات الثقة للقيم المتوقعة الأربعة. تأتي النتائج كما يلي:

'=forecast.ets(…'	'=forecast.ets.CONFINT(…'	lower bound	uper bound
64	3	61	67
68	3.01	64.99	71.01
85	3	82	88
74	3	71	78

هذا يعني مثلا أن القيمة التقديرية للمبيعات في الثلاثي الأول من سنة 2011 هو 64، بهامش خطأ 3، أو إذا أردنا أن نقدره بمجال نقول أنه ينتمي إلى المجال [67 ; 61] بمستوى ثقة 95 بالمئة.

التمثيل البياني لمجال الثقة

يمكن استخدام التمثيل البياني ل y وتحتها قيم y^ المستقبلية وبجوارها حدي مجال الثقة للتقدير. هذا يسمح بإظهار السلسلة y وامتدادها إلى المستقبل ومجال الثقة. في المثال أعلاه يأتي الرسم كما يلي.



رسم توضيحي 5. التمثيل البياني للسلسلة والتوقعات للسنة المقبلة مع مجال الثقة.

حساب إحصائيات التقدير بالدالة Forecast.ETS.Stat

يمكن استخدام البرمجيات أو استخدام SOLVER في Excel للبحث عن قيم معاملات التمهيد ألفا، بيتا وقاما بحيث تقلل متوسط مربعات الفروق MSE أو أيضا متوسط القيمة المطلقة للفروق MAE.

لاستخراج إحصائيات التقدير، نستخدم الدالة أعلاه. تعطي الدالة 8 أنواع من الإحصائيات: معاملات التمهيد، ومؤشرات الدقة. صيغة الدالة هي كما يلي:

=Forecast.ets.Stat(values;timeline;statistic-type;[seasonality];[data-completion];[aggregation])

المدخلات هي نفسها مع الدوال السابقة ما عدا Statistic-type. هذه الأخير تسمح باختيار الإحصائية المطلوبة، وعادة نكرر الدالة وفي كل مرة نطلب رقم مختلف من 1 إلى 8. لتفادي تكرار كتابة الدالة يمكن استخدام نسخ لصق الخلية إلى الأسفل، ولكن يتعين تثبيت مجال خلايا t ومجال خلايا y، وبعد اللصق ندخل إلى الخلايا ونغير رمز الإحصائية. في المثال أعلاه نكتب:

=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;1)
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;2)
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;

فنحصل على النتائج التالية:

Alpha	0,25
Beta	0,00
Gamma	0,00
MASE	0,10
SMAPE	0,02
MAE	0,97
RMSE	1,24

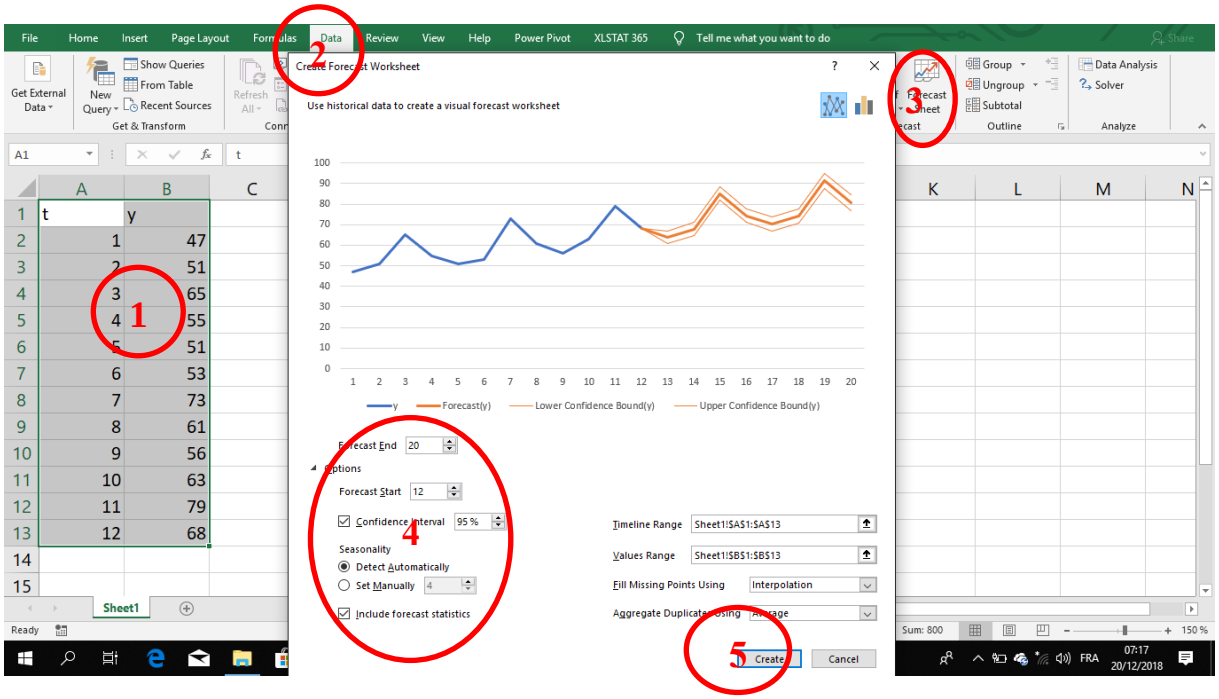
للتذكير، المعاملات ألفا و بيتا و قاما تمثل وزن القيم الحديثة في المستوى، والتوجه والموسمية.

2–3. ورقة التنبؤ *Forecast Sheet*

يمكن في Excel 2016 استخدام أيقونة 'Forecast Sheet' للتنبؤ بطريقة HW. القيم المتوقعة تستخدم نفس الدالة 'Forecast.ets' للتوقع في حالة وجود الموسمية. الخطوات هي كالتالي:

1. تحديد البيانات بما فيها متغيرة الزمن في شكل مؤشر من 1 إلى n.
2. من قائمة 'Data' إختر 'Forecast Sheet'
3. أدخل إلى مربع المدخلات لطلب إحصائيات التنبؤ أو لتغيير الموسمية أو تغيير نقطة انتهاء التنبؤ (Forecast End) لجعله أطول أو أبكر. نتيجة التغيير تظهر مباشرة على الرسم. يمكن أيضا تغيير نقطة بداية التنبؤ (Forecast Start) وجعلها أبكر مما يسمح بالمقارنة بين التوقع والجزء الأخير من البيانات الفعلية. يمكن أيضا الدخول إلى (Time Range) و (Values Range) لتغيير البيانات المستخدمة في التنبؤ، مثلا يمكن جعل Excel يعتمد على البيانات الحديثة ويتجاهل البيانات الأولى في السلسلة، إذا رأى أن الوضع القديم تغير ولا يأثر على المستقبل، أو أيضا الاعتماد على البيانات القديمة ويتجاهل القيم الحديثة في السلسلة، إذا شعر أن القيم الأخيرة ظرفية ولن تستمر. يمكن أيضا تغيير مستوى الثقة للحصول على دقة أعلى في التنبؤ (بمستوى ثقة أقل) أو مستوى ثقة أعلى (دقة أقل).

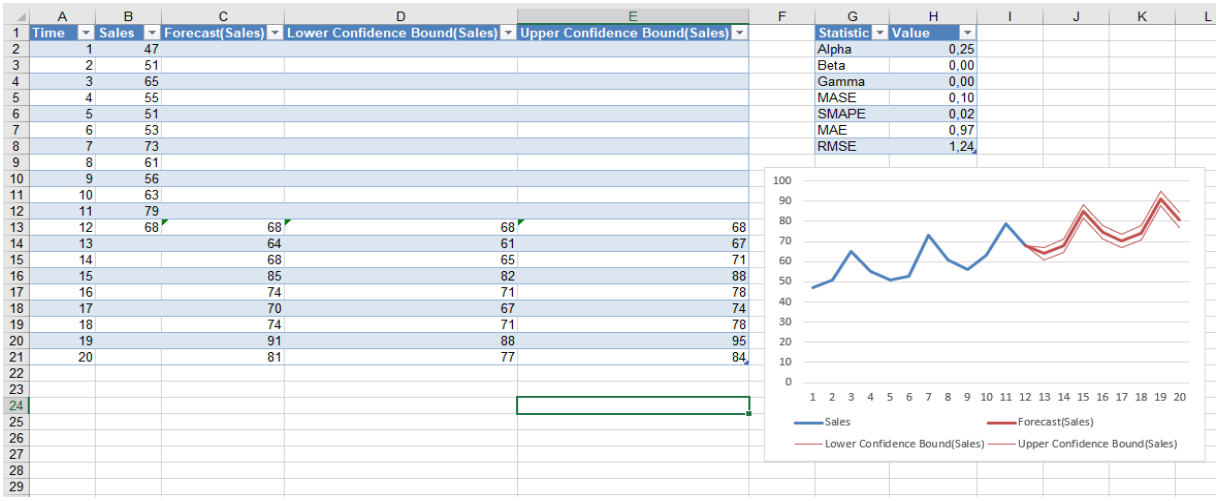
يعطي البرنامج مربع حوار لتحديد الموسمية أو ترك تحديدها للبرنامج (Automatique) بالإضافة إلى مدة التنبؤ، لحظة الانطلاق T ومستوى الثقة للتنبؤ (عادة يترك 95 بالمئة).



صورة 2. طلب ورقة التنبؤ Forecast Sheet من القائمة الرئيسية DATA بعد تعيين البيانات

ثم تعيين خيارات ورقة التنبؤ في مربع الحوار.

تظهر البيانات في ورقة مستقلة، كما يلي:



صورة 3. ورقة التنبؤ Forecast Sheet في Excel 2016: المخرجات هي: التنبؤ في العمود C وحدود مجال الثقة في العمودين D و E، معاملات التمهيد ومؤشرات الدقة في العمودين G و H، والتمثيل البياني للسلسلة والتنبؤ مع مجال الثقة.

لاحظ أن البرنامج يستخدم معاملات يحسبها، ويعرضها في أعلى الورقة مع مؤشرات الدقة للتمهيد. تظهر في الورقة التنبؤات وبجوارها عمود للقيمة الدنيا وآخر للقيمة القصوى لمجال الثقة ب 95 بالمئة.

لاحظ أن مجال الثقة يتسع مع الوقت، وهذا منطقي لأنه كلما بعد أفق التنبؤ كلما قلت دقة التقدير.

يمكن إحداث بعض التعديلات على التنبؤ في ورقة التنبؤ، مثلا يمكن تغيير نافذة الموسمية، وهذا بالدخول إلى الدوال وتغيير المدخل الذي يمثل نافذة الموسمية بإدخال عدد جديد. يتعين فعل هذا في عمود y^ ولكن أيضا في عمودي مجال الثقة. يمكن أيضا جعل التنبؤ يعتمد ليس على كل البيانات وإنما على جزء منها، مثلا القيم الأحدث في السلسلة، ويكون ذلك أيضا بالدخول إلى الدوال المستخدمة في ورقة التنبؤ وتغيير مجال البيانات في عمود y^ وعمودي مجال الثقة.

3-3. استخدام محلل البيانات للنموذج الجمعي

يمكن استخدام محلل البيانات للحصول على نموذج يربط Y بمكونيها التوجه والموسمية. في حالة وجود موسمية ندرج المواسم (الثلاثيات مثلا) كمتغيرات وهمية (Dummy variables) ثنائية (تأخذ القيمة 0 أو 1)، ويكون **عدد المتغيرات الوهمية يساوي عدد المواسم في النافذة ناقصا واحد، لأن أحد الأنماط يبقى كمرجع**.

في حالة وجود توجه مع الموسمية ندرج مع المتغيرات الوهمية متغيرة تمثل الزمن أي t. فيما يلي نفصل ما سبق من خلال مثالين؛ الأول يتضمن موسمية ولا يتضمن توجه والثاني يتضمن الاثنين.

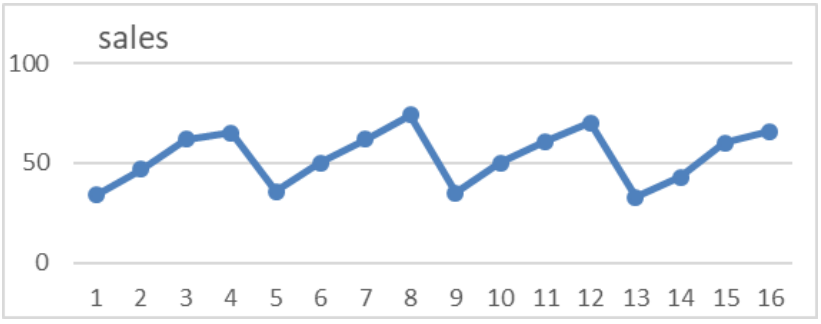
حالة وجود موسمية (مستقرة) مع عدم وجود توجه

مثال: قم بالتمثيل البياني لتفحص المكونات. هل هناك موسمية؟ ما طبيعتها ونافذتها؟ هل هناك توجه؟

Year	2001				2002				2003				2004			
Qter	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
Sales	34	47	62	65	36	50	62	74	35	50	61	70	33	43	60	66

- قم بإدراج متغيرات ثنائية للتعبير عن الثلاثي.
- استخدم محلل البيانات لاستخراج نموذج يربط y بالثلاثيات.
- فسر المعاملات.
- قم بالتنبؤ للثلاثيات الأربع المقبلة.

الحل. التمثيل البياني يبين وجود موسمية فقط ولا توجه.



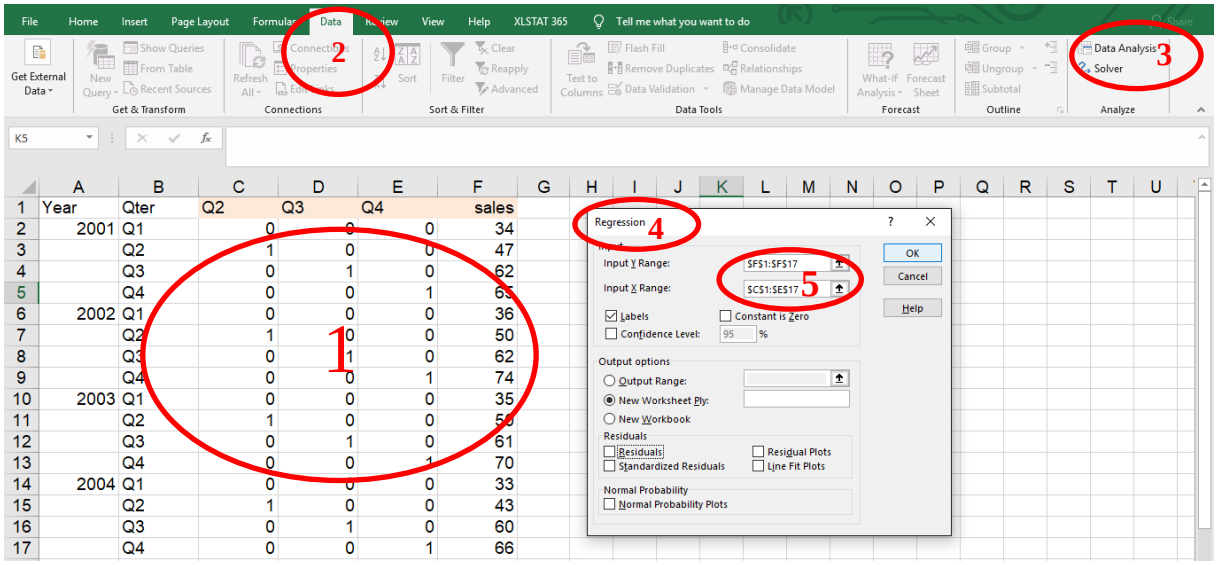
رسم توضيحي 6. سلسلة تتضمن موسمية مستقرة ولا توجه

التعبير عن الثلاثيات من خلال متغيرات ثنائية.

جدول1 التعبير عن الثلاثي الذي تنتمي إليه كل مشاهدة y من خلال ثلاث متغيرات ثنائية.

Q2	Q3	Q4	Sales
0	0	0	34
1	0	0	47
0	1	0	62
0	0	1	65
0	0	0	36
1	0	0	50
0	1	0	62
0	0	1	74
0	0	0	35
1	0	0	50
0	1	0	61
0	0	1	70
0	0	0	33
1	0	0	43
0	1	0	60
0	0	1	66

استخدام محلل البيانات data analysis لتحليل انحدار Y على الثلاثيات.



صورة 4. التعبير بمتغيرات ثنائية عن الثلاثيات ثم طلب تحليل انحدار متعدد 'Regression' من محلل البيانات 'Data analysis'

بعد إدخال البيانات في المربعين المخصصين 'Input Y Range' (F1 :F17) و 'Input X range' (C1 :C17) نعلم على Label لأننا ضمنا البيانات عناوين المتغيرات لكي تظهر في المخرجات. من المهم أيضا طلب خطأ التنبؤ بالتأشير على 'Residuals'. يمكن من خلال التمثيل البياني للخطأ معرفة هل النموذج الخطي هو الأنسب؛ يظهر التوجه غير الخطي في نمط ما في سحابة النقاط، إذا كان التقدير جيدا فستأتي النقاط موزعة أفقيا حول خط الصفر، وبشكل عشوائي. أي نمط في توزيع نقاط سحابة الخطأ يعني أن النموذج بحاجة إلى تحسين.

تأتي المخرجات في ثلاث جداول كما يلي:

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0,983793
R Square	0,96785
Adjusted R Square	0,959812
Standard Error	2,76134
Observations	16

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	3	2754,5	918,1667	120,4153	0,0000
Residual	12	91,5	7,625		
Total	15	2846			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	34,5	1,38067	24,98787	0,0000	31,49177821	37,50822179
Q2	13	1,952562	6,657918	0,0000	8,745731951	17,25426805
Q3	26,75	1,952562	13,69995	0,0000	22,49573195	31,00426805
Q4	34,25	1,952562	17,54105	0,0000	29,99573195	38,50426805

يدل الجدول الأول أن العلاقة قوية بين المتغيرات المستقلة الثلاث Q_1,Q_2,Q_3 من جهة والمتغيرة التابعة Y. هذه العلاقة تفسر حوالي 97 بالمئة من تباين Y، وهي نسبة عالية جدا.

يظهر الجدول الثاني أن هذه العلاقة دالة إحصائيا عند مستوى معنوية 5 بالمئة(sig. <0.05) ، أي أنها ليست عائدة لمحض الصدفة.

الجدول الثالث تظهر فيه الدالة التي تربط Y بالثلاثيات الأربع وهي كما يلي:

$$\hat{Y} = 34.5 + 13\,(Q2) + 26.75(Q3) + 34.25(Q4)$$

تفسير المعاملات هو كالآتي:

- 34.5 هو الثابت ويمثل متوسط المبيعات في الثلاثي الأول.
- 13 تمثل الزيادة في المبيعات في الثلاثي الثاني مقارنة مع الثلاثي الأول.
- 26.75 تمثل الزيادة في المبيعات في الثلاثي الثالث مقارنة مع الثلاثي الأول.
- 34.25 تمثل الزيادة في المبيعات في الثلاثي الرابع مقارنة مع الثلاثي الأول.

لاحظ أن الدالة لا تتضمن المتغيرة t، فقيمة المبيعات لا تتوقف على الفترة بما انه لا يوجد توجه، وإنما تتوقف فقط على الثلاثي. هذا يعني ان التوقعات تختلف بين ثلاثيات العام الواحد لكنها تتكرر بين السنوات. للتنبؤ يمكن استخدام الدالة؛ نعوض قيمة الثلاثي المراد التنبؤ له في الدالة. للثلاثي الأول القيمة المتوقعة هي دائما قيمة الثابت.

التوقع للثلاثي الأول:

$$\hat{Y}(17) = 34.5 + 13\,(0) + 26.75(0) + 34.25(0) = 34.5$$

التوقع للثلاثي الثاني:

$$\hat{Y}(18) = 34.5 + 13\,(1) + 26.75(0) + 34.25(0) = 47.5$$

التوقع للثلاثي الثالث:

$$\hat{Y}(19) = 34.5 + 13\,(0) + 26.75(1) + 34.25(0) = 61.25$$

التوقع للثلاثي الرابع:

$$\hat{Y}(20) = 34.5 + 13\,(0) + 26.75(0) + 34.25(1) = 68.75$$

هذه التوقعات لا تتغير أيا كانت السنة، لأننا افترضنا عدم وجود توجه.

حالة وجود موسمية (مستقرة) مع وجود توجه

في هذه الحالة Y ليست مستقلة عن الزمن، لذلك جدول البيانات في هذه الحالة تضاف إليه المتغيرة t. الخطوات الأخرى تبقى تقريبا بدون تغيير ما عدا إدراج t مع المتغيرات المستقلة. اما تفسير المعاملات فيتغير. لشرح هذه الحالة نأخذ المثال التالي.

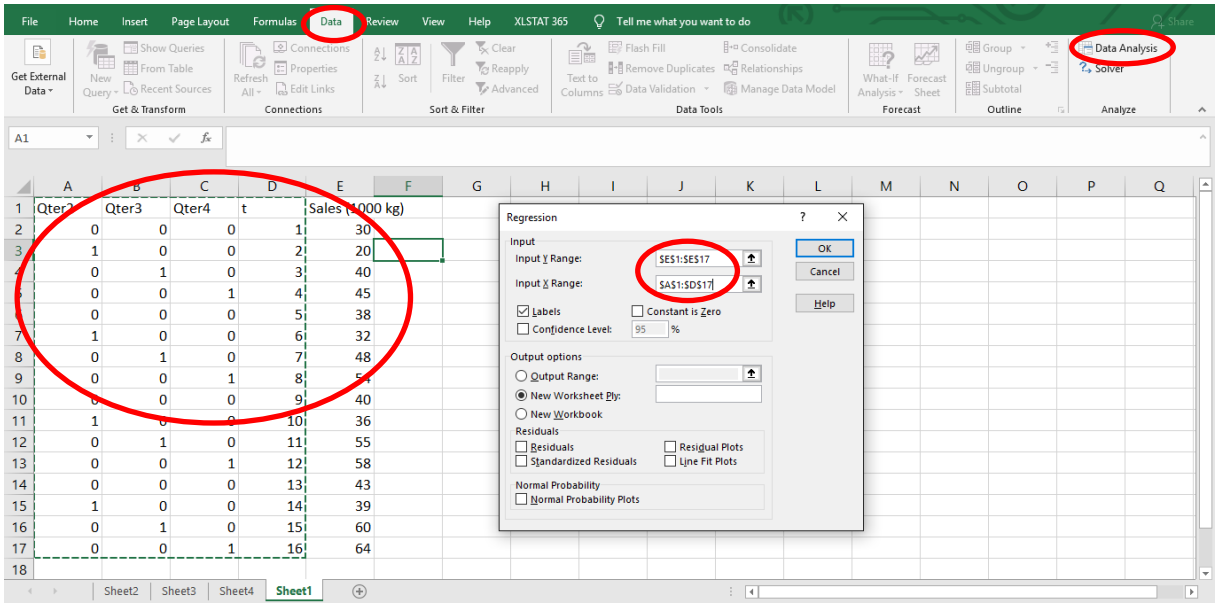
مثال2. قم بالتمثيل البياني لمبيعات منتج المؤسسة وحدد ما هي المكونات وعلق عليها.

Year	1				2				3				4			
Qter	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
sales	30	20	40	45	38	32	48	54	40	36	55	58	43	39	60	64

- استخدم محلل البيانات لاستخراج نموذج يسمح بإبراز تأثر المبيعات بالزمن t.
- استخدم محلل البيانات لاستخراج نموذج يسمح بإبراز تأثر المبيعات بالزمن وبالثلاثي من خلال إدخال متغيرات ثنائية وهمية تمثل الثلاثي.
- قم بالتنبؤ للثلاثيات الأربع المقبلة.

نقوم بصياغة ثلاث متغيرات وهمية ثنائية (تأخذ 0 أو 1 حسب كون المشاهدة تنتمي أو لا للثلاثي) للتعبير عن الثلاثي (الثلاثي الأول يترك كمرجع).

بعد ذلك نطلب محلل البيانات من Data وندخل في مربع الحوار بيانات التابع وبيانات المتغيرات المستقلة t و Qter2، Qter3، Qter4. الصورة التالية تبين كيفية إنشاء المتغيرات الوهمية وطلب تحليل الانحدار Regression من محلل البيانات ومن تعبئة البيانات.



صورة 5. إدخال البيانات في Excel وطلب تحليل انحدار متعدد باستخدام محلل البيانات data analysis من قائمة البيانات data.

تأتي المخرجات في ورقة خاصة كما يلي:

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0,986564861
R Square	0,973310225
Adjusted R Square	0,963604853
Standard Error	2,291287847
Observations	16

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	4	2106	526,5	100,2857	0,0000
Residual	11	57,75	5,25		
Total	15	2163,75			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	27,6875	1,454787356	19,03199	0,00000	24,4855346	30,8894654
Qter2	-7,4375	1,625240367	-4,57625	0,00080	-11,0146299	-3,86037007
Qter3	10,125	1,64031247	6,172604	0,00007	6,5146966	13,7353034
Qter4	13,1875	1,665129499	7,919804	0,00001	9,52257468	16,8524253
t	1,4375	0,128086885	11,22285	0,00000	1,15558267	1,71941733

الجدول الأول يعطي نسبة التباين المفسر بالنموذج، أي ب t والثلاثيات، وهي هنا نسبة عالية 0.97. النسبة أصبحت أعلى في هذا النموذج لأنه يحتسب مكون إضافي هو الموسمية.

الجدول الثاني يبين أن العلاقة دالة إحصائيا (sig. <0.05)، أي أنه يمكن الاستدلال على وجود علاقة بصرف النظر عن مدى قوتها.

الجدول الثالث يبين النموذج، وهو كما يلي:

^Sales = 27.6875 -7.4375 Qter2 + 10.125Qter3 + 13.1875Qter4 +1.4375t

معامل t يبين تأثير مكون التوجه بمعزل عن الموسمية (زيادة ب 1.437 طن في المتوسط كل ثلاثي)، ومعاملات الثلاثيات تبين تأثير كل ثلاثي (متوسط الزيادة مقارنة مع الثلاثي المستخدم كمرجع أي الأول). الإشارة الموجبة في الثلاثيين الثالث والرابع تعني أن مبيعاتهما أكبر من متوسط مبيعات الثلاثي الأول الذي استخدم كمرجع. قيمة كل معامل تمثل متوسط الفرق. الإشارة السالبة لمعامل الثلاثي الثاني تعني أن مبيعاته أقل من الثلاثي المرجع (الأول).

للتنبؤ نعوض في الدالة أعلاه[1].

$\hat{Sales}_{17}$ = 27.6875 -7.4375 (0) + 10.125(0) + 13.1875(0) +1.4375(17) = 52,125
$\hat{Sales}_{18}$ = 27.6875 -7.4375 (1) + 10.125(0) + 13.1875(0) +1.4375(18) = 46,125
$\hat{Sales}_{19}$ = 27.6875 -7.4375 (0) + 10.125(1) + 13.1875(0) +1.4375(19) = 65,125
$\hat{Sales}_{20}$ = 27.6875 -7.4375 (0) + 10.125(0) + 13.1875(1) +1.4375(20) = 69,625

3-2. تمهيد *HW* في *R*

يمكن استخدام الدالة HoltWinters() لإجراء تمهيد HW مع تحديد المدخلات التالية: المتغيرة، alpha، beta، gamma.

تعيين gamma = false يعطي تمهيد أسي مضاعف، تعيين: beta = false, gamma = false يعطي تمهيد أسي بسيط.

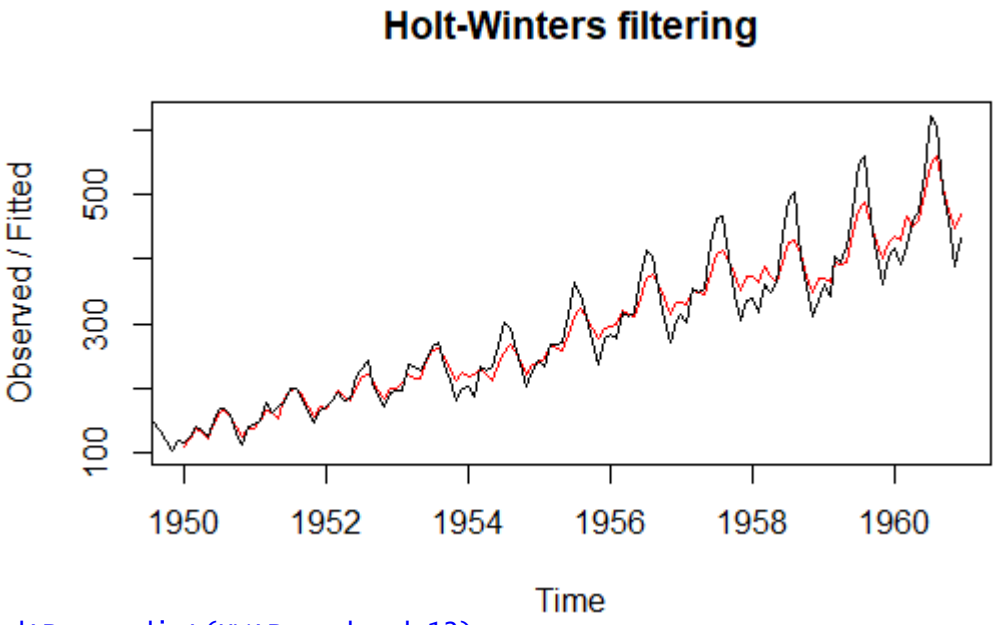
مثال:

- فيما يلي نقوم بحساب تمهيد HW بالمعاملات 0.2، 0.2، 0.2 في متغيرة نسميها HWAP،
- ثم نطلب إظهار هذه المتغيرة (مما يعطي المعاملات، الثلاث المذكورة مع a و b و Sj)،
- ثم نطلب إظهار التمهيد مع السلسلة الاصلية.
- ثم نقوم بالتنبؤ لسنة أي 12 شهر مقبل.
- ثم نقوم بالتمثيل البياني للتنبؤ.

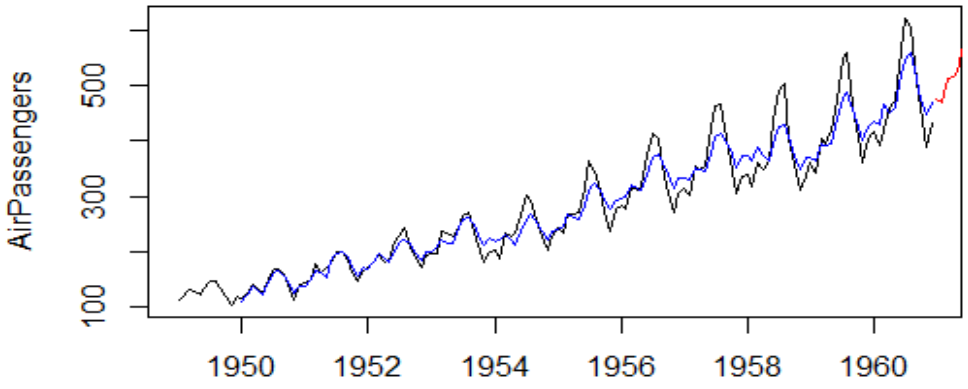
```
> HWAP<-HoltWinters(AirPassengers,alpha=0.2,beta=0.2,gamma=0.2)
> HWAP
Holt-Winters exponential smoothing with trend and additive seasonal compone
nt.

Call:
HoltWinters(x = AirPassengers, alpha = 0.2, beta = 0.2, gamma = 0.2)
```

[1] يمكن تسهيل حساب التوقع باستخدام الدوال في Excel. ننقل الثابت والمعاملات، ثم ننقل الثلاثيات 1، 2، 3، 4 بالأضافة إلى t المتنبأ لها في سطر آخر. بعد ذلك نستخدم الدالة : sumproduct= تحتاج هذه الدالة إلى مدخلين: مجال خلايا المعاملات والثابت، ومجال خلايا الثلاثيات و t.

```
Smoothing parameters:
 alpha: 0.2
 beta : 0.2
 gamma: 0.2

Coefficients:
           [,1]
a   502.1591838
b     3.3297732
s1  -29.6995301
s2  -39.5721355
s3    0.9800217
s4    2.2203139
s5    7.8780621
s6   51.8576277
s7   92.3642541
s8   78.8229105
s9    6.2950411
s10 -38.3981743
s11 -78.9665666
s12 -45.0454821
> plot(HWAP)
```




```
> predAP<-predict(HWAP,n.ahead=12)
> predAP
          Jan      Feb      Mar      Apr      May      Jun      Jul
1961 475.7894 469.2466 513.1285 517.6986 526.6861 573.9955 617.8319
          Aug      Sep      Oct      Nov      Dec
1961 607.6203 538.4222 497.0587 459.8201 497.0710

> plot.ts(AirPassengers)
> lines(HWAP$fitted[,1],col="blue")
> lines(predAP[,1],col="red")
```



4. حوصلة

درسنا في هذا الفصل تمهيد هولت–وينترز في حالتي النموذج الجدائي والجمعي، ورأينا كيف أنه يستوعب التوجه والموسمية سواء الجمعية أو الجدائية. تطرقنا أيضا إلى كيفية تقييم النموذج من خلال الرسم أو عبر مقاييس التقدير. ولأن الحسابات طويلة جدا، خاصة لمن يريد اختبار عدة قيم لمعالم النموذج، تطرقنا بالتفصيل لكيفية استخدام Excel للقيام بالتمهيد والتنبؤ، خاصة الدالة Forecast.Ets والأيقونة Forecats Sheet.

النموذج تمهيد هولت–وينترز يعد من أشهر طرق تمهيد السلسلة الزمنية وطرق التنبؤ لما له من قدرة على استيعاب التوجه والموسمية. معاملاته الثلاث تضمن له مرونة كبيرة للتكيف مع السلسلة الاصلية وتغير مكوناتها. منذ مدة تم اكتشاف صيغة لتعميم تمهيد هولت–وينترز على حالة تعدد الموسميات، وبهذا يصبح هذا التمهيد قابلا للتطبيق على طائفة واسعة من الظواهر. عدا هذا، تتميز طرق التمهيد الاسي عموما بسهولتها، رغم ما تتضمنه من حسابات، فالحواسيب كفيلة بتذليلها. من ميزاتها أيضا عدم قيامها على افتراضات تحتاج إلى أن يتم التحقق منها. تعتبر طريقة هولت–وينترز إذن بديلا معتبرا للطرق الاحتمالية التي تعتمد على الارتباط الذاتي بين المشاهدات. بعض معاهد الإحصاء يستخدم نماذج ARIMA(Auto Regressive Integrated Moving Average) والبعض يستخدم HW، والبعض يستخدم الاثنين لنفس السلسلة بهدف التأكيد. أحيانا تعطي هذه الطريقة نتائج أفضل وأحيانا يكون العكس. بعض الباحثين قارنوا بين طريقة HW وARIMA وتوصلوا إلى أن الطريقة الأولى تعطي أحيانا نتائج أدق وأكثر موثوقية من الثانية.

5. سلسلة تمارين

تمرين 1: مراجعة نظرية

في النموذج الجدائي:

- ما هي ميزة تمهيد هولت–وينترز مقارنة مع التمهيد المضاعف والتمهيد البسيط؟
- أكتب المعادلات المستخدمة للتمهيد.
- أكتب معادلات الابتداء؟
- على أي أساس يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث؟

في النموذج الجمعي:

- ما هي الحالات التي يستخدم فيها التمهيد هولت–وينترز للنموذج الجمعي؟
- أكتب المعادلات المستخدمة للتمهيد.
- على أي أساس يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث؟
- كيف يتم حساب المعاملات الموسمية للنافذة الأولى وابتداء المستوى والتوجه؟

تمرين 2. النموذج الجدائي: التمهيد والتنبؤ وتقييم النموذج

لديك البيانات الثلاثية لمبيعات مؤسسة ما.

- قم بالتمثيل البياني. ناقش هل يصلح تمهيد هولت–وينترز لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.
- قم بتمهيد السلسلة بطريقة HW بالمعاملات 0.52، 0.08، 1.
- قم بالتنبؤ للثلاثيات سنة 2008.

	t	Quarter	Sales		t	Quarter	Sales		t	Quarter	Sales
2001	1	Q1	140	2004	13	Q1	157	2007	25	Q1	220
	2	Q2	165		14	Q2	211		26	Q2	265
	3	Q3	245		15	Q3	314		27	Q3	393
	4	Q4	545		16	Q4	706		28	Q4	855
2002	5	Q1	145	2005	17	Q1	196				
	6	Q2	170		18	Q2	232				
	7	Q3	255		19	Q3	341				
	8	Q4	585		20	Q4	763				
2003	9	Q1	150	2006	21	Q1	206				
	10	Q2	175		22	Q2	249				
	11	Q3	265		23	Q3	368				
	12	Q4	620		24	Q4	825				

تمرين 3. النموذج الجدائي: تقييم النموذج وتعديله على أساس مؤشرات الخطأ.

مثل البيانات التالية في رسم وناقش صلاحية تمهيد HW الجدائي لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.

- قم بتمهيد السلسلة بطريقة HW مع التوقع للسنة الموالية بالمعاملات:0.25، 0.001، 0.75.
- تفقد وعلق على مرونة ودقة النموذج من خلال التمثيل البياني للسلسلة والتمهيد بما في ذلك التنبؤ.
- أحسب الخطأ Et وأحسب MSE
- قم بالحساب باستخدام Excel ثم قم بتغيير المعاملات وانظر هل تتغير قيمة MSE للأفضل.

Year	Quarter	t	Y	Year	Quarter	t	Y
2001	Q1	1	75	2005	Q1	17	94
	Q2	2	106		Q2	18	147
	Q3	3	127		Q3	19	177
	Q4	4	92		Q4	20	128
2002	Q1	5	77	2006	Q1	21	102
	Q2	6	123		Q2	22	162
	Q3	7	146		Q3	23	191
	Q4	8	101		Q4	24	134
2003	Q1	9	81	2007	Q1	25	106
	Q2	10	131		Q2	26	170
	Q3	11	158		Q3	27	200
	Q4	12	109		Q4	28	142
2004	Q1	13	87	2008	Q1	29	115
	Q2	14	140		Q2	30	177
	Q3	15	167		Q3	31	218
	Q4	16	120		Q4	32	149

تمرين 4. النموذج الجمعي: التمهيد والتنبؤ وتقييم النموذج وتحسينه

لديك البيانات التالية لعدد الوحدات المباعة في مؤسسة ما.

- قم بالتمثيل البياني. ناقش هل يصلح تمهيد هولت–وينترز لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.
- قم بتمهيد HW للسلسلة بالمعاملات التالية لألفا، بيتا وقاما على التوالي: 0.25، 0.01 و0.01.
- قم بالتوقع للسنة المقبلة.
- قم بتقييم التمهيد والتنبؤ من خلال MSE والتمثيل البياني، ثم اعمل على تحسين النموذج بالمعاملات.

Year	Qtr	Time	Sales	Year	Qtr	Time	Sales
2013	1	1	**25**	2015	1	9	**33**
	2	2	**30**		2	10	**49**
	3	3	**40**		3	11	**55**
	4	4	**46**		4	12	**58**
2014	1	5	**28**	2016	1	13	**38**
	2	6	**35**		2	14	**52**
	3	7	**47**		3	15	**58**
	4	8	**49**		4	16	**62**

تمرين 5. التنبؤ في Excel باستخدام الدوال Forecast.ets و Forecast Sheet

أدخل البيانات السابقة إلى ورقة في Excel ثم استخدم الدوال ...Forecast.ets لحساب ما يلي:

- عدد الوحدات المتوقع بيعها في السنة المقبلة،
- نافذة الموسمية،
- هامش الخطأ، ومن ثم مجال الثقة حول المبيعات المتوقعة بمستوى ثقة 95 بالمئة،
- معاملات التمهيد، ومؤشرات الدقة.

استخدم الدالة Forecast Sheet للقيام بالتنبؤ واستخراج المؤشرات والرسم.

تمرين 6. استخدام محلل البيانات مع سلسلة موسمية بدون توجه

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية خلال 4 سنوات.

- قم بإدخال بيانات المبيعات الثلاثية التالية إلى ورقة Excel ،
- من خلال التمثيل البياني تحقق من وجود موسمية،
- استخدم محلل البيانات Data analysis لصياغة دالة تربط المبيعات بالثلاثيات،
- فسر معاملات الدالة،
- أحسب المبيعات الثلاثية المتوقعة للسنة المقبلة.

Year	Qter	t	Sales	Year	Qter	t	Sales
2001	Q1	1	101	2003	Q1	9	93
	Q2	2	112		Q2	10	104
	Q3	3	117		Q3	11	127
	Q4	4	134		Q4	12	138
2002	Q1	5	105	2004	Q1	13	96
	Q2	6	117		Q2	14	114
	Q3	7	127		Q3	15	116
	Q4	8	124		Q4	16	140

تمرين 7. استخدام محلل البيانات مع سلسلة بها موسمية وتوجه

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية خلال 4 سنوات.

- قم بإدخال بيانات المبيعات الثلاثية التالية إلى ورقة Excel ،
- من خلال التمثيل البياني تحقق من وجود موسمية وتوجه،
- استخدم محلل البيانات Data analysis لصياغة دالة تربط المبيعات بكل من الزمن والثلاثيات،
- فسر معاملات الدالة،
- أحسب المبيعات الثلاثية المتوقعة للسنة المقبلة.

Year	Qter	Sales	2003	Q1	58
2001	Q1	23		Q2	45
	Q2	46		Q3	76
	Q3	91		Q4	166
	Q4	106	2004	Q1	65
2002	Q1	41		Q2	90
	Q2	58		Q3	184
	Q3	76		Q4	158
	Q4	125	2003	Q1	58

تمرين 8. دراسة حالة: التنبؤ بالبطالة

لديك بيانات البطالة الشهرية (ب 10000) في فرنسا من جانفي 1983 إلى ديسمبر 1990.

- استخدم Excel لتقدير قيم البطالة الشهرية ل 22 شهر مقبل بمجال ثقة 95 بالمئة.
- استخرج التمثيل البياني للسلسلة والتنبؤ.
- استخرج معاملات التمهيد المستخدمة، ومؤشرات الخطأ.

month	t	y	month	t	y	Month	t	y	month	t	y
janv-83	1	1762	janv-85	25	2342	janv-87	49	2441	janv-89	73	2261
févr-83	2	1742	févr-85	26	2316	févr-87	50	2437	févr-89	74	2230
mars-83	3	1692	mars-85	27	2260	mars-87	51	2411	mars-89	75	2176
avr-83	4	1646	avr-85	28	2201	avr-87	52	2361	avr-89	76	2125
mai-83	5	1623	mai-85	29	2147	mai-87	53	2288	mai-89	77	2062
juin-83	6	1612	juin-85	30	2111	juin-87	54	2225	juin-89	78	2009
juil-83	7	1627	juil-85	31	2112	juil-87	55	2208	juil-89	79	2015
août-83	8	1677	août-85	32	2161	août-87	56	2259	août-89	80	2071
sept-83	9	1788	sept-85	33	2263	sept-87	57	2342	sept-89	81	2130
oct-83	10	1920	oct-85	34	2352	oct-87	58	2395	oct-89	82	2160
nov-83	11	1991	nov-85	35	2369	nov-87	59	2390	nov-89	83	2149
déc-83	12	2024	déc-85	36	2358	déc-87	60	2376	déc-89	84	2136
janv-84	13	2058	janv-86	37	2351	janv-88	61	2376	janv-90	85	2135
févr-84	14	2088	févr-86	38	2328	févr-88	62	2350	févr-90	86	2114
mars-84	15	2090	mars-86	39	2290	mars-88	63	2284	mars-90	87	2078
avr-84	16	2074	avr-86	40	2256	avr-88	64	2209	avr-90	88	2023
mai-84	17	2034	mai-86	41	2212	mai-88	65	2151	mai-90	89	1955
juin-84	18	1999	juin-86	42	2170	juin-88	66	2110	juin-90	90	1920
juil-84	19	2012	juil-86	43	2170	juil-88	67	2121	juil-90	91	1935
août-84	20	2057	août-86	44	2227	août-88	68	2181	août-90	92	1988
sept-84	21	2176	sept-86	45	2329	sept-88	69	2246	sept-90	93	2046
oct-84	22	2301	oct-86	46	2411	oct-88	70	2283	oct-90	94	2086
nov-84	23	2336	nov-86	47	2426	nov-88	71	2267	nov-90	95	2093
déc-84	24	2339	déc-86	48	2427	déc-88	72	2254	déc-90	96	2096

6. الحلول

تمرين1.

في النموذج الجدائي:

- الحالات التي يستخدم فيها النموذج الجدائي لتمهيد هولت–وينترز هي حين تتضمن السلسلة موسمية جدائية (مستقلة عن المكونات الأخرى).
- المعادلات المستخدمة لتمهيد HW:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) \times S_{t+h-p}$$

حيث:

$$L_t = \alpha\left(Y_t/S_{t-p}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(Y_t/L_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$$

- يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث على أساس المفاضلة بين أهمية الحاضر والماضي للمكونات.
- حساب معاملات الموسمية للنافذة الأولى وابتداء المستوى والتوجه:

$S_j = Y_j/m(Y_j)$, j = 1, …, p.

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1$

$T_{p+1} = L_{p+1} - L_p = L_{p+1} - Y_p/S_p$

في النموذج الجمعي:

- يستخدم التمهيد هولت–وينترز للنموذج الجمعي في حالة وجود موسمية مستقلة.
- المعادلات المستخدمة للتمهيد والتنبؤ:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) + S_{t+h-p}$$

حيث:

$$L_t = \alpha\left(Y_t - S_{t-p}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$$

- يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث على أساس المفاضلة بين أهمية الحاضر والماضي للمكونات.
- ابتداء معاملات الموسمية وابتداء المستوى والتوجه:

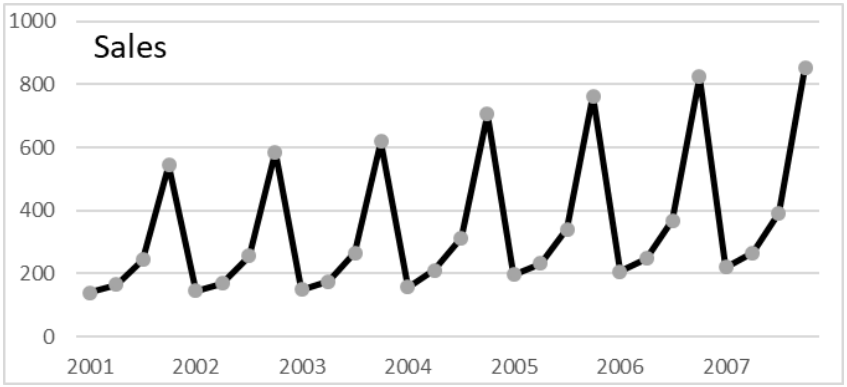
$S_j = y_j - m(y_j)$, j = 1, …, p

$L_p = y_p - S_p$

$T_p = 0$

تمرين 2. النموذج الجدائي: التمهيد والتنبؤ

التمثيل البياني يظهر موسمية متزايدة مما يعني أن النموذج المناسب هو التمهيد HW الجدائي. الموسمية نافذتها 4.



المعاملات 0.52، 0.08، 1. متوسط النافذة الأولى: $M(y_j)=(140+165+245+545)/4=273,75$

t	y	L	T	S	^y	h	E	|E|	E%
1	140		140/273,75 =	0,51					
2	165		165/273,75 =	0,60					
3	245		245/273,75 =	0,89					
4	545		545/273,75 =	1,99					
5	145	145/0,51=283,527	283,53-545/1,99 =9,777	0,511	176,786	1	170-176.786 =- 7	7	4
6	170	287,675	9,326	0,591	265,809	1	- 11	11	4
7	255	290,962	8,843	0,876	596,873	1	- 12	12	2
8	585	296,824	8,605	1,971	156,201	1	- 6	6	4
9	1			,501	18				
10	1			,580	27				
11	265	305,924	7,382	0,866	617,485	1	3	3	0
12	6			1,975					
13	1								
14	211	344,183	8,688	0,61					
15	314	357,681	9,073	0,878	724,293	1	- 18	18	3
16	706	362,123	8,703	1,950	183,452	1	13	13	6
17	196	383,508	9,717	0,511	241,065	1	- 9	9	4
18	232	385,831	9,126	0,601	346,724	1	- 6	6	2
19	341	391,697	8,865	0,871	780,942	1	- 18	18	2
20	763	395,961	8,497	1,927	206,707	1	- 1	1	0
21	206	403,766	8,441	0,510	247,860	1	1	1	0
22	249	413,156	8,517	0,603	367,096	1	1	1	0
23	368	422,192	8,559	0,872					
24	825	429,443	8,454	1,921					
25	220	434,552	8,187	0,506	266,829	1	- 2	2	1
26	265	441,221	8,065	0,601	391,616	1	1	1	0
27	393	450,080	8,129	0,873	880,261	1	- 25	25	3
28	855	451,634	7,603	1,893	232,497	1	13	13	5
29	245	471,585	8,591	0,520	288,396	1	**12**	8	3
30					426,780	2	**RMSE**	MAE	MAPE
31					941,558	3			
32					262,852	4			

0,52*(170/0,6)+(1-0,52)*(283,527+9,777)

0,51*(1-1)+(283,527/145)*1

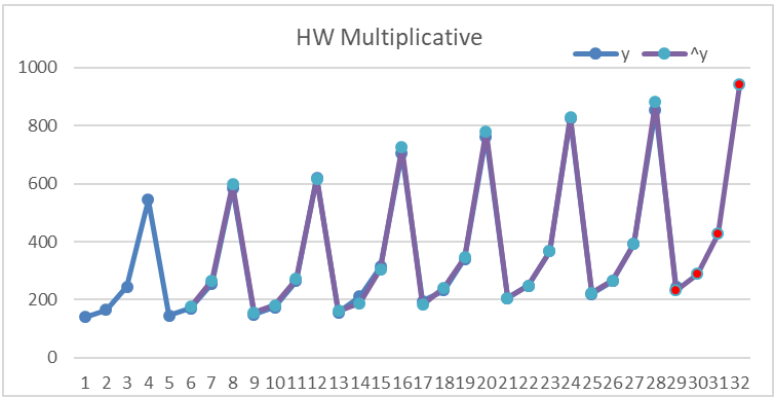
9,777*(0,08-1)+(283,527-287,675)*0,08

(283,527+9,777)*0,511=176,786

(471,585+2x8,591)*0,873 =176,786

تقييم النموذج: مؤشرات التقدير جيدة جدا مقارنة مع قيم y: نسبة الخطأ 3 بالمئة، صغيرة، متوسط القيمة المطلقة للخطأ MAE =8 قيمة صغيرة مقارنة مع قيم السلسلة ومتوسطها، وكذلك RMSE = 12. صغر مؤشرات الخطأ تدل على أن النموذج المستخدم (هولت–وينترز جدائي) مناسب تماما للتنبؤ.

الرسم البياني يظهر تطابقا كبيرا بين القيم الحقيقية والتقديرية، مما يأكد أن النموذج المستخدم صالح تماما للتنبؤ، ويظهر مرة أخرى صغر الخطأ.



في Excel يمكن إظهار الحسابات كما يلي:

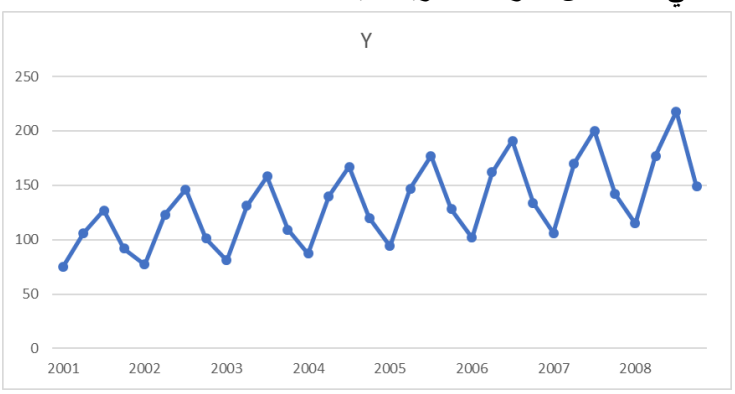
	C	D	E	F	G	H	I	J
2			alpha	beta	gamma			
3			0,5	0,08	1			
4	t	y	L	T	S	^y	h	E
5	1	140			=D5/AVERAGE($D$5:$D$8)			
6	2	165			=D6/AVERAGE($D$5:$D$8)			
7	3	245			=D7/AVERAGE($D$5:$D$8)			
8	4	545			=D8/AVERAGE($D$5:$D$8)			
9	5	145	=D9/G5	=E9-D8/G8	=$G$3*(D9/E9)+(1-$G$3)*G5		1	
10	6	170	=$E$3*(D10/G6)+(1-$E$3)*(E9+F9)	=$F$3*(E10-E9)+(1-$F$3)*F9	=$G$3*(D10/E10)+(1-$G$3)*G6	=(E9+I9*F9)*G6	1	=D10-H10
11	7	255	=$E$3*(D11/G7)+(1-$E$3)*(E10+F10)	=$F$3*(E11-E10)+(1-$F$3)*F10	=$G$3*(D11/E11)+(1-$G$3)*G7	=(E10+I10*F10)*G7	1	=D11-H11
12	8	585	=$E$3*(D12/G8)+(1-$E$3)*(E11+F11)	=$F$3*(E12-E11)+(1-$F$3)*F11	=$G$3*(D12/E12)+(1-$G$3)*G8	=(E11+I11*F11)*G8	1	=D12-H12
13	9	150	=$E$3*(D13/G9)+(1-$E$3)*(E12+F12)	=$F$3*(E13-E12)+(1-$F$3)*F12	=$G$3*(D13/E13)+(1-$G$3)*G9	=(E12+I12*F12)*G9	1	=D13-H13
14	10	175	=$E$3*(D14/G10)+(1-$E$3)*(E13+F13)	=$F$3*(E14-E13)+(1-$F$3)*F13	=$G$3*(D14/E14)+(1-$G$3)*G10	=(E13+I13*F13)*G10	1	=D14-H14
15	11	265	=$E$3*(D15/G11)+(1-$E$3)*(E14+F14)	=$F$3*(E15-E14)+(1-$F$3)*F14	=$G$3*(D15/E15)+(1-$G$3)*G11	=(E14+I14*F14)*G11	1	=D15-H15
16	12	620	=$E$3*(D16/G12)+(1-$E$3)*(E15+F15)	=$F$3*(E16-E15)+(1-$F$3)*F15	=$G$3*(D16/E16)+(1-$G$3)*G12	=(E15+I15*F15)*G12	1	=D16-H16
17	13	157	=$E$3*(D17/G13)+(1-$E$3)*(E16+F16)	=$F$3*(E17-E16)+(1-$F$3)*F16	=$G$3*(D17/E17)+(1-$G$3)*G13	=(E16+I16*F16)*G13	1	=D17-H17
18	14	211	=$E$3*(D18/G14)+(1-$E$3)*(E17+F17)	=$F$3*(E18-E17)+(1-$F$3)*F17	=$G$3*(D18/E18)+(1-$G$3)*G14	=(E17+I17*F17)*G14	1	=D18-H18

التنبؤ ومؤشرات الخطأ تظهر في نهاية الجدول كما يلي:

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2			alpha	beta	gamma					
3			0,5	0,08	1					
4	t	y	L	T	S	^y	h	E	|E|	E%
5	1	140			=D5/AVERAGE($D$5:$D$8)					
29	25	220	=$E$3*(D29/G25)+(1-$E$3)*(E28+F28)	=$F$3*(E29-E28)+(1-$F$3)*F28	=$G$3*(D29/E29)+(1-$G$3)*G25	=(E28+I28*F28)*G25	1	=D29-H29	=ABS(J29)	=K29*100/D29
30	26	265	=$E$3*(D30/G26)+(1-$E$3)*(E29+F29)	=$F$3*(E30-E29)+(1-$F$3)*F29	=$G$3*(D30/E30)+(1-$G$3)*G26	=(E29+I29*F29)*G26	1	=D30-H30	=ABS(J30)	=K30*100/D30
31	27	393	=$E$3*(D31/G27)+(1-$E$3)*(E30+F30)	=$F$3*(E31-E30)+(1-$F$3)*F30	=$G$3*(D31/E31)+(1-$G$3)*G27	=(E30+I30*F30)*G27	1	=D31-H31	=ABS(J31)	=K31*100/D31
32	28	855	=$E$3*(D32/G28)+(1-$E$3)*(E31+F31)	=$F$3*(E32-E31)+(1-$F$3)*F31	=$G$3*(D32/E32)+(1-$G$3)*G28	=(E31+I31*F31)*G28	1	=D32-H32	=ABS(J32)	=K32*100/D32
33	29	245	=$E$3*(D33/G29)+(1-$E$3)*(E32+F32)	=$F$3*(E33-E32)+(1-$F$3)*F32	=$G$3*(D33/E33)+(1-$G$3)*G29	=(E32+I32*F32)*G29	1	=D33-H33	=ABS(J33)	=K33*100/D33
34	30					=($E$33+I33*$F$33)*G30	1			
35	31					=($E$33+I35*$F$33)*G31	2			
36	32					=($E$33+I36*$F$33)*G32	3			
37						=($E$33+I37*$F$33)*G33	4			
38			MSE	RMSE						
39			=SUMSQ(J10:J33)/(COUNT(J10:J33)-3)	=SQRT(E39)						
40			MAE	=AVERAGE(K8:K33)						
41			MAPE	=AVERAGE(L11:L33)						

تمرين 3. النموذج الجدائي: تقييم النموذج

الرسم البياني يظهر وجود موسمية، وهذا يعني عدم صلاحية التمهيد الاسي البسيط ولا المضاعف، وبالتالي نستخدم HW. يمكن استخدام النموذج الجدائي خاصة أن الموسمية متزايدة قليلا.

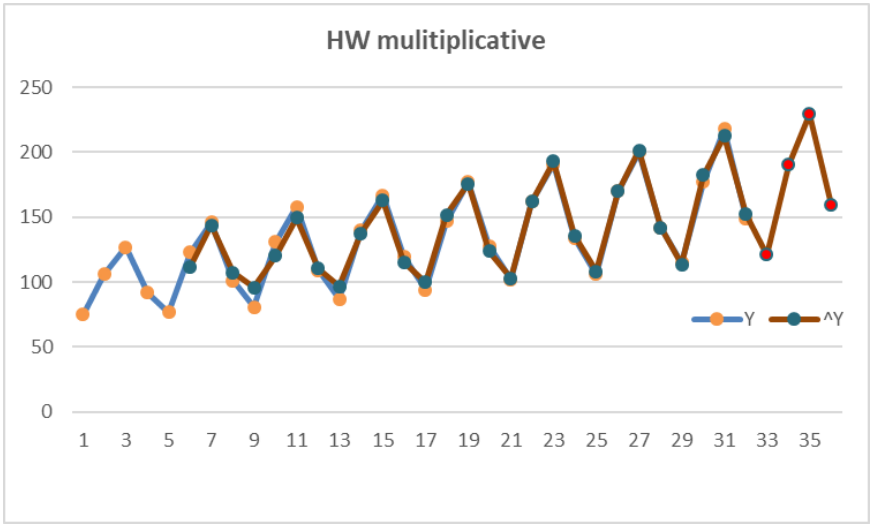


متوسط النافذة الأولى: $M(y_j)=(75+106+127+92)/4=100$

المعاملات:0.25، 0.001، 0.75.

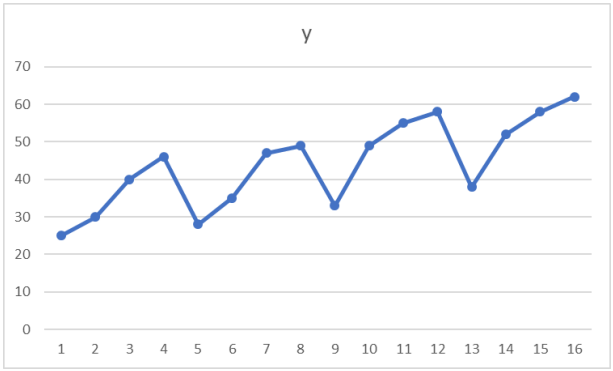
t	Y	L	T	S	^Y	E
1	75			75/100=0,75		
2	106			106/100=1,06		
3	127			127/100=1,27		
4	92			92/100=0,92		
5	77	77/0,75=102,67	102,67-92/0,92=2,67	0,25(77/102,67) + 0,75(0,75)=0,83	(102,67+2,67) *1,06 =111,65	12-111,65=11,35
6	123	0,25(123/1,06)+0,75(102,67+2,67)=110,69	0,001(110,69-102,67)+0,999(2,67) =2,67	0,75(123/110,69) +0,25(1,06)=1,10	(110,69+2,67)*1,27)=143,96	146-143,96=2,04
7	146	114,16	2,67	1,28	107,49	- 6,49
8	101	113,31	2,67	0,90	95,97	- 14,97
9	81	106,93	2,66	0,77	120,38	10,62
10	131	114,43	2,67	1,13	149,49	8,51
11	158	120,42	2,67	1,30	110,60	- 1,60
12	109	122,20	2,67	0,89	96,77	- 9,77
13	87	118,56	2,66	0,74	137,38	2,62
14	140	122,38	2,66	1,14	162,96	4,04
15	167	126,60	2,66	1,32	115,51	4,49
16	120	131,77	2,67	0,91	100,03	- 6,03
17	94	130,38	2,66	0,73	151,84	- 4,84
18	147	130,92	2,66	1,13	175,69	1,31
19	177	134,08	2,66	1,32	123,95	4,05
20	128	138,98	2,66	0,92	102,94	- 0,94
21	102	141,00	2,66	0,72	161,97	0,03
22	162	143,68	2,66	1,13	193,00	- 2,00
23	191	145,58	2,66	1,31	135,99	- 1,99
24	134	147,16	2,66	0,91	108,51	- 2,51
25	106	148,09	2,66	0,72	169,97	0,03
26	170	150,76	2,66	1,13	201,55	- 1,55
27	200	152,83	2,66	1,31	141,85	0,15
28	142	155,57	2,66	0,91	113,59	1,41
29	115	159,21	2,66	0,72	182,52	- 5,52
30	177	159,42	2,66	1,11	212,31	5,69
31	218	164,25	2,66	1,32	152,33	- 3,33
32	149	165,09	2,66	0,91	120,98	
33					189,93	**MSE = 33,23**
34					228,94	**RMSE = 5.76**
35					159,04	
36						

قيمة مؤشر الخطأ (RMSE = 5,76) صغيرة جدا مقارنة بقيم السلسلة (والتي تتجاوز المئة)، وهذا يدل على أن النموذج المستخدم ملائم تماما للتنبؤ. يظهر هذا مرة أخرى في التمثيل البياني التالي الذي يمثل السلسلة وعليها التمهيد والتنبؤ يظهر تطابقا كبيرا بين القيم التقديرية والحقيقية.



تمرين 4. النموذج الجمعي

تحديد النموذج المناسب من خلا لتمثيل البياني:



الرسم يظهر توجه وموسمية، وبالتالي نستخدم تمهيد HW. الموسمية والتوجه لا يبدوان متغيران مع الزمن، لذلك نستخدم النموذج الجمعي. نافذة الموسمية هي p = 4.

التمهيد والتنبؤ وقياس مؤشر الخطأ RMSE:

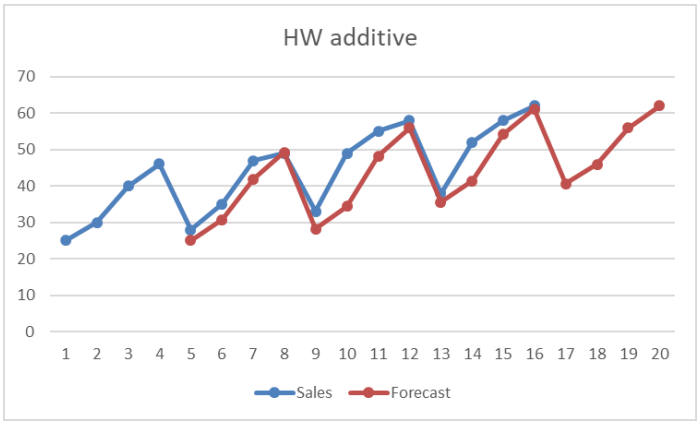
			alpha	betta	gamma	m(yj)	
			0,25	0,01	0,01	35,25	
Qtr	**t**	**y**	**L**	**T**	**S**	**^y**	E
1	1	**25**			25 – 35,25 = -10,25		
2	2	**30**			30 – 35,25 = -5,25		
3	3	**40**			4,75		
4	4	**46**	46 –10,75 = 35,25	0	10,75	35,25 + 0 – 10,25 = **25**	28 – 25 = 3
1	5	**28**	0,25(28 +10,25) +0,75(35,25+0) = **36**	0,01(36 – 35,25) + 0,99(0) = **0,008**	0,01(28 – 36) + 0,99(-10,25) = **- 10,23**	36+0,008-5,25 = 30,76	35 – 30,76 = 4,24

2	6	**35**	0,25(35+5,25) +0,75(36+0,008) =37,07	0,01(37,07-36) + 0,99(0,008) = **0,018**	0,01(35-37,07) +0,99(-5,25) = -5,23	41,84	47 – 41.84 = 5,16
3	**7**	**47**	**0,25(47-4,75) + 0,75(37,07+ 0,018) =38,38**	**0,01(38,38 - 37,07) +0,99(0,018) = 0,031**	**0.01(47-38.38) +0.99(4.75) = 4,79**	**(38.38+0.031) +10.75 = 49,16**	**49 – 49,16 = -0,16**
4	8	**49**	0,25(49-10,75) + 0,75(38,38 + 0,031) = 38,37	0,031	10,75	28,17	4,83
1	9	**33**	39,61	0,043	- 10,19	34,43	14,57
2	10	**49**	43,29	0,079	- 5,11	48,16	6,84
3	11	**55**	45,08	0,096	4,84	55,93	2,07
4	12	**58**	45,70	0,101	10,76	35,61	2,39
1	13	**38**	46,40	0,107	- 10,17	41,39	10,61
2	14	**52**	49,15	0,134	- 5,03	54,13	3,87
3	15	**58**	50,26	0,144	4,87	61,16	0,84
4	16	**62**	50,61	0,146	10,77	40,58	**SME= 39,52**
1	17					45,87	**RMSE =6.29**
2	18					55,91	
3	19					61,96	
4	20						

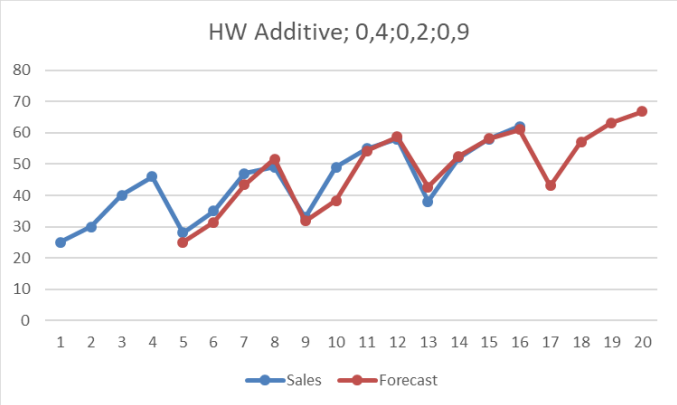
تقييم النموذج:

قيمة RMSE = 6,29 تعتبر كبيرة هنا نسبيا مقارنة مع قيم السلسلة، لذلك يستحسن محاولة تحسين معاملات النموذج.

التمثيل البياني يظهر أن هناك إمكانية لتحسين النموذج من خلال تغيير معاملات التمهيد. المطلوب هو رفع بعض العاملات لكي يصبح التمهيد أكثر مرونة.



تحسين النموذج: نغير الآن المعاملات من أجل الحصول على نتائج أفضل (تطابق أكبر) فنجرب القيم التالية للمعاملات: 0.4، 0.2، 0.9. نعيد الحسابات فنحصل تمهيد يعطي مؤشر خطأ **MSE = 15.21** وهي أقل بكثير من القيمة السابقة. يظهر هذا في التطابق الجيد بين السلسلة وللتمهيد في الرسم التالي.



تمرين 5. استخدام Excel

استخراج التنبؤ وهامش الخطأ ومجال الثقة: التواريخ المراد التنبؤ لها موجودة في الخلايا C53: C50 و قيم y و t في الخلايات: D49: D34 و C49: C34. حدود مجال الثقة تحسب من خلال إضافة وطرح هامش الخطأ EM.

^y	EM	LB	UB
=FORECAST.ETS(C50;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C50;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H56-I56	=H56+I56
=FORECAST.ETS(C51;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C51;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H57-I57	=H57+I57
=FORECAST.ETS(C52;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C52;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H58-I58	=H58+I58
=FORECAST.ETS(C53;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C53;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H59-I59	=H59+I59

النتائج تأتي كما يلي:

^y	EM	LB	UB
45,92	5,42	40,50	51,34
54,41	5,59	48,82	60,00
65,75	5,75	60,00	71,51
68,99	5,92	63,07	74,91

الدوال المستخدمة لاستخراج المعاملات

p	=FORECAST.ETS.SEASONALITY(D$34:D$49;C$34:C$49)
alpha	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;1)
beta	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;2)
gamma	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;3)

النتائج تأتي كالتالي:

p	4
alpha	0,251
beta	0,001
gamma	0,001

الدوال المستخدمة لاستخراج مؤشرات التقدير

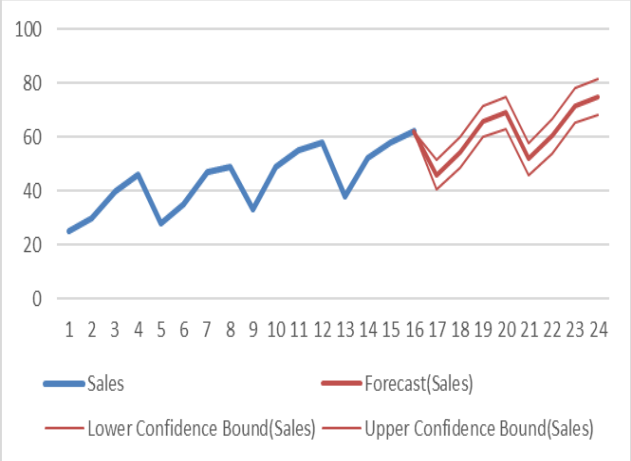
MASE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;4)
SMAPE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;5)
MAE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;6)
RMSE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;7)

النتائج تأتي كالتالي:

MASE	0,18
SMAPE	0,04
MAE	1,81
RMSE	2,24

باستخدام Forecast Sheet نحصل على:

Time	Sales	Forecast(Sales)	Lower Confidence Bound(Sales)	Upper Confidence Bound(Sales)
1	25			
2	30			
3	40			
4	46			
5	28			
6	35			
7	47			
8	49			
9	33			
10	49			
11	55			
12	58			
13	38			
14	52			
15	58			
16	62	62	62	62
17		46	40	51
18		54	49	60
19		66	60	72
20		69	63	75
21		52	46	58
22		60	54	67
23		72	65	78
24		75	68	81



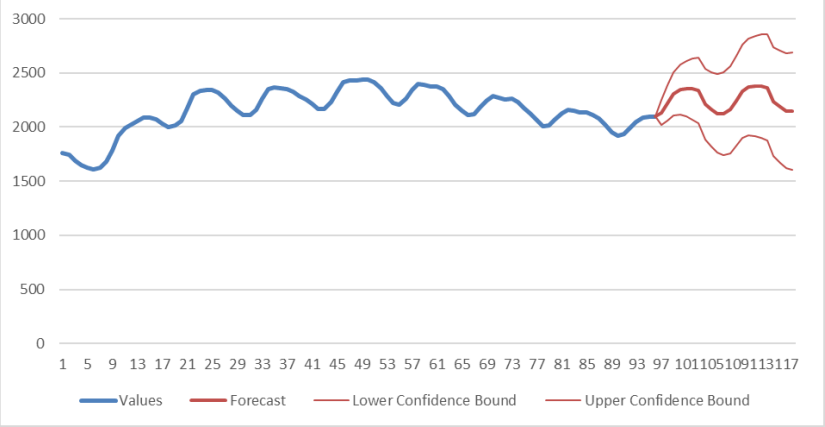
Statistic	Value
Alpha	0,25
Beta	0,00
Gamma	0,00
MASE	0,18
SMAPE	0,04
MAE	1,81
RMSE	2,24

تمرين 8: دراسة حالة

التقدير:

Timeline	Values	Forecast	Lower Confidence Bound	Upper Confidence Bound
97		2134,7523	2019,99	2249,51
98		2220,81442	2058,60	2383,03
99		2306,2514	2107,55	2504,96
100		2345,34038	2115,82	2574,86
101		2352,06833	2095,35	2608,78
102		2352,03093	2070,69	2633,37
103		2339,34065	2035,32	2643,36
104		2210,81372	1885,65	2535,97
105		2161,13686	1816,09	2506,18
106		2124,33447	1760,45	2488,22
107		2120,20706	1738,38	2502,04
108		2158,95936	1759,92	2557,99
109		2245,02148	1829,49	2660,55
110		2330,45846	1899,04	2761,88
111		2369,54744	1922,77	2816,33
112		2376,27539	1914,62	2837,93
113		2376,23799	1900,14	2852,34
114		2363,54771	1873,41	2853,69
115		2235,02078	1731,20	2738,84
116		2185,34392	1668,19	2702,50
117		2148,54153	1618,35	2678,73
118		2144,41412	1601,48	2687,35

الرسم البياني:



المعاملات ومؤشرات الخطأ:

Statistic	Value
Alpha	1,00
Beta	0,00
Gamma	0,00
MASE	1,48
SMAPE	0,03
MAE	59,95
RMSE	66,64

المراجع

Anderson, S. W. (2007). Statistiques pour l'économie et la gestion (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Holt, C. C. (1957). Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. ONR Research Memorandum, Carnigie Institute 52.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). Etude Marketing avec SPSS (éd. 5). Paris: Pearson.

Taylor, J. (2003). Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing. Journal of the Operational Research Society. 54 (8), 799-805.

Winters, P. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. Management Science 6, 324–342.

تحليل التوجه

فصل 3. تحليل التوجه..... 69

1. المؤشر والتفريق 70

2-1. المؤشر (Index)..... 70

3-1. تفريق السلسلة (differentiation)..... 74

2. معادلة التوجه 77

2-1. التنبؤ باستخدام خط التوجه 77

2-2. تقييم تمثيل خط التوجه لبيانات السلسلة من خلال R^2..... 78

2-3. التنبؤ باستخدام التوجه في Excel..... 80

1. استخراج دالة التوجه الخطي في R 82

3. حالة التوجه غير الخطي وتحويل البيانات 84

3-1. الدالة متعددة الحدود polinomial..... 84

3-2. أنواع أخرى من التوجه غير الخطي..... 88

4. سلسلة تمارين – تحليل التوجه 90

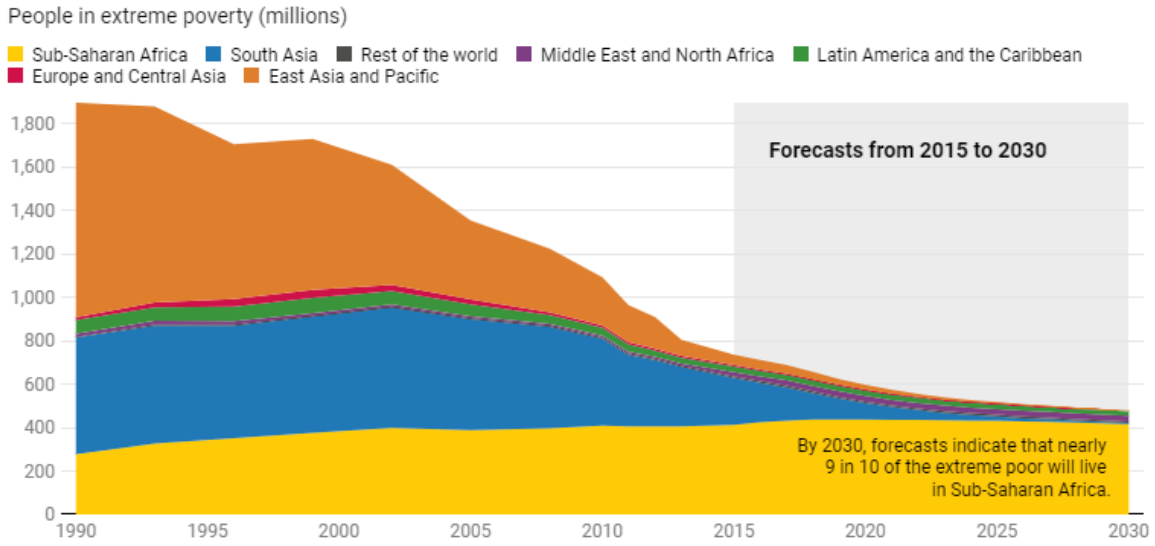
2. التمارين..... 90

3. الحلول..... 96

فصل 3. تحليل التوجه

المؤشر والتفريق – معادلة التوجه – التوجه غير الخطي – تمارين

توطئة. يسمح تحليل التوجه بتقدير مسار المتغيرة في المستقبل. المثال التالي[1] يعطي نظرة على استخدام البيانات التاريخية لظاهرة ما للتنبؤ بتوجهها في المدى البعيد.



صورة 1. التوجه العام لظاهرة الفقر المدقع في العالم (أقل من 1.9 دولار يوميا) هو الانخفاض ما عدا في جنوب الصحراء الافريقية حيث التوجه صاعد. إذا استمر هذا التوجه سيعيش 9 من 10 من السكان شديدي الفقر في هذه المنطقة.

المصدر: البنك الدولي.

ندرس في هذا الفصل تقنية مستخدمة بكثرة في تحليل التوجه وإبرازه، وهي "المؤشر"، خاصة "مؤشر السعر"، ومدرس أيضا تقنية مستخدمة في عزل التوجه، وهي "التفريق". ندرس أيضا كيفية استخدام دالة (خطية أو لا) لتمثيل التوجه العام للظاهرة، وللتنبؤ من خلال التعويض في الدالة، مع إضافة مكون الموسمية إن وجد. تستند طريقة النمذجة الرياضية هذه على نظريات متينة، إلا أن استخدامها يشترط تحقق افتراضات معينة ويشترط وجود علاقات داخل البيانات.

الغرض من هذا الفصل هو أن يصبح الطالب قادرا على استكشاف التوجه الخطي وغير الخطي في البيانات حين يكون موجودا ونمذجته بدالة، ومن ثم تقييم مدى تمثيلها للبيانات واستخدامها للتنبؤ، وذلك يدويا وباستخدام الحاسوب.

---

[1] https://www.worldbank.org/en/news/feature/2018/12/21/year-in-review-2018-in-14-charts
Retrieved : 01-01-2019.

1. المؤشر والتفريق

المؤشر

التفريق

1-2. المؤشر *(Index)*

يسمح المؤشر بمقارنة المشاهدات مع لحظة زمنية ما، قد تكون السنة الأولى مثلا أو أي وقت يريد المحلل أن يتخذه مرجعا، مثلا السنة التي سبقت تحولات هيكلية في مؤسسة ما أو سبقت اتباع سياسة ما.

المؤشر البسيط. نقسم مشاهدات كل سنة على مشاهدة سنة الأساس، ثم نضرب في مئة لنحصل على نسبة مئوية للانتقال الحاصل.

$$I_t = \frac{y_t}{y_0} \times 100$$

مثال1. تمثل البيانات التالية العمر المتوقع عند الولادة لدى النساء خلال مئة سنة تقريبا.

- أحسب مؤشر العمر باتخاذ السنة الأولى كسنة أساس.
- أحسب نسبة الزيادة في 1986 مقارنة بسنة الأساس؟ ثم مقارنة ب 1950.

Année	y_t	Index = y_t*100/y_{1896}
1896	47,8	47,8*100/47,8 = 100,00
1902	48,3	48,3*100/47,8 = 101,05
1906	50,1	50,1*100/47,8 = 104,81
1910	52,3	109,41
1926	56,8	118,83
1930	59,4	124,27
1936	61,3	128,24
1950	67,5	**141,21**
1986	79,5	**166,32**

نسبة الزيادة مقارنة مع سنة الأساس:

$$166.32 - 100 = 66.32\%.$$

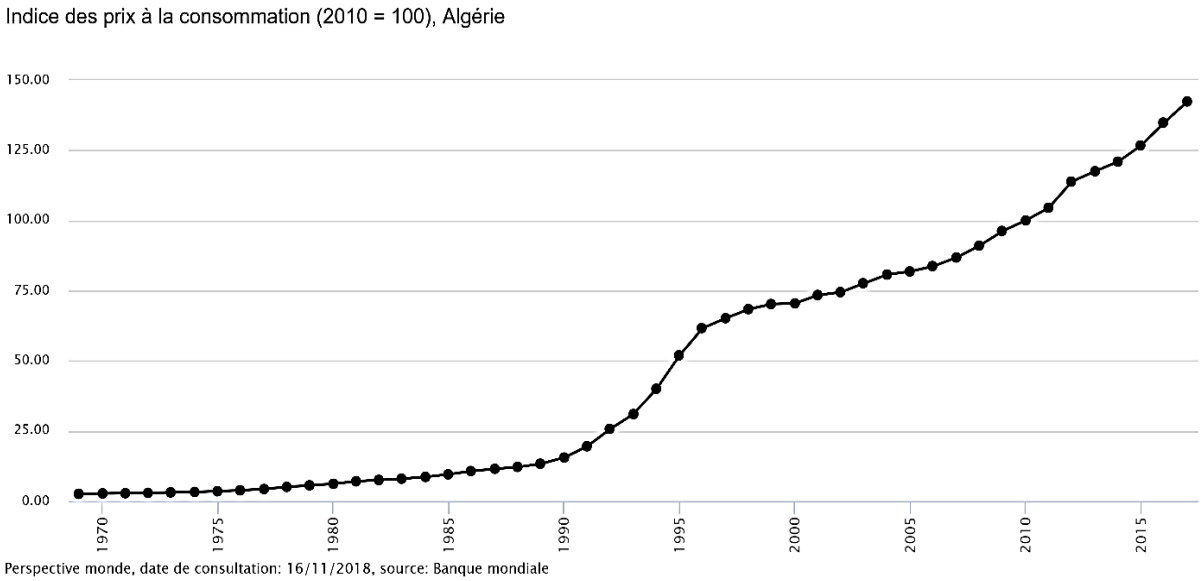
ونقول أن مؤشر العمر المتوقع زاد بنسبة 66.32 بالمئة، أو نقول زاد ب 66.32 نقطة مئوية.

نسبة الزيادة مقارنة مع سنة غير سنة الأساس: نسبة الزيادة في 1986 مقارنة مع 1950 هي:

$$(166.32*100/141.21) - 100 = \ldots\ldots$$

مثال2. الرسم التالي يبين المؤشر العام للأسعار عند الاستهلاك في الجزائر منذ السبعينات. السنة المستخدمة كأساس هي 2010.

- قيم نسبة ارتفاع المؤشر منذ هذه السنة إلى 2015.
- ما هي الفترة التي شهدت أسرع انخفاض لقيمة العملة؟ هل يمكنك أن تشرح لماذا؟



صورة 2. مؤشر الأسعار عند الاستهلاك في الجزائر. 2010 كسنة أساس.

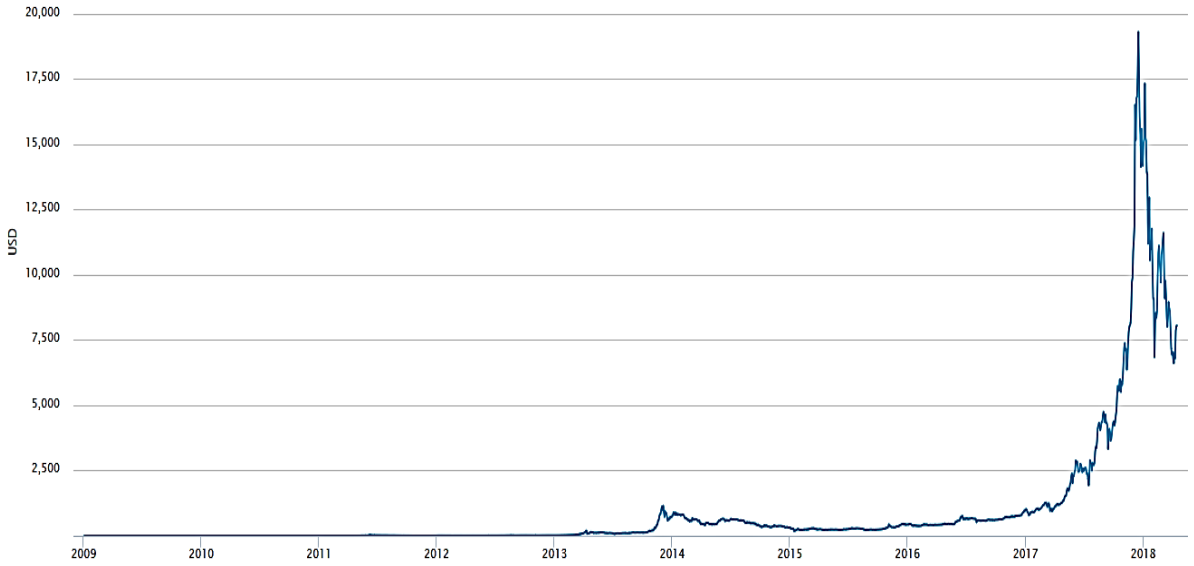
المصدر. البنك الدولي www.worldbank، اطلع عليه في 16-11-2018

نسبة الزيادة هي 25 بالمئة (100 – 125). الفترة التي شهدت تعاظم التضخم هي من 1990 إلى 1995.

مثال3. كانت أول صفقة تمت بالبتكوين[1] (Bitcoin) بشيء مادي في الولايات المتحدة، وهي شراء قطعتي بيتزا ب 10000 وحدة بتكوين. قيمة البتكوين في ذلك الوقت كانت 0.001 دولار، واتخذت تلك القيمة بعد ذلك كمرجع أو قيمة أساس لمؤشر غير رسمي لقيمة البتكوين. في 2018 وصل سعر العملة الافتراضية إلى قريب من 20000 دولار!!

- يباع البتكوين اليوم (15 ديسمبر 2018) بحوالي 3000 دولار، لكن لو ادخر الرجل ما بحوزته من بتكون (10000) بدل شراء البيتزا، كم يكون في حوزته بالدولار عندما بلغ سعر الصرف 19500 دولار في ديسمبر 2017؟ (الجواب: 195 مليون دولار!).

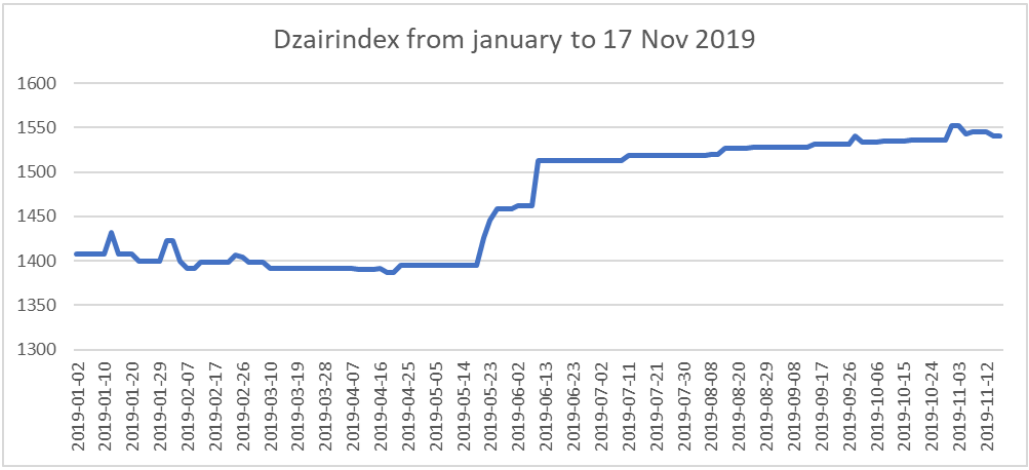
[1] ظهرت هذه العملة الافتراضية كرد فعل على الأزمة المالية ل 2008 حيث ظهر الكتاب الأبيض للعملة من قبل ساتوشي ناكاموتو.



صورة 3 . سعر صرف البتكوين بالدولار الأمريكي منذ إنشائه إلى غاية 2018.

المصدر: https://fr.wikipedia.org/wiki/Bitcoin

مثال 4. الرسم التالي يبين قيمة مؤشر بورصة الجزائر خلال سنة 2019 إلى غاية 17 نوفمبر من نفس السنة. ما هي المكونات التي تلاحظها؟



رسم توضيحي 1. المثيل البياني لمؤشر بورصة الجزائر Dzairindex خلال سنة 2019.

مصدر: بيانات موقع بورصة الجزائر: www.sgvb.dz

المؤشرات المرجحة أو المركبة (indices synthétiques)

مؤشر لاسبيير للسعر عند الاستهلاك (Consumer Price Index CPI) هو من أهم استخدامات المؤشر. يتضمن هذا المؤشر أسعار مجموعة من السلع مرجحة بالكمية المستهلكة من قبل الفرد (أو العائلة) في سنة الأساس. تسمى صيغة الحساب هذه صيغة لاسبيير Laspeyrs على اسم الاحصائي الذي اقترحها:

$$L_t = \frac{\sum_{items} p_t q_0}{\sum_{items} p_0 q_0} \times 100$$

المؤشر في سنة الأساس هو 100، وكل فرق عن 100 في قيم مفردات السلسلة المحولة يمثل نسبة الزيادة مقارنة مع سنة الأساس.

مؤشر Paasche يستخدم في البسط كميات سنة المقارنة.

$$P_t = \frac{\sum_{items} p_t q_t}{\sum_{items} p_0 q_t} \times 100$$

نضرب أحيانا النتائج في 1000 بدل 100 للتخلص من الفاصلة. التمثيل البياني للمؤشر لا يظهر شكلا مختلفا عن السلسلة الأصلية غير أن سلم المحور العمودي يتغير.

مثال: لديك البيانات التالية لثلاث سلع 1 و 2 و 3 في سنتي 2015 و 2010. احسب كلا من مؤشري السعر لاسبيير وباش لسلة من المواد الغذائية.

	2010		2015	
	P	Q	P	Q
Produit 1	**20**	100	**22**	120
Produit 2	**15**	150	**18**	170
Produit 3	**10**	200	**12**	180

Lt = (22*100+18*150+12*200)/(20*100+15*150+10*200)= 1,1680
Pt = (22*120+18*170+12*180)/(20*120+15*170+10*180)= 1,1644

مؤشر لاسبيير يعطي ارتفاعا في المستوى العام لأسعار المواد الغذائية ب 16,8% بينما مؤشر باش يعطي ارتفاعا ب 16,44%.

لاحظ.

- **مؤشر السعر يتطور** بالجداء لا بالجمع من سنة لسنة موالية. هذا يعني أنه لحساب نسبة الفرق في السعر على فترة من السنوات (مثلا نسبة الزيادة من 2000 إلى 2010) نضرب مؤشرات السنوات المعنية (لاسبيير أو باش)، ثم نطرح 1 من النتيجة.

مثال: لديك مؤشر السعر لسنوات متتالية. أحسب نسبة الزيادة في السعر خلال الفترة.

2011	2012	2013	2014	2015
1,11	1,13	1,12	1,09	1,08

$$1,11*1,13*1,12*1,09*1,08 = 1,65$$

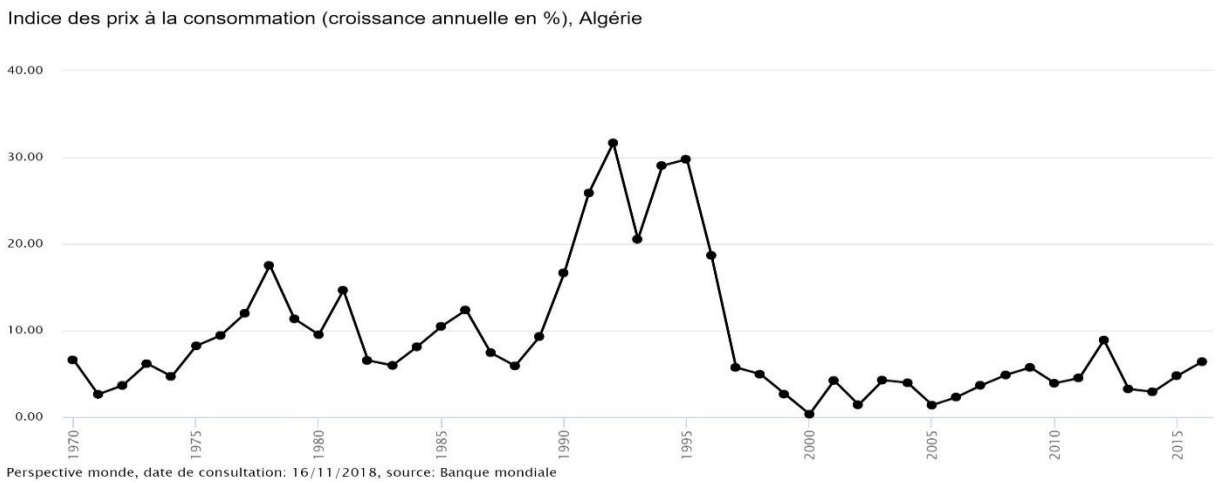
الأسعار إذن تضاعفت ب 1,65، أي ضربت في 1,65، أو بعبارة أخرى زادت بنسبة 65 بالمائة في 5 سنوات أي بين سنتي 2011 و 2015.

- لاحظ أن المؤشر هو الذي يتطور بالجداء وليس معدل التضخم.
- لاحظ أيضا أن زيادة الأسعار ب 65 بالمائة لا تكافئ القول بان مستوى المعيشة إنخفض ب 65 بالمائة، وإنما ب (1 − 1/1.65 = 1 − 0.606 = 0.394) أي ب 39.4 بالمائة.
- يزيد الفرق بين المؤشرين (لاسبير و باش) كلما زاد الفرق في كميات سنة الأساس وكميات سنة المقارنة.
- مؤشر لاسبيير يعطي تطور السعر بدون احتساب تغير الكميات خلال الزمن، ومؤشر باش يتجاهل كون الكميات السابقة غير الحالية.
- هناك مؤشرات أخرى، مثل مؤشر سجويك Sidgwick وهو المتوسط الحسابي لمؤشري لاسبيير وباش، ومؤشر فيشر الذي هو المتوسط الهندسي (جذر الجداء) لذات المؤشرين.
- هناك بالإضافة لمؤشر السعر مؤشر الكمية ومؤشر القيمة.

3-1. تفريق السلسلة *(differentiation)*

قد يحتاج المحلل لإزاحة التوجه العام أو الموسمية أو كلاهما من السلسلة لكي يستطيع أن **يتفحص المكونات الأخرى أو لغرض التنبؤ**.

مثال. التفريق كأداة لاستكشاف الفترة التي شهدت أعلى معدلات التضخم في الجزائر.



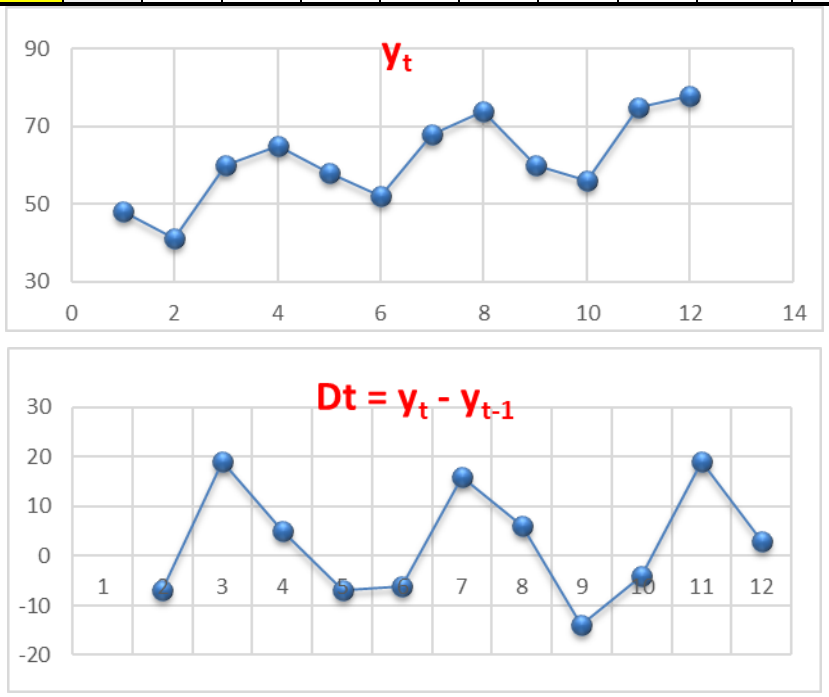
صورة 4. استخدام التفريق لمؤشر الأسعار عند الاستهلاك. المصدر: البنك الدولي. www.worldbank.

التفريق البسيط: يستخدم التفريق البسيط لإزاحة التوجه الخطي، طريقة الحساب:

$$D_t = y_t - y_{t-1}$$

مثال. في السلسلة التالية (المبيعات الأسبوعية في محطة بنزين) قم بإزاحة الميل باستخدام الفروق وعلق على المكونات الأخرى.

Week	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	48	41	60	65	58	52	68	74	60	56	75	78
$D_t = y_t - y_{t-1}$	/	-7	19	5	-7	-6	16	6	-14	-4	19	3



رسم توضيحي 2 السلسلة بعد التفريق لإزاحة التوجه (لكن ليس الموسمية)

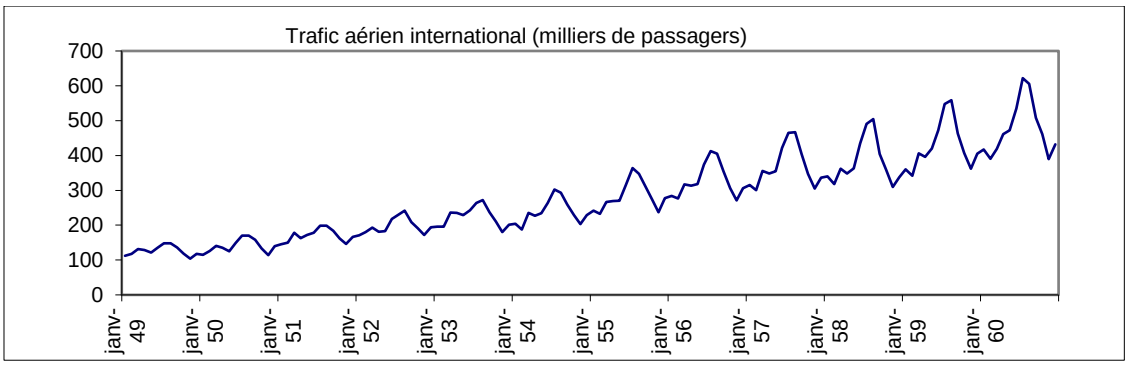
تمثل **القيم الموجبة في الرسم الثاني ارتفاعا** في المبيعات الأسبوعية، **والقيم السالبة تمثل انخفاضات**؛ مثلا، القيمة الأولى تمثل الانخفاض من الأسبوع الأول إلى الثاني. لاحظ أن الرسم يظهر حركة البيانات مقارنة بالسنة السابقة وليس بسنة بداية السلسلة. لإظهار حركة السلسلة مقارنة مع سنة أساس معينة يستخدم المؤشر.

التفريق بعدة درجات: قد يختار المحلل أن يحسب الفرق ليس عن القيمة السابقة مباشرة، وإنما التي قبلها أو التي قبلها بدرجات عدة Lags. **استخدام درجة واحدة مفيد في إزاحة التوجه الخطي**، بينما **استخدام عدد M من الدرجات مفيد في إزاحة موسمية** ذات نافذة M:

$$D_t = y_t - y_{t-M}$$

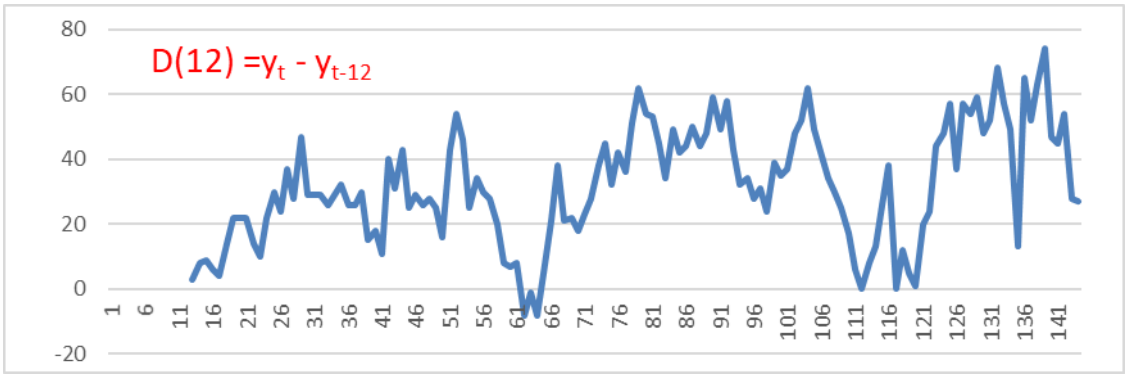
التفريق المضاعف: يستخدم التفريق المضاعف لإزاحة كل من التوجه والموسمية، ويكون بحساب الفروق من درجة ما (لإزاحة الموسمية) ثم تفريق السلسلة المحولة بدرجة واحدة لإزاحة التوجه (أو يبدأ بإزالة التوجه ثم يزيح الموسمية، لا فرق).

مثال: الرسوم الثلاث التالية تظهر على التوالي حجم النشاط الجوي الدولي بالآلاف (السلسلة الأصلية)، قم التفريق بدرجة 12 لإزالة الموسمية، ثم التفريق بدرجة 1 لإزالة التوجه.

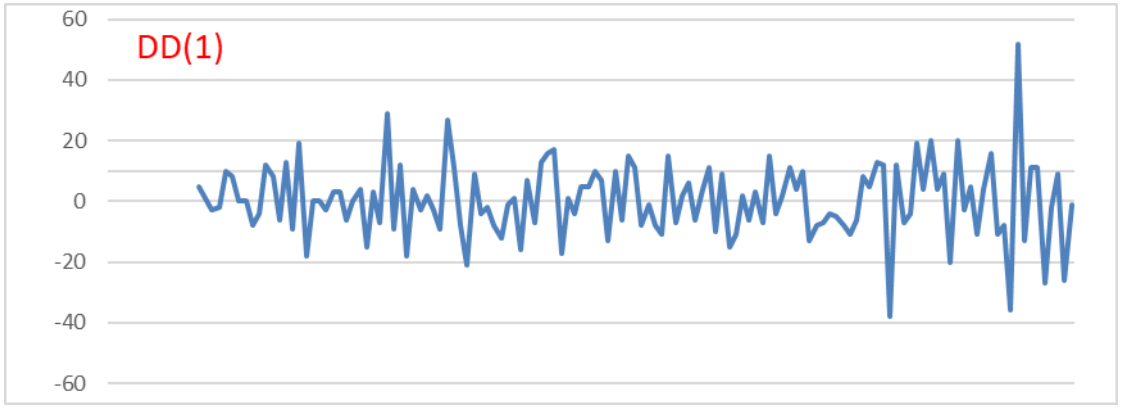


رسم توضيحي 3 السلسلة الأصلية لحجم النشاط الجوي الدولي (الوحدة ألف المسافرين)

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. 1976. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco



رسم توضيحي 4 إزاحة الموسمية من خلال التفريق بدرجة 12.



رسم توضيحي 5 إزاحة التوجه من خلال إعادة التفريق بدرجة 1.

2. معادلة التوجه

التنبؤ باستخدام خط التوجه

تقييم جودة تمثيل البيانات بخط التوجه

إستخدام Excel

2-1. التنبؤ باستخدام خط التوجه

ليكن **T أصل التنبؤ** أي اللحظة التي نريد منها تكوين التنبؤ، انطلاقا من بيانات سابقة $\{y_1, \ldots, y_T\}$.

إذا كانت الظاهرة لا تتضمن دورة ولا موسمية، يمكن التنبؤ للأفق h، أي للتاريخ (T + h) باستخدام مكون التوجه (f)، حيث تكون المتغيرة Y دالة في الزمن و في مكون الخطأ: $y_t = f(t, e_t)$، حيث e_t هو متغيرة مركزية غير مرتبطة تمثل الفرق بين القيمة الحقيقية والنموذج، هذا الأخير يكتب كما يلي:

$$\hat{y}_T(h) = f(T + h)$$

أصل التنبؤ T لا يشترط أن يكون اللحظة 0، فهو قيمة أقل من أو تساوي n، وليس ضروريا استخدام المشاهدات الأولى في السلسلة. الدالة التي نريد استخراجها هي كما يلي (نفترض أننا ننطلق من اللحظة 0 وبالتالي الأفق هو t نفسها):

$$\hat{y}(t) = a(t) + b$$

لحساب معاملات دالة التوجه نحتاج إلى التعبير عن الزمن ب $(t_i ; i = 1, 2, 3, \ldots, n)$.

يحسب معامل الانحدار والثابت في الدالة بطريقة المربعات الصغرى كما يلي:

$$a = \frac{\sum_i [(t_i - m_t) \times (y_i - m_y)]}{\sum_i (t_i - m_t)^2};$$

$$b = m_y - a m_t;$$

$$m_t = (n + 1)/2 ; \quad m_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$$

تفسير الميل (a): هو متوسط مقدار تغير y عند زيادة t بوحدة زمنية واحدة (نفس وحدة t)، وهو أيضا مقدار تغير y^ من فترة لفترة موالية.

تفسير الثابت (b): هو القيمة التي تأخذها المتغيرة في اللحظة 0.

سؤال: ما هي وحدة الميل a، وما هي وحدة الثابت b (الجواب في التعريف).

للتنبؤ نستخدم التعويض في الدالة. عيب الطريقة أنه كلما طال أفق التنبؤ كلما زاد احتمال دخول تغييرات على التوجه.

لاحظ.

- إذا وجود موسمية، يمكن احتسابها في التنبؤ بإضافتها (أو ضربها) إلى مكون التوجه.
- لتسهيل الحساب، يمكن التعبير عن الزمن بطريقة تجعل متوسطه معدوما $m_t = 0$. في هذه الحالة (Droesbeck, 1997):

$$a = \frac{\sum_i t_i m_y}{\sum_i t_i^2}; b = m_y$$

- يمكن أيضا لتسهيل الحساب الاقتصار على عدد محدود من القيم، كأن نقتصر على المتوسطات السنوية في بيانات شهرية أو ثلاثية، وهكذا. اليوم مع استخدام الاعلام الآلي لم يعد هذا التسهيل مهما.

2-2. تقييم تمثيل خط التوجه لبيانات السلسلة من خلال R^2

يتفاوت تمثيل البيانات من قبل الدالة y^ (وبالتالي صلاحيتها للتنبؤ بقيمة y) بحسب قوة العلاقة بين y والزمن، **كلما كانت العلاقة أقوى كانت الدالة y^ أدق في التنبؤ**. يقيس معامل التحديد R^2 **نسبة تباين المتغيرة المفسر بالزمن**. قيمة هذا المؤشر تتراوح بين 0 و1، وكلما اقتربت من 1 دل ذلك على جودة تمثيل خط التوجه للسلسلة، أي قرب نقاط السحابة من خط التوجه، وبالتالي دقة التقدير المحصل عليه، والعكس، كلما اقترب المؤشر من 0 دل على ضعف تمثيل البيانات بدالة التوجه.

في حالة العلاقة الخطية يحسب R^2 بتربيع معامل ارتباط بيرسون بين y و t ، كما توضح الصيغة أدناه:

$$R^2 = \left[\frac{\frac{1}{n}\sum_i[(t_i - m_t)(y_i - m_y)]}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_i(t_i - m_t)^2 \frac{1}{n}\sum_i(y_i - m_y)^2}}\right]^2$$

$$= \frac{(\sum_i[(t_i - m_t)(y_i - m_y)])^2}{\sum_i(t_i - m_t)^2 \sum_i(y_i - m_y)^2}$$

- أو يمكن أيضا حساب R^2 من خلال استخدام العلاقة بين الارتباط والميل a:

$$R^2 = \left(\frac{a \times S_t}{S_y}\right)^2 = a^2 \frac{\sum_i(t_i - m_t)^2}{\sum_i(y_i - m_y)^2}$$

حيث S_t الانحراف المعياري ل t و S_y الانحراف المعياري ل y.

- تستخدم مؤشرات أخرى لتقييم العلاقة بين المتغيرة Y والزمن t، منها نسبة متوسط التباين البيني إلى متوسط التباين المتبقي:

$$F = MSB/MSR.$$

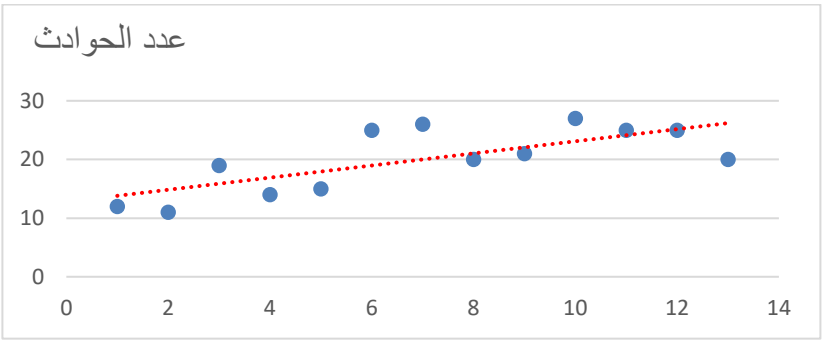
تعطي البرمجيات هذه الإحصائيات، وتعطي نتيجة اختبارها إحصائيا. في Excel نحصل على هذه المؤشرات من خلال البرنامج الملحق "محلل البيانات" (data Analyser).

مثلا: الجدول التالي يعطي عدد حوادث المرور المسجلة في طريق معين على مدى 13شهرا.

- مثل النقاط في معلم. هل تلاحظ وجود مكون التوجه؟
- أحسب معاملات دالة التوجه العام وأكتب الدالة.
- أحسب العدد المتوقع للحوادث خلال الشهرين المواليين (14 و 15).

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
عدد الحوادث	12	11	19	14	15	25	26	20	21	27	25	25	20

الحل:



من الواضح أن الرسم البياني يظهر توجها عاما خطيا، ولذلك من المناسب استخراج دالة توجه عام واستخدامها للتنبؤ، على أن نأخذ بعين الاعتبار بعد ذلك مكون الموسمية.

t	Y	$(t - m_t)$	$(y - m_y)$	$(t - m_t)(y - m_y)$	$(t - m_t)^2$	$(y - m_y)^2$
1	12	-6	-8	48	36	64
2	11	-5	-9	45	25	81
3	19	-4	-1	4	16	1
4	14	-3	-6	18	9	36
5	15	-2	-5	10	4	25
6	25	-1	5	-5	1	25
7	26	0	6	0	0	36
8	20	1	0	0	1	0
9	21	2	1	2	4	1
10	27	3	7	21	9	49
11	25	4	5	20	16	25
12	25	5	5	25	25	25
13	20	6	0	0	36	0
m_t (13+1)/2 = 7	**m_y = 20**		Σ	**188**	**182**	**368**

$$a = \frac{188}{182} = 1.033; b = 20 - 1.033(7) = 12.77$$

$$\hat{y} = \mathbf{1.033}(t) + \mathbf{12.77}$$

$$R^2 = a^2 \frac{\sum_i (t_i - m_t)^2}{\sum_i (y_i - m_y)^2} = 1.033^2 \frac{182}{368} = 0.53$$

للتنبؤ بقيم السلسلة في تواريخ لاحقة، يكفي أن نعوض في الدالة:

$$\hat{y}_{14} = 1.033(14) + 12.77 = 27.23;$$

$$\hat{y}_{15} = 1.033(15) + 12.77 = 28.26;$$

تفسير الميل (a): في المتوسط يزيد عدد الحوادث شهريا ب 1.03 حادث.

تفسير الثابت (b): الثابت هنا له تفسير حسابي بحت وهو القيمة التي تأخذها المتغيرة (عدد الحوادث) عندما تأخذ المتغيرة المستقلة (الزمن) القيمة 0؛ ليس هناك دائما تفسير اقتصادي للثابت.

تفسير معامل التحديد (R^2): في هذه الدالة معامل التحديد 0.52، أي أن الزمن يفسر 52 بالمائة من قيمة المتغيرة (عدد الحوادث)، وهي نسبة ليست عالية جدا لكنها كافية لتبرير صياغة دالة واستخدامها، فهي تدل على وجود علاقة خطية بين المتغيرة والزمن.

3-2. التنبؤ باستخدام التوجه في *Excel*

إضافة خط توجه للبيانات في الرسم:

يمكن الحصول على الدالة وتمثيلها البياني على سحابة النقاط ل Y. الخطوات هي كالتالي:

1. تحديد بيانات Y على الورقة ونطلب الرسم البياني (نوع سحابة نقاط scatter plot).
2. التأشير على السحابة وبالزر الأيمن للفأرة نستخرج قائمة
3. في القائمة التي تبرز نضيف خط التوجه (Add trend line).
4. نحدد نوع الخط (خطي) ونؤشر لطلب إظهار الدالة (display function) ومعامل التحديد R^2.

باختصار:

Select Data
Insert → Graph → scatter plot.
Select Chart →Add trend line → linear+ display function + display R^2

التنبؤ لتواريخ مقبلة:

- من نفس النافذة التي نطلب منها R^2 ونحدد نوع التوجه يمكن تمديد خط التوجه للأمام أو للخلف للتنبؤ بقيمة المتغيرة في تواريخ لاحقة أو سابقة.

- يمكن أيضا في Excel 2016 التقدير عن طريق الدالة FORECAST.LINEAR، ويتطلب ذلك تحديد ثلاث بيانات على التوالي: الزمن المستهدف لتقديره، بيانات المتغيرة y، بيانات الزمن.

=FORECAST.LINEAR(x; known Ys; known Xs)

يمكن بعد ذلك نسخ مضمون الخلية إلى الأسفل للتنبؤ بفترات لاحقة.

- يمكن أيضا التنبؤ لعدد من الفترات دفعة واحدة من خلال الدالة TREND:

= TREND (known Ys; known Xs ; new Xs ; true)

استخراج الميل والثابت واستخدامهما للتنبؤ:

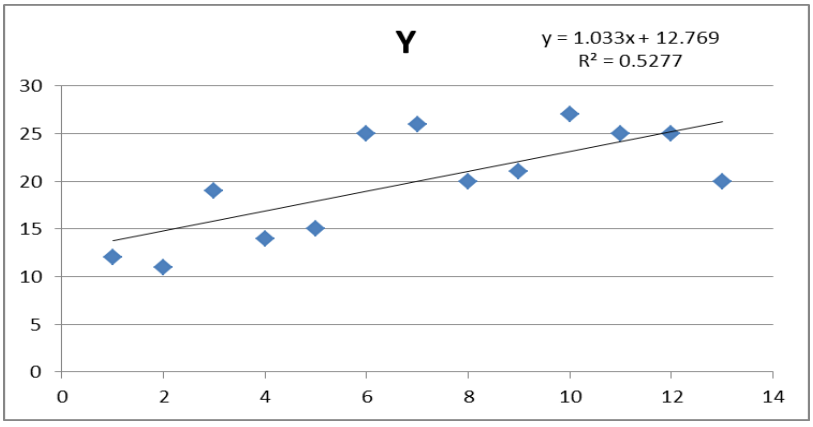
يمكن استخراج معاملات دالة خط الانحدار باستخدام الدالة **Slope** لحساب الميل، والدالة **Intercepte** لحساب الثابت b ومن ثم استخدامهما لكتابة الدالة والتعويض فيها لحساب القيم المتوقعة.

=slope(known Ys; known Xs)

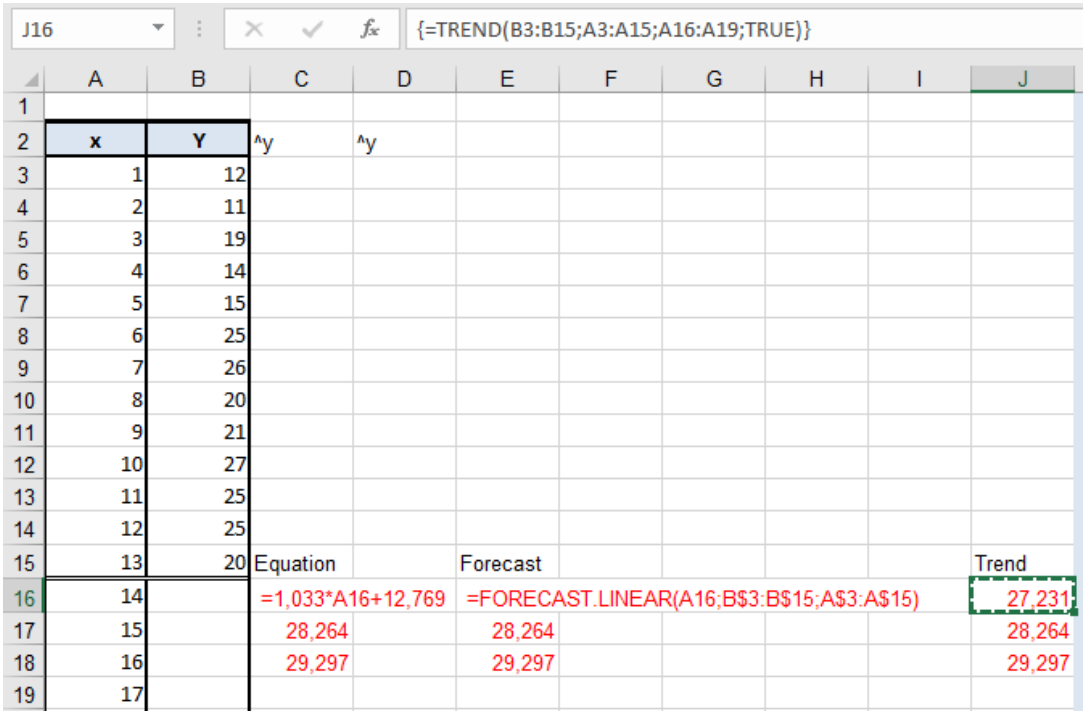
=intercepte(known Ys; known Xs)

مثال: البيانات التالية هي لعدد حوادث المرور المسجلة في طريق معين على مدى 13 شهرا.

- مثل السلسلة في معلم متعامد. هل تلاحظ وجود مكون التوجه؟ هل يناسب هذا استخدام دالة التوجه في التوقع؟



يبين الرسم التالي وجود توجه عام. هذا الأخير يمكن أن يمثل بمعادلة توجه خطي.



J16 {=TREND(B3:B15;A3:A15;A16:A19;TRUE)}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	x	Y	^y	^y						
3	1	12								
4	2	11								
5	3	19								
6	4	14								
7	5	15								
8	6	25								
9	7	26								
10	8	20								
11	9	21								
12	10	27								
13	11	25								
14	12	25								
15	13	20	Equation		Forecast					Trend
16	14		=1,033*A16+12,769		=FORECAST.LINEAR(A16;B$3:B$15;A$3:A$15)					27,231
17	15		28,264		28,264					28,264
18	16		29,297		29,297					29,297
19	17									

صورة 5. التقدير في Excel باستخدام الدالة Forecast.LINEAR والدالة TREND وأيضا باستخدام التعويض في الدالة.

1. استخراج دالة التوجه الخطي في *R*

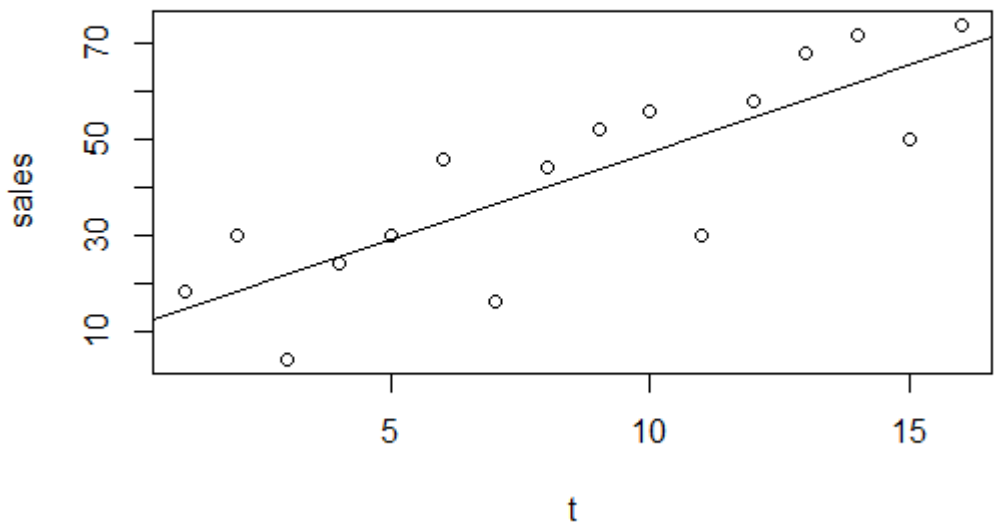
تستخدم الدالة lm() في R لإنشاء نموذج تحليل انحدار. المدخلة الأساسية للدالة هي النموذج formula و هي تحديد المتغيرة التابعة والمتغيرة المستقلة: Y~X : المطة الملتوية تعني أن المتغيرة إلى اليسار هي المتغيرة التابعة.

في المثال التالي نقوم باستخدام الدالة lm() لإنشاء نموذج يربط المبيعات Sales بالزمن t.

1. في البداية ننشئ المتغيرتين sales ، و t وندخل بياناتهما.
2. ثم نطلب تكوين النموذج بالدالة lm() ونضعه في lmsales،
3. ثم نطلب عرض النموذج lmsales
4. ثم نطلب التوقع للمبيعات في الشهر 13
5. ثم نطلب الارتباط بين المتغيرتين،
6. ثم نعرض مجموعة من الاحصائيات الأخرى للنموذج من خلال الدالة summary
7. ثم نرسم خط الدالة على سحابة النقاط (t, sales).

```
> sales=c(18,30,4,24,30,46,16,44,52,56,30,58,68,72,50,74)
> t=1:16

> lmsales<-lm(sales~t)

> lmsales
```

```
Call:
lm(formula = sales ~ t)

Coefficients:
(Intercept)            t
     10.900        3.659

> 10.9+3.659*13
[1] 58.467


> cor(sales,t)
[1] 0.8249598


 > summary(lmsales)

Call:
lm(formula = sales ~ t)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-21.147  -5.097   3.635   8.768  13.147

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  10.9000     6.4781   1.683    0.115
t             3.6588     0.6699   5.461 8.38e-05 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 12.35 on 14 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6806,   Adjusted R-squared:  0.6577
F-statistic: 29.83 on 1 and 14 DF,  p-value: 8.383e-05

> plot(t,sales)
> abline(coef(lmsales))
```



3. حالة التوجه غير الخطي وتحويل البيانات

الدالة متعددة الحدود

أنواع أخرى من التوجه

عند تتبع التوجه نرمي لاستخراج دالة تقلل الخطأ وتحاكي التوجه العام للمتغيرة على المدى البعيد. نراعي أيضا أن يكون النموذج مكون من عدد قليل من المعالم.

لقياس مدى تمثيل الدالة الخطية للبيانات نستخدم عدد من المؤشرات (الانحراف المعياري والارتباط ومعامل التحديد وقيمة F ومستوى دلالتها) أهمها **معامل التحديد**. من المهم أيضا تفحص **الرسم البياني** للسلسلة وعليها خط التوجه، والنظر هل نقاط السحابة قريبة ومنسجمة حول خط التوجه.

تفقد **سحابة المتبقي** هو أيضا طريقة أخرى لتقييم مدى صلاحية الدالة الخطية، سحابة المتبقي يفترض أن تأتي **منتشرة أفقيا على خط الصفر بدون أي نمط ظاهر** في توزيع النقاط. مثلا، تأتي سحابة النقاط أحيانا في شكل مثلث ويدل ذلك على عدم تساوي التباين، أو تأتي في شكل خط منحنى ويعني ذلك أن الدالة الخطية غير ملائمة لتمثيل البيانات. إذا ظهرت هذه الأنماط في سحابة الخطأ فهذا يعني أن الدالة الخطية ليست أفضل دالة تعبر عن البيانات (حتى لو كان معامل التحديد عاليا).

من بين أنواع التعديل غير الخطي:

3-1. الدالة متعددة الحدود *polinomial*

الدالة التربيعية

يستخدم التوجه متعدد الحدود هو عندما يتحول التغير من حيث القوة والاتجاه، ولذلك فهو يتميز بمرونة أكبر، حيث يستوعب الزيادة ثم النقص وهذا بحسب درجة القوة. تضيف الدالة متعددة الحدود متغيرات مستقلة جديدة للنموذج. **الدالة التربيعية** هي النوع الشائع من الدوال متعددة الحدود، وهي عبارة عن إضافة مربع t إلى الدالة الخطية:

$$y = ct^2 + at + b$$

التوجه غير الخطي في Excel.

يمكن الحصول على الدالة التربيعية بطريقتين: باستخدام محلل البيانات data analysis.

Data –> data analysis –> Regression

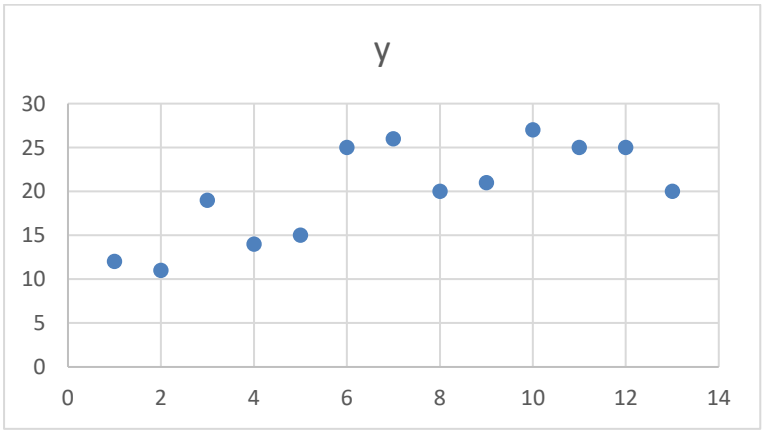
يتم بعد ذلك إدخال بيانات المتغيرة التابعة y في الخانة المقررة لها ثم المتغيرات المستقلة (مثلا t و t^2).
نحصل من هذا على ثلاث جداول، حيث نجد في الجدول الثالث الدالة وفي الجدول الأول معامل التحديد (أنظر المثال أدناه).
يمكن أيضا طلب إحصائيات أخرى مثل المتبقي من أجل حساب مؤشرات الدقة MSE وغيره، أو طلب سحابة المتبقي ورسوم بيانية أخرى.
الطريقة الثانية – وهي الأسهل – هي إضافة خط توجه متعدد الحدود إلى سحابة النقاط مع طلب إظهار الدالة لاستخدامها في التنبؤ وإظهار معامل التحديد لتقييم مدى ملائمة خط الدالة للبيانات.

مثلا: لديك عدد حوادث المرور المسجلة في طريق معين على مدى 13شهرا.

- قم بتمثيل البيانات في سحابة نقاط، علق على التوجه الملاحظ.
- قم بتحديد سحابة النقاط ثم من خلال الزر الأيمن للفأرة اطلب إضافة خط توجه ومن الاختيارات حدد التوجه متعدد الحدود واطلب إظهار الدالة ومعامل التحديد.
- استخرج قيم مربع المتغيرة المستقلة، أي t^2،
- استخدم محلل البيانات data analysis لاستخراج دالة انحدار متعدد ل y على t و t^2.
- أكتب الدالة ومعامل التحديد، ثم استخدم الدالة للتنبؤ بعدد الحوادث للأشهر الثلاث المقبلة.

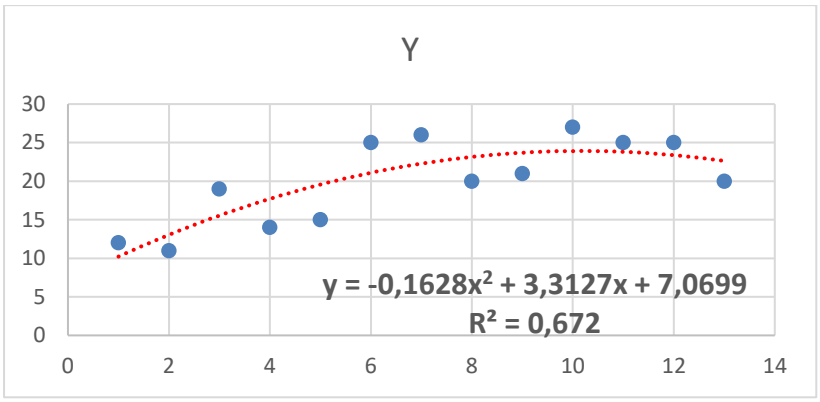
الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
عدد الحوادث	12	11	19	14	15	25	26	20	21	27	25	25	20

الحل



تظهر سحابة النقاط هنا أن التوجه الخطي قد لا يكون أحسن تعبير عن توجه عدد الحوادث في المستقبل بما أن السحابة تغير توجهها في نهاية مسارها. من المناسب إذا استخدام دالة متعددة الحدود.

باستخدام إضافة خط التوجه وإظهار الدالة وR^2 نحصل على:

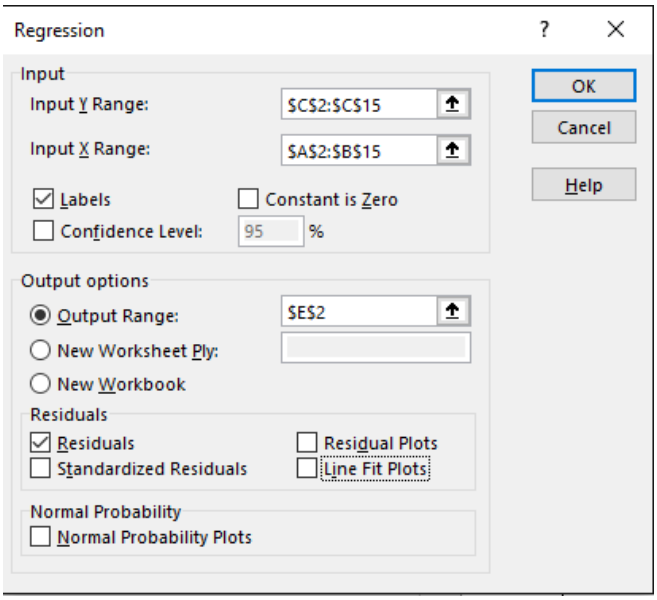


الطريقة 2. يمكن إستخراج دالة التوجه التربيعي ومعامل التحديد باستخدام محلل البيانات data analysis، ثم التنبؤ بعدد الحوادث في الأشهر الثلاث المقبلة.

الجدول التالي يبين إدخال قيم t^2:

t	t^2	y
1	1	12
2	4	11
3	9	19
4	16	14
5	25	15
6	36	25
7	49	26
8	64	20
9	81	21
10	100	27
11	121	25
12	144	25
13	169	20

الرسم أدناه يبين كيفية تعيين البيانات لمحلل البيانات.



صورة 6. إدخال البيانات والخياريات في مربع الحوار لمحلل البيانات: 1- إدخال البيانات إلى برنامج تحليل الانحدار في محلل البيانات، 2- التاشير على Labels، 3- تعيين خلية الإخراج، 4- طلب المتبقي.

المخرجات تأتي كما يلي:

mois		nbre d'accidents	
t	t^2	y	^y
1	1	12	
2	4	11	
3	9	19	
4	16	14	
5	25	15	
6	36	25	
7	49	26	
8	64	20	
9	81	21	
10	100	27	
11	121	25	
12	144	25	
13	169	20	
14	196		21,531
15	225		20,122
16	256		18,387

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0,8197
R Square	0,6720
Adjusted R Square	0,6064
Standard Error	3,4744
Observations	13

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	2	247,28	123,64	10,242	0,0038
Residual	10	120,72	12,072		
Total	12	368			

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*
Intercept	7,0699	3,401	2,079	0,064	-0,507	14,647
t	3,3127	1,117	2,965	0,014	0,823	5,802
t^2	-0,1628	0,078	-2,097	0,062	-0,336	0,010

يمكن إذن كتابة الدالة من الجدول الأخير (عمود المعاملات Coefficients)

قيمة R^2 تستخرج من الجدول الأول $R^2=0,67$

من خلال إضافة حدود إضافية t^4 ; t^3 يمكن جعل الدالة متعددة الحدود تتمتع بمرونة تمكنها من التكيف لموافقة تغيرات توجه البيانات. لكن لهذه المرونة ثمنها، فمن المهم عدم المبالغة في إضافة متغيرات إلى النموذج، تجنبا للملائمة الزائدة (overfitting).

لتقييم مدى ملائمة النموذج الجديد ما علينا إلا اتباع نفس الخطوات السابقة:

- تفحص التمثيل البياني لy مع خط الدالة الجديدة،
- تفحص المؤشرات الرقمية (معامل التحديد، الانحراف المعياري، وقيمة F، ومستوى دلالتها)
- تفحص التمثيل البياني لسحابة الخطأ للتحقق من عدم وجود نمط ما، أو مثلث، أو قيم شاردة، وأنها عبارة عن سحابة نقاط منتشرة حول خط الصفر بالتعادل من الأعلى والاسفل.

2-3. أنواع أخرى من التوجه غير الخطي

الدالة الأسية

يناسب التعديل الأسي البيانات التي **تتزايد أو تتناقص دائما بسرعة أكبر، فهو لا يلائم تغيير الاتجاه كما لا يقبل القيم السالبة أو المعدومة.**

دالة التعديل الأسي هي من الشكل:

$$y = ce^{at+b}$$

ويمكن تمثيل التعديل الأسي باستخدام التعديل الخطي بطريقة المربعات الصغرى عن طريق تحويل التابع:

$$\log(z) = ay + b$$

دالة القوة puissance

يلائم التعديل بدالة القوة مثلا البيانات التي يتسارع فيها النمو، ولا يقبل النموذج القيم المعدومة أو السالبة.

بصفة عامة **نقوم بتكييف سحابة البيانات مع الدالة الخطية إما من خلال تحويل المحور الأفقي أو العمودي.** التحويل يمكن أن يستهدف تمديد المحور أو تقليصه لجعل الجزء من السحابة الذي يأتي أعلى الخط أسفل الخط مطابقا أكثر للخط. يمكن أن يكون التمديد برفع المتغيرة (المستقلة أو التابعة حسب الحالة) إلى قوة 2 أو أكثر، ويكون التقليص باللغرتم أو حساب المقلوب. مثلا إذا جاءت السحابة منحنية إلى الأسفل في نهايتها، إما أن نرفع الجزء الأخير من السحابة من خلال تمديد المحور العمودي برفع y إلى قوة 2 أو أكثر، أو بتقليص المحور الأفقي من خلال استخدام لغرتم المتغيرة المستقلة أو مقلوبها.

الدالة اللغرتمية

يكون التعديل اللوغرتمي ملائما للبيانات عندما يكون تغير هذه الأخيرة يزيد أو ينقص بسرعة، بحيث تكون البيانات متناقصة أو متزايدة بحدة ثم تميل للاستقرار (بدون أن تغيير الاتجاه، على عكس دالة القوة). يستخدم **التحويل اللغرتمي أيضا** للسلسلة ذات **نموذج جدائي**، حيث يسمح التحويل اللغرتمي بالانتقال إلى **متغيرة ذات موسمية مستقرة.**

ميزة التعديل اللغرتمي ل y (تناقص متباطئ ل Y) أن القيمة المحولة z تبقى لها علاقة واضحة ب y، وهي أن **انتقال z يساوي تقريبا نسبة انتقال y** ونكتب:

$$z_{t+1} - z_t \approx \frac{y_{t+1}}{y_t}$$

تحويل بوكس–كوكس Box-Cox

يتطلب استخراج دالة انحدار خطي (بسيط أو متعدد) بطريقة المربعات الصغرى مجموعة من الافتراضات، منها الانسجام، وطبيعية الخطأ، وخطية العلاقة؛ وهي افتراضات قد لا تتحقق دوما، وهنا تأتي فائدة تحويل بوكس–كوكس. يمكن أن يساعد هذا التحويل الشهير– الذي طوره الإحصائيان البريطانيان في بداية الستينات – استقرار التباين في تفكيك السلسلة، وبالتالي فهم أفضل لمكوناتها مثل الموسمية والتوجه، كما يساعد في طبيعية البيانات، وهي خاصية مطلوبة خاصة في الاختبارات الإحصائية.

يكتب تحويل بوكس–كوكس كما يلي:

$$z_\lambda(y) = \begin{cases} \dfrac{y^\lambda - 1}{\lambda} & si\ \lambda > 0 \\ ln(y) & si\ \lambda = 0 \end{cases}$$

المعلمة Lambda هي عدد حقيقي يتراوح بين −3 و 3، ويمكن تقديرها من خلال البرمجيات (بطريقة المعقولية العظمى). كما تدل الدالة فإن التعديل اللغرتمي هو حالة خاصة من تعديل بوكس– كوكس.

4. سلسلة تمارين – تحليل التوجه

2. التمارين

تمرين 1. مراجعة نظرية

- أكتب صيغة المؤشر البسيط.
- أكتب صيغة كل من مؤشر لاسبيير وباش.
- كيف نحسب نسبة الزيادة في y من خلال المؤشر البسيط؟
- أكتب صيغة كل من التفريق الأحادي (من الدرجة 1) ومتعدد الدرجات.
- ما هو الهدف من التفريق؟
- أكتب صيغة y^ في التوجه الخطي.
- أكتب صيغة معاملي دالة التوجه بطريقة المربعات الصغرى.
- كيف يفسر الميل في الدالة؟ وماذا يمثل الثابت؟
  كيف تستخدم الدالة للتنبؤ؟
- كيف يتم تقييم مدى جودة تمثيل دالة التوجه للبيانات؟ أكتب صيغة R^2، كيف يفسر؟

تمرين 2. أسئلة للتوسع

- أذكر بعض أنواع التوجه غير الخطي ومتى تستخدم.
- تفترض طريقة المربعات الصغرى استقلال المشاهدات بينما نعلم أن مشاهدات السلسلة الزمنية قد لا تكون مستقلة (مبيعات موسم تتأثر بمبيعات الموسم أو المواسم السابقة ...)، فهل يعني ذلك أن الطريقة غير صالحة إذا لم يتحقق هذا الافتراض؟ أم أن المقدرات تبقى غير متحيزة في حالة وجود ارتباط ذاتي، والذي يتأثر هو الخطأ المعياري؟
- إذا جاءت البيانات محدبة قليلا وليست خطية، فكيف يمكن تمثيل التوجه العام؟ هل نستخدم دالة متعددة الحدود أم نحول البيانات باستخدام اللغرتم ثم نستخرج دالة خطية لهذا الأخير[1]، أم أن كلا الطريقتين صالحتين وتتم المفاضلة بينهما على أساس معامل التحديد.

[1] نفترض أن الدالة هي $z = ae^{bt}$ وهذا يعني أن $\ln(z) = \ln(a) + bt = a_0 + bt$.

تمرين 3. المؤشر البسيط Index

البيانات التالية تمثل عدد العمال في قطاع صناعة الملابس في فرنسا بين 1981 و 1988.

- قم بحساب المؤشر (1981 كسنة أساس) ومثله بيانيا. قارن مع التمثيل البياني لعدد العمال.
- أحسب نسبة التغير في عدد العمال بين 1988 و1981.
- أحسب نسبة التغير في عدد العمال بين 1988 و1987.

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
Effectif salarié (en milliers)	495	482	468	447	428	411	391	370

Source : Insee, France.

تمرين 4. التفريق

في بيانات التمرين السابق (عدد العمال في صناعة الملابس) قم بإزاحة التوجه الخطي من خلال الفروق.

قم بالتمثيل البياني للبيانات بعد نزع التوجه وعلق على الرسم.

تمرين5. التفريق – مؤشر الأسعار لدى الاستهلاك للمملكة المتحدة

البيانات التالية هي لمؤشر الأسعار لدى الاستهلاك للمملكة المتحدة خلال الفترة من 1984 إلى 1994.

- مثل البيانات وعلق على التوجه.
- أحسب الفروق من الدرجة 1 لمؤشر الأسعار ومثلها بيانيا.
- علق على التمثيل البيانات: هل زال التوجه؟

Year	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
CPI in UK	606	637	675	696	724	768	828	908	951	981	998

تمرين 6. دالة التوجه وتقييمها واستخدامها– صناعة الملابس

البيانات التالية تمثل عدد العمال في قطاع صناعة الملابس في فرنسا بين 1981 و 1988.

- أكتب دالة التوجه الخطي بطريقة المربعات الصغرى (حول الزمن إلى سلسلة من 1 إلى 8).
- قيم جودة تمثيل الدالة للبيانات من خلال حساب معامل التحديد.
- قدر باستخدام الدالة عدد العاملين سنة 1990.

قم بالحسابات يدويا ثم باستخدام Excel.

Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
Effectif salarié (en milliers)	495	482	468	447	428	411	391	370

Source : Insee, France.

تمرين 7. دالة التوجه متعددة الحدود – مبيعات الأبقار

لديك مبيعات مزرعة تربية الأبقار خلال الأشهر الماضية.

- مثل البيانات في سحابة نقاط. هل تصلح الدالة الخطية لتمثيل البيانات ؟
- أضف خط توجه خطي at+b لسحابة النقاط وعلق على مدى تمثيله للبيانات.
- استخرج معامل التحديد وعلق على قيمته.
- باستخدام Excel أضف إلى الرسم خط توجه من النوع متعدد الحدود (polynomial) من الدرجة 2 مع إظهار الدالة وR^2. قارن مع نتائج التوجه الخطي.
- قم بتمديد خط التوجه متعدد الحدود لتمثيل المبيعات المتوقعة للأشهر الثلاث المقبلة.
- استخدم دالة التوجه متعدد الحدود لحساب القيمة المتوقعة للأشهر الثلاث المقبلة.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sales	6	10	7	17	12	20	21	18	22	23	14	21	20	12	14

تمرين 8. تقييم الخطأ ودالة التوجه التربيعي – حوادث المرور

لديك عدد حوادث المرور المسجلة في طريق معين على مدى 13 شهرا.

- قم بتمثيل البيانات في سحابة نقاط، ومثل عليها خط توجه خطي. علق.
- استخرج قيم الخطأ E = (y – ^y) عن دالة التوجه الخطي ومثلها بيانيا.
- هل تلاحظ نمطا ما في سحابة المتبقي؟ هل تنتشر السحابة في شكل افقي أم لها توجه ما؟ هل تنتشر في شكل مثلث، هل هناك قيم شاردة؟
- كرر المطلبين السابقين مع دالة التوجه التربيعية.
- استخدم الدالتين لحساب العدد المتوقع للحوادث خلال الشهرين المواليين (14 و15).

الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
عدد الحوادث	27	25	20	15	21	20	12	13	15	14	19	20	22

تمرين 9. التوجه متعدد الحدود – عدد المواليد في مقاطعة ألمانية

لديك البيانات التالية لعدد المواليد في مقاطعة ألمانية خلال الفترة من 2004 إلى 2011.

- أدخل البيانات إلى Excel ومثلها بيانيا ثم علق على المكونات التي يظهرها.
- استخراج دالة غير خطية لتمثيل البيانات. قارن بين الخيارات من خلال الرسم ومعامل التحديد.

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Trimestre 1	7 684	7 437	7 311	7 221	7 148	7 105	7 067	7 062
Trimestre 2	7 899	7 705	7 616	7 471	7 336	7 189	7 146	7 128
Trimestre 3	7 320	7 208	7 093	7 008	6 970	7 043	6 983	7 008
Trimestre 4	7 683	7 450	7 298	7 184	7 231	7 206	7 185	7088

تمرين 10. تمرين محلول – عدد الرحلات المنجزة لمؤسسة سياحية

لديك عدد الرحلات السياحية في كل ثلاثي لمؤسسة سياحية خلال فترة أربع سنوات.

- حول البيانات إلى جدول يتضمن سطرين: الزمن (t) وعدد الرحلات (y) ومثلها بيانيا.
- هل تلاحظ وجود موسمية؟ هل تلاحظ وجود توجه عام خطي؟
- استخرج خط التوجه العام ومعادلته بطريقة المربعات الصغرى (باستخدام Excel).
- أحسب وعلق على قيمة R^2.
- استخدم المعادلة للتنبؤ بعدد الرحلات خلال الثلاثي القادم.

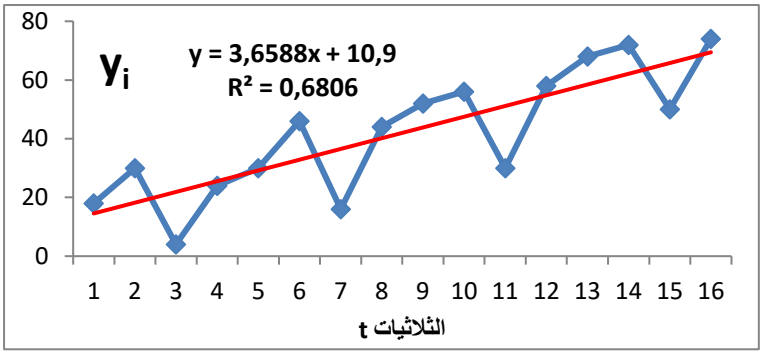
السنة	الثلاثي			
	1	2	3	4
2010	18	30	4	24
2011	30	46	16	44
2012	52	56	30	58
2013	68	72	50	74

الحل:

نبدأ أولا بإعادة كتابة الجدول في عمودين أو سطرين لنتمكن من تمثيل البيانات في رسم.

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_i	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58	68	72	50	74

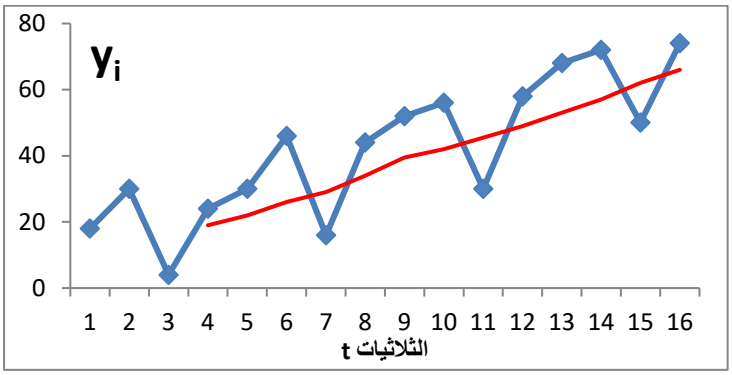
نؤشر على السطرين ومن قائمة إدراج (Insertion) نطلب الرسم البياني من نوع الخط المتعرج. ثم نؤشر بالفأرة على الرسم الذي يظهر ونطلب بالزر الأيمن للفأرة إظهار خط التوجه، وفي المربع الذي يظهر نختار التوجه الخطي، ونؤشر لإظهار الدالة ومربع الارتباط R^2.



رسم توضيحي 6. التمثيل البياني للتوجه بطريقة خط التوجه (المربعات الصغرى).

- المبيعات المتوقعة للثلاثي القادم: $3.6588(17)+10.9$
- للتنبؤ بالثلاثي القادم نعوض ترتيب الثلاثي، أي القيمة 18 في الدالة أعلاه، ونفس الطريقة للتنبؤ بقيمة المتغيرة في الثلاثي الذي بعده، أي نعوض في الدالة الزمن بالقيمة 19.

- تدل قيمة $R^2 = 0.68$ على ارتباط قوي بين المتغيرة والزمن، مما يعني أن استخدام دالة خط التوجه مبرر ويعطي توقعات قريبة إلى حد ما من الواقع.
- يعطي الرسم التالي التمثيل البياني للتوجه العام بطريقة المتوسطات المتحركة. لطلب خط التوجه بطريقة المتوسطات المتحركة نطلب الرسم مرة أخرى، ونؤشر على الرسم ونطلب بالزر الأيمن للفأرة إدراج خط التوجه، وفي المربع الذي يظهر نختار طريقة المتوسطات المتحركة.



رسم توضيحي 7 التمثيل البياني للتوجه العام بطريقة المتوسطات المتحركة.

دراسة حالة 1. بورصة الجزائر

لديك البيانات التالية لمؤشر بورصة الجزائر من سبتمبر إلى غاية 17 نوفمبر. انقل البيانات ثم:

1. مثل البيانات وعلق على المكونات الملاحظة.
2. استخرج دالة التوجه ومثلها بيانيا مع إظهار R^2.
3. استخدم الدالة لتوقع قيمة المؤشر بعد شهر.
4. أدخل إلى موقع بورصة الجزائر واحصل على بيانات سنة 2019 كاملة، واستخرج الدالة وقيم تمثيلها للبيانات. قارن مع الدالة المحسوبة على أساس بيانات 3 أشهر.

September		October		November	
2019-09-02	1527,302	2019-10-01	1533,659	2019-11-03	1551,811
2019-09-03	1527,302	2019-10-03	1533,659	2019-11-05	1543,24
2019-09-05	1527,302	2019-10-06	1533,457	2019-11-07	1545,058
2019-09-08	1527,302	2019-10-08	1534,315	2019-11-10	1545,058
2019-09-11	1527,302	2019-10-10	1534,315	2019-11-12	1545,058
2019-09-12	1527,302	2019-10-13	1534,315	2019-11-14	1541,076
2019-09-15	1530,731	2019-10-15	1535,223	2019-11-17	1541,076
2019-09-17	1530,731	2019-10-17	1535,526		
2019-09-19	1530,932	2019-10-20	1535,526		
2019-09-22	1530,932	2019-10-22	1535,526		
2019-09-24	1530,932	2019-10-24	1535,526		
2019-09-26	1530,932	2019-10-27	1535,526		
2019-09-29	1540,678	2019-10-29	1535,526		
		2019-10-31	1551,811		

دراسة حالة2: التوجه الأسي – أعداد الطلبة في الجامعات الجزائرية

لديك البيانات التالية لعدد خريجي الجامعة الجزائرية (ما عدا الجامعة الليلية) منذ الاستقلال.

- حمل البيانات في ملف Excel ثم قم بالتمثيل البياني واستكشاف نوع التوجه الملاحظ.
- استخرج دالة توجه (اختر الدالة الأنسب) ومثلها بيانيا على الرسم، مع إظهار R^2.
- استخدم الدالة للتوقع لعدد الخريجين في السنة الجامعية 2018–2019. حاول الحصول على الرقم الحقيقي وقارن.
- قم بحساب التفريق بدرجة واحدة ومثله بيانيا ثم علق.

جدول 1. تطور عدد الخريجين من التعليم العالي من 63–1962 إلى 2011–2010 (ما عدا الجامعة الليلية).

Années Scolaires	*Diplômés*	*Années Scolaires*	*Diplômés*
1962-1963	...	**1987-1988**	18 110
1963-1964	180	**1988-1989**	20 493
1964-1965	179	**1989-1990**	22 917
1965-1966	195	**1990-1991**	25 582
1966-1967	378	**1991-1992**	28 182
1967-1968	654	**1992-1993**	29 336
1968-1969	724	**1993-1994**	29 341
1969-1970	817	**1994-1995**	31 970
1970-1971	1 244	**1995-1996**	35 671
1971-1972	1 703	**1996-1997**	37 323
1972-1973	2 355	**1997-1998**	39 521
1973-1974	2 786	**1998-1999**	44 531
1974-1975	2 844	**1999-2000**	52 804
1975-1976	4 661	**2000-2001**	65 192
1976-1977	5 410	**2001-2002**	72 737
1977-1978	5 928	**2002-2003**	77 972
1978-1979	6 046	**2003-2004**	91 828
1979-1980	6 963	**2004-2005**	107 515
1980-1981	7 477	**2005-2006**	112 932
1981-1982	7 800	**2006-2007**	121 905
1982-1983	9 584	**2007-2008**	146 889
1983-1984	10 237	**2008-2009**	150 014
1984-1985	11 713	**2009-2010**	199 767
1985-1986	14 097	**2010-2011**	246 743
1986-1987	16 645		

Source : Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique - In Publications : Annuaire Statist
Formation Supérieure en chiffres et Bilan chiffré de la formation supérieure

3. الحلول

تمرين 1. مراجعة

- **المؤشر البسيط:**

$$I_t = \frac{y_t}{y_0} \times 100$$

- **مؤشري لاسبيير وباش:**

$$L_t = \frac{\sum_{items} p_t q_0}{\sum_{items} p_0 q_0} \times 100$$

$$P_t = \frac{\sum_{items} p_t q_t}{\sum_{items} p_0 q_t} \times 100$$

- نحسب نسبة الزيادة في y من خلال المؤشر البسيط بمقارنة قيمة المؤشر مع 100.
- صيغتي التفريق البسيط والتفريق متعدد الدراجات:

$$\boldsymbol{D_t = y_t - y_{t-1}}$$

$$\boldsymbol{D_t = y_t - y_{t-M}}$$

- الهدف من التفريق هو التخلص من الموسمية أو التوجه أو كلاهما.
- معاملي خط التوجه حسب طريقة المربعات الصغرى:

$$\boldsymbol{a = \frac{\sum_i [(t_i - m_t)(y_i - m_y)]}{\sum_i (t_i - m_t)^2}\ ;\ b = m_y - a m_t;}$$

- الميل يمثل متوسط تغير Y عند تغير t بوحدة واحدة. والثابت يمثل قيمة Y عندما ينعدم t.
- تستخدم دالة التوجه في التنبؤ من خلال تعويض t بقيمتها في الدالة.
- من بين المؤشرات المستخدمة في قياس مدى تمثيل الدالة للسحابة، معامل التحديد:

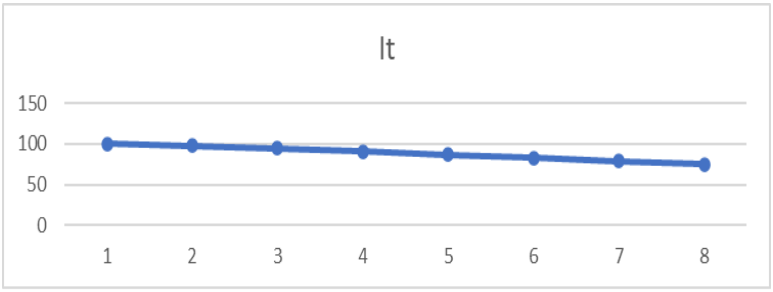
$$R^2 = \frac{\left(\sum_i [(t_i - m_t)(y_i - m_y)]\right)^2}{\sum_i (t_i - m_t)^2 \sum_i (y_i - m_y)^2}$$

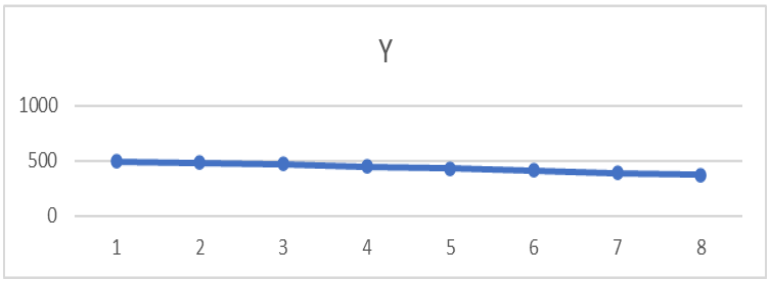
قيمة R^2 تعبر عن نسبة تباين Y المفسر ب t. كلما كنت قريبة من 100 بالمئة دلت على قوة العلاقة.

التمرين 3.

Année	Effectif salarié (en milliers)	I_t
1981	495	100
1982	482	97,374
1983	468	94,545
1984	447	90,303
1985	428	86,465
1986	411	83,03
1987	391	78,99
1988	370	74,747

D1988, 1981 = 76,763 - 100 = -25,25
D1988, 1987 = (370*100/391) - 100 = -5,371

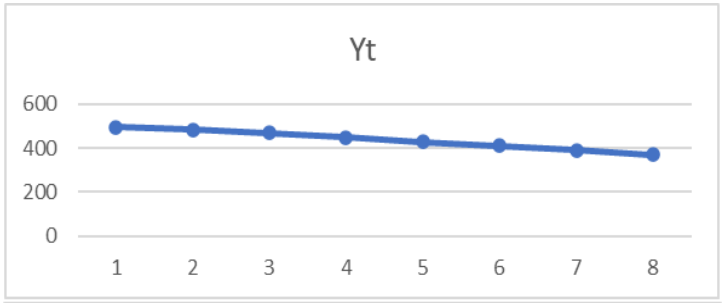


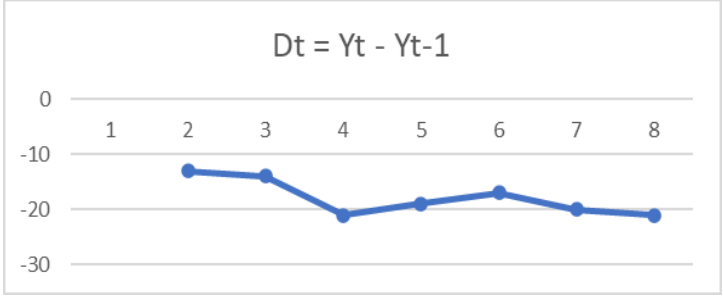


التمرين 4.

Année	Y_t	$D_t = Y_t - Y_{t-1}$
1981	495	--
1982	482	-13
1983	468	-14
1984	447	-21
1985	428	-19
1986	411	-17
1987	391	-20
1988	370	-21

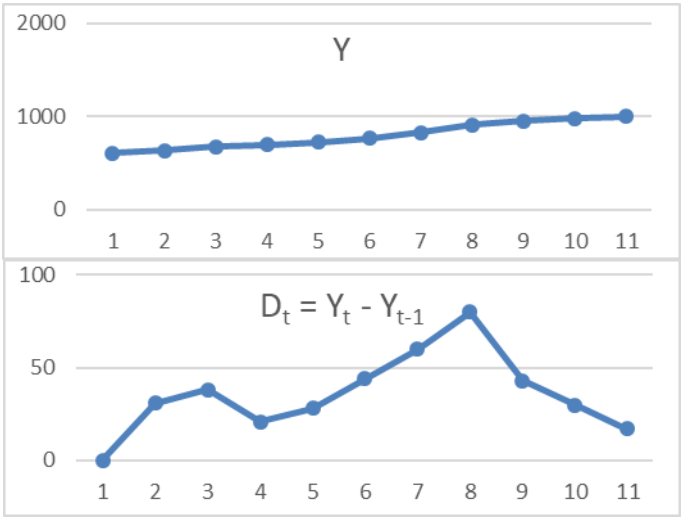
التمثيل البياني ل Dt يظهر حركة للمتغيرة خارج التوجه النازل الذي يكاد يكون هو كل ما يظهر من التمثيل البياني ل Yt.





التمرين 5.

Year	Y	$D_t = Y_t - Y_{t-1}$
1984	606	--
1985	637	31
1986	675	38
1987	696	21
1988	724	28
1989	768	44
1990	828	60
1991	908	80
1992	951	43
1993	981	30
1994	998	17



التمثيل البياني ل Y يظهر توجها صاعدا، وبما أن المؤشر يأخذ نفس شكل المتغيرة التي حسب لها فإن المتغيرة الاصلية (السعر) له ذات المسار. تفريق السلسلة بدرجة واحد أظهر بعد التخلص من التوجه معلومات جديدة، وهي أن الاتجاه الصاعد بدى متسارعا خاصة في السنوات 5 إلى 8، ثم تباطأ التوجه الصاعد في السنوات الثلاث الأخيرة.

التمرين 6.

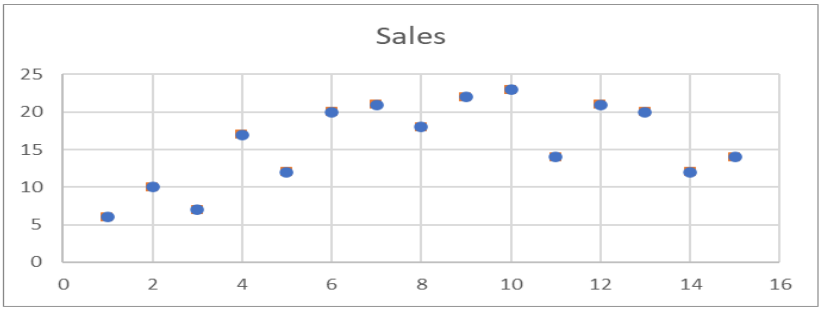
Année	Y_t	$(t - m_t)^2$	$(Y_t - m_y)(t - m_t)$
1	495	$(1 - 4,5)^2 = 12,25$	$(495 - 436,5)^* (1 - 4,5) = -204,75$
2	482	$(2 - 4,5)^2 = 6,25$	$(482 - 436,5)(3 - 4,5)^2 = -113,75$
3	468	$(3 - 4,5)^2 = 2,25$	-47,25
4	447	0,25	-5,25
5	428	0,25	-4,25
6	411	2,25	-38,25
7	391	6,25	-113,75
8	370	12,25	-232,75
4,5	**436,5**	**42**	**-760**
m_t	m_y	$\sum$	$\sum$

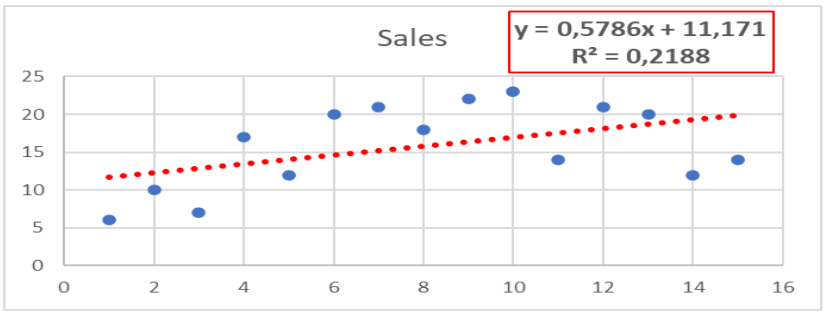
لاستخدام Excel نستخدم الدوال التالية:

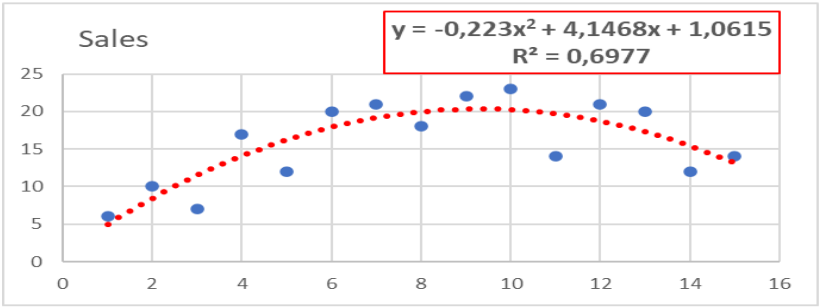
	Excel
$a = \sum((y_t - m_t)(t - m_t)) / \sum(t - m_t)^2 = -760/42 = -18,095$	slop
$b = m_y - am_t = 436,5 - (-18,0952x4,5) = 517,929$	intercept
$Y_{1990} = -18,0952(10) + 517,929 = 337$	Forcast.linear
$R^2 = a^2 \sum(t - m_t)^2/\sum(y_t - m_y)^2 = (-18,095)^2 \times 42/13810 = 0,996$	pearson²

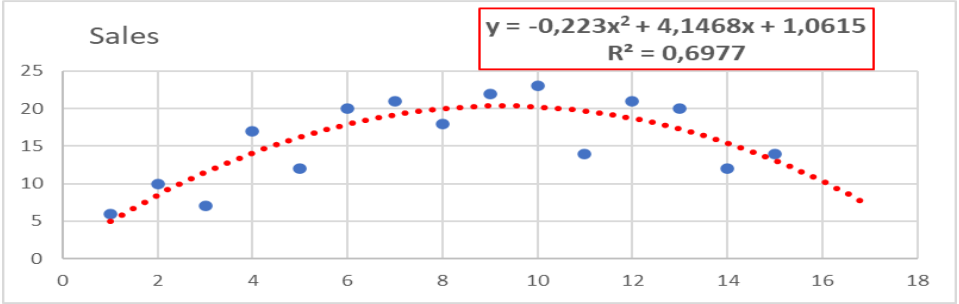
قيمة مR^2 قريبة جدا من 1، نقول أن تمثيل الدالة للبيانات جيد جدا.

تمرين 7. التوجه متعدد الحدود









- الرسم الأول يظهر سحابة النقاط، والعلاقة بين y و t تبدو غير خطية.
- الرسم الثاني يظهر خط التوجه الخطي والدالة مع قيمة R^2، وهذه الأخيرة بقيمتها الصغيرة تأكد ضعف تمثيل الدالة الخطية للعلاقة بين المتغيرة التابعة والزمن.
- الرسم الثالث يظهر خط التوجه لدالة متعددة الحدود، وهي أكثر تمثيلا للعلاقة، ويأكد ذلك القيمة الجيدة لمعامل التحديد.
- الرسم الرابع يبين استخدام الدالة للتنبؤ من خلال تمديد خط التوجه ومن خلال التعويض.

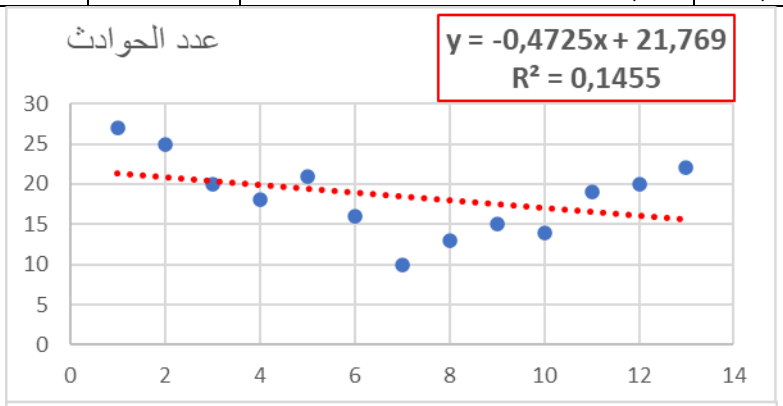
تمرين 8. عدد حوادث المرور

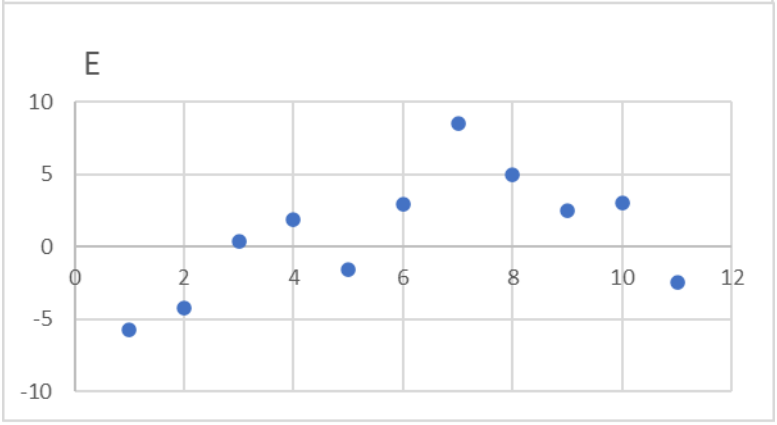
- الرسم الأول: التمثيل البيانات في سحابة نقاط، وخط التوجه at + b يظهران أن الدالة الخطية لا تعبر جيدا عن سحابة النقاط، فالخط يمر مرة فوق السحابة ومرة تحتها.
- الرسم الثاني: استخرج قيم الخطأ E = (y − ^y) في الجدول الأول وتمثيلها بيانيا يظهر سحابة نقاط للخطأ غير أفقية، فهي متزايدة ثم متناقصة، مما يعني أن الخطأ ليس عشوائيا. من ذلك نستدل ان الدالة الخطية لا تصلح لتمثيل البيانات.
- الرسم الثالث: التمثيل البياني للدالة متعددة الحدود (جدول 2) يظهر أن هذه الأخيرة تعبر جيدا عن البيانات فهي تمر عبر السحابة ولا تقطعها، وهذا يعني أنها أكثر صلاحية للتنبؤ من الدالة الخطية.
- الرسم الرابع: التمثيل البياني للمتبقي (جدول 2) يعطي سحابة نقاط منتشرة افقيا بدون نمط ما، أي ان الخطأ هذه المرة عشوائي. هذا يدعم استخدام الدالة متعددة الحدود لتمثيل عدد الحوادث والتنبؤ.

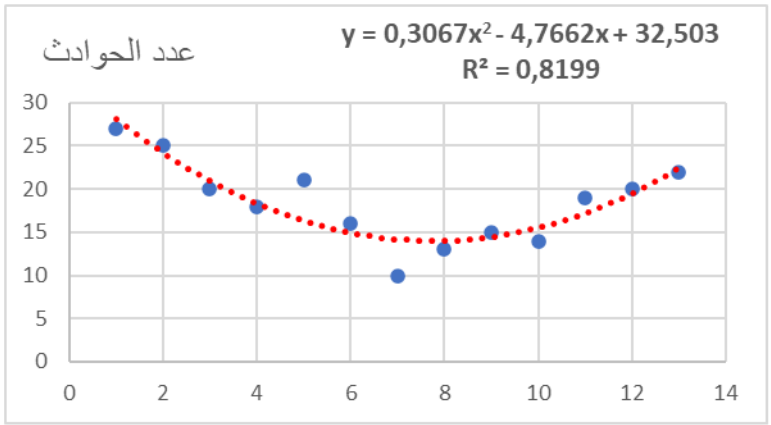
الشهر	عدد الحوادث	^y = -0,4725(t)+21,769	E
1	27	21,297	-5,704
2	25	20,824	-4,176
3	20	20,352	0,351
4	18	19,879	1,879
5	21	19,407	-1,594
6	16	18,934	2,934
7	10	18,462	8,462
8	13	17,989	4,989
9	15	17,517	2,517
10	14	17,044	3,044
11	19	16,572	-2,429
12	20	16,099	-3,901
13	22	15,627	-6,374

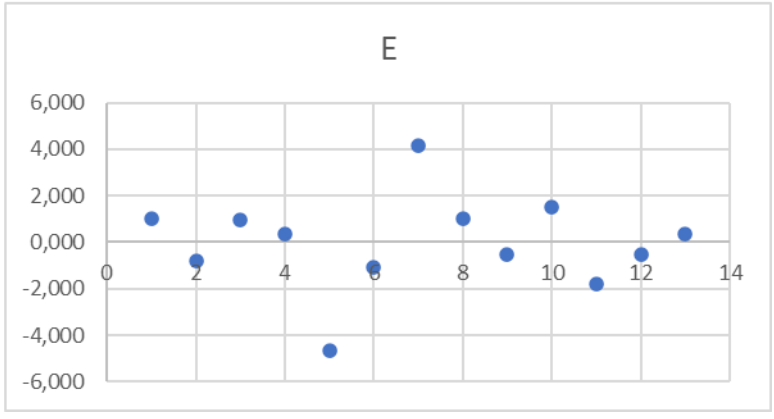
الشهر	عدد الحوادث	$^y = -0,3067(t^2)-4,7662t+32,503$	E
1	27	28,044	1,044
2	25	24,197	-0,803
3	20	20,965	0,965
4	18	18,345	0,345
5	21	16,340	-4,661
6	16	14,947	-1,053
7	10	14,168	4,168
8	13	14,002	1,002

9	15	14,450	-0,550
10	14	15,511	1,511
11	19	17,186	-1,815
12	20	19,473	-0,527
13	22	22,375	0,375



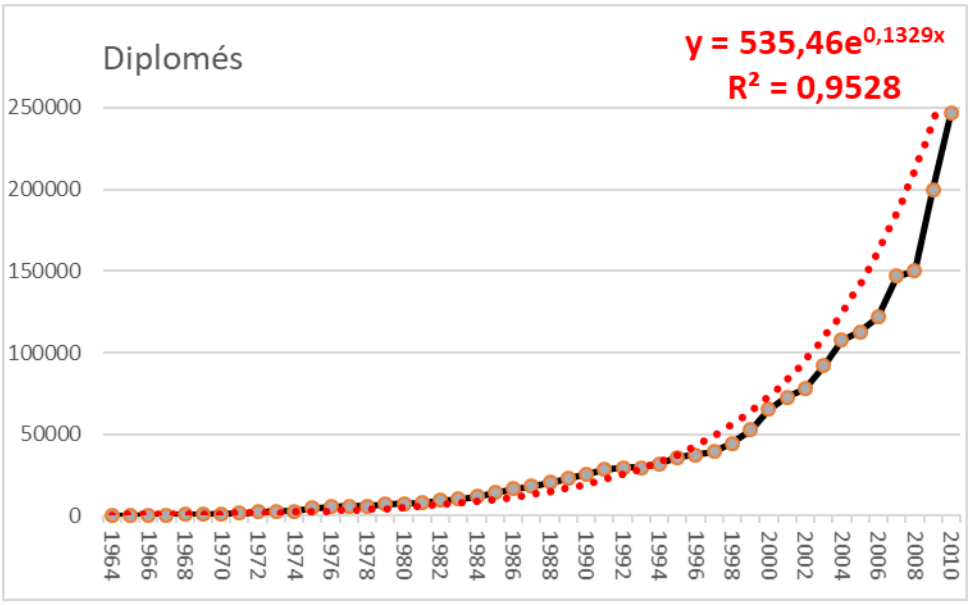


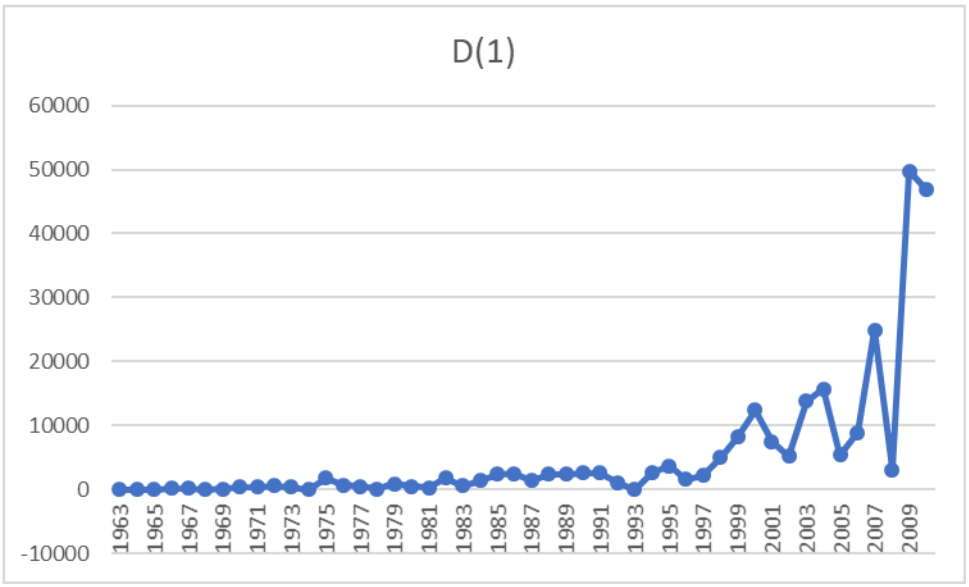




دراسة حالة

الرسم الأول: يظهر الرسم أن التوجه اسي. قيمة R^2 عالية مما يدل على أن الدالة المستخرجة تمثل جيدا البيانات. ابتداء من 1999 عرفت أعداد الخريجين تسارعا شديدا، بحيث تضاعف عدد الخريجين في فترة 5 سنوات، بحيث انتقل من حوالى 50 الف إلى حوالي 100 ألف، أي أن الجزائر أنتجت في خمس سنوات ما أنتجته من قبل منذ الاستقلال، أي حوالي 40 سنة. وفي آخر السلسلة (2009، 2010) شهدنا مرتين متتاليتين زيادة سنوية ب 50 ألف تقريبا!





تفريق السلسلة بدرجة 1 لا يزيح التوجه في هذه الحالة لأنه توجه أسي. الرسم يظهر مرة أخرى التسارع الذي شهده عدد الخريجين ابتداء من 1998 – 1999، والذي بلغ أوجه في 2007 (حوالى 25000) و2009 و2010 (حوالى 50000). الدالة جيدة من حيث تمثيلها للبيانات (R^2 = 0.95)، في 2018–2019 تتوقع الدالة حوالي 900 ألف خريج.

في النتيجة، أعداد الطلبة في العشرين سنة الأخيرة تضاعفت أكثر من أربع مرات! حيث مرت من 425 ألف في 1999 إلى 1.7 مليون في 2018 (Meyer, 2019). يرى ماير أن هذه الأرقام قد تفسر جزئيا بأن المجتمع عموما شاب، حيث أن 53 بالمئة من سكانه لا يتجاوز 30 سنة، لكنه يلاحظ أن نسبة الشباب المسجل في الجامعات مر في 3 سنوات فقط

من 31% إلى 43%، وهي نسبة تفوق بكثير نظيرتها في دول الجوار والمعدل العالمي (من 32 % إلى 37 %). حسب تصريح وزير القطاع طاهر حجار في ماي 2018، على هامش ندوة دولية حول مسار بولونيا، وصل عدد الطلبة في القطاع في 2018 إلى 1.7 مليون! بزيادة قدرها 67100 مقعد بيداغوجي عن السنة الماضية (Boulahlib, 2018). يضيف الوزير أن القطاع مر من جامعة واحدة ومدرستين عند الاستقلال إلى 106 مؤسسة جامعية في 2018 ومن 3 طلبة لكل 10000 ساكن عند الاستقلال إلى 400 طالب لنفس العدد في السنة 2017–2018، ويتوقع الوزير أن العدد سيبلغ 2 مليون في 2020 و3.5 مليون في أفق 2030 (Boulahlib, 2018). زيادة الطلب على الجامعة هل هي مدفوعة بطلب اقتصادي على الخريجين أم بمجانية التعليم العالي؟ حسب وزير التعليم العالي في التصريح نفسه: 80 بالمئة من الطلبة يحصلون على المنحة و50 بالمئة يسكنون في الأحياء الجامعية. مما يثير هذا التساؤل انخفاض نسبة الذكور، إلى 37.5 بالمئة من المسجلين و 34.4 بالمئة من المتخرجين في 2017، حسب الأرقام المستقاة من ذات التصريح.

المراجع

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Boulahlib, S. (2018, 05 26). Année universitaire 2018-2019 : 2 millions d'étudiants sur les bancs de l'université. Algeria. Retrieved 11 10, 2019, from https://www.alg24.net

Droesbeck, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Belgique: Ellips.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Meyer, J.-B. (2019, 3 11). Les étudiants, clé du changement en Algérie. *Le Monde*.

الموسمية

فصل 4. الموسمية.....105

1. أهمية دراسة الموسمية 105

2. الموسمية في النموذج الجدائي..... 107

2-1. حساب معاملات الموسمية 107

2-2. استخدام معاملات الموسمية للتنبؤ 108

2-3. استخدام معاملات الموسمية للتحليل 110

3. الموسمية في النموذج الجمعي..... 113

3-1. حساب معاملات الموسمية 113

3-2. التنبؤ باستخدام معاملات الموسمية 115

3-3. تفكيك السلسلة في النموذج الجمعي 115

4. حوصلة..... 117

5. سلسلة تمارين 118

5-1. التمارين 118

5-2. الحلول 121

فصل 4. الموسمية

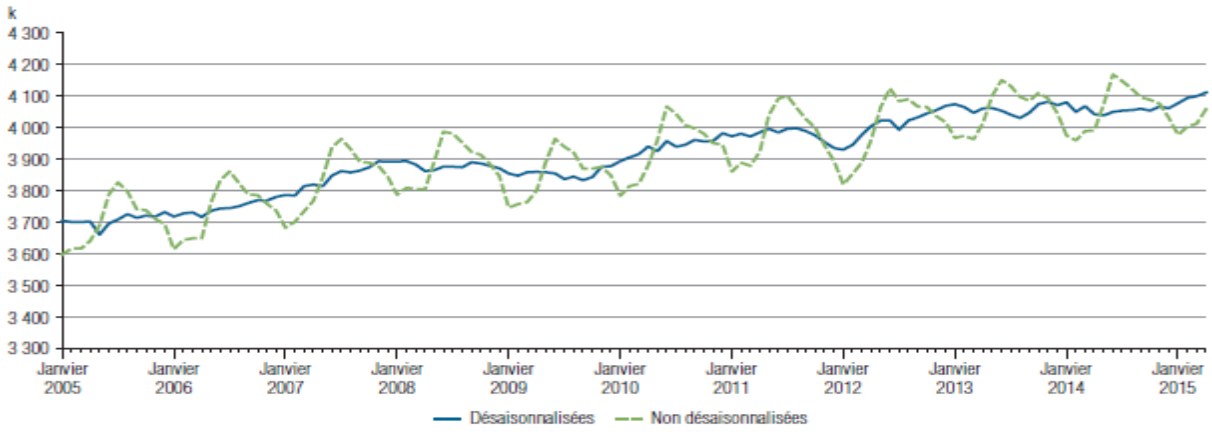
أهمية دراسة الموسمية – الموسمية في النموذج الجدائي – الموسمية في النموذج الجمعي
حوصلة – تمارين

توطئة. الكثير من المتغيرات تخضع للموسمية. لاحتساب الموسمية في التنبؤ يحتاج المحلل لقياسها، ويتم ذلك من خلال حساب معاملات الموسمية، بحسب نوع النموذج: جمعي أم جدائي. معاملات الموسمية يمكن استخدامها لعزل الموسمية أو لإزاحتها من السلسلة لتفحص المكونات الأخرى. هدف هذا الفصل هو أن يصبح الطالب قادرا على قياس وتحليل الموسمية في حالتي النموذج الجمعي والجدائي، مع استخدام برنامج Excel في الحسابات وفي التمثيل البياني.

1. أهمية دراسة الموسمية

كثيرا ما يحتاج المحلل إلى تفكيك السلسلة الزمنية، فكل مكون له مدلولات اقتصادية خاصة.

مثال1. التمثيل البياني (الرسم التوضيحي 1) للبطالة خلال فترة تسيير الحكومة يظهر تقلبات موسمية قد تشوش على المحلل الذي يريد أن يدرس التوجه العام للبطالة (Institut de la statistique du Quebec, 2015). الرسم التالي يبين بوضوح وجود موسمية، وتوجه صاعد على المدى البعيد؛ لكن ماذا غير ذلك؟

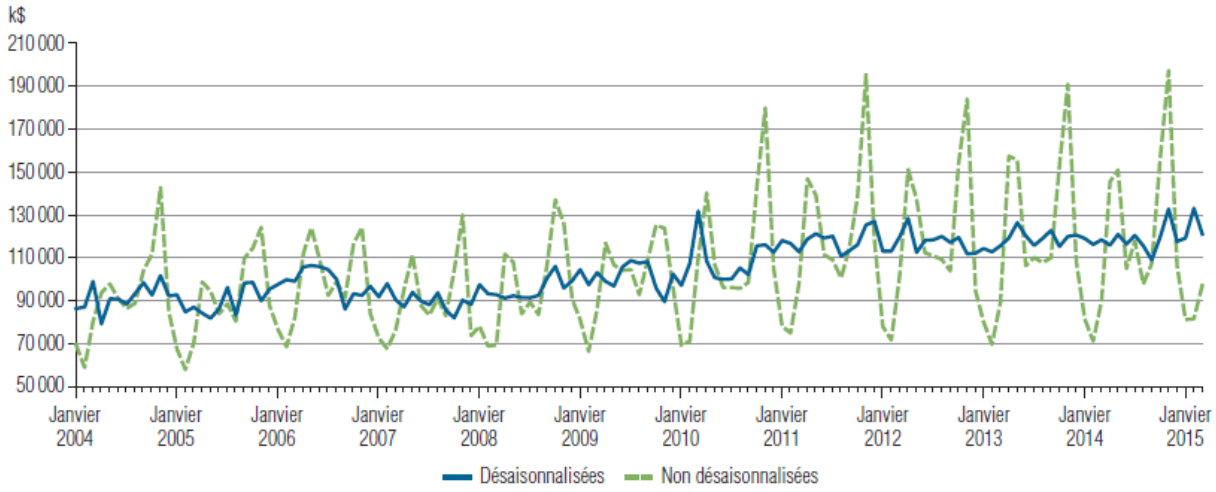


رسم توضيحي 1 تمثيل البيانات بعد نزع الموسمية. التشغيل العام– 15 سنة وأكثر –كيبك–كندا.

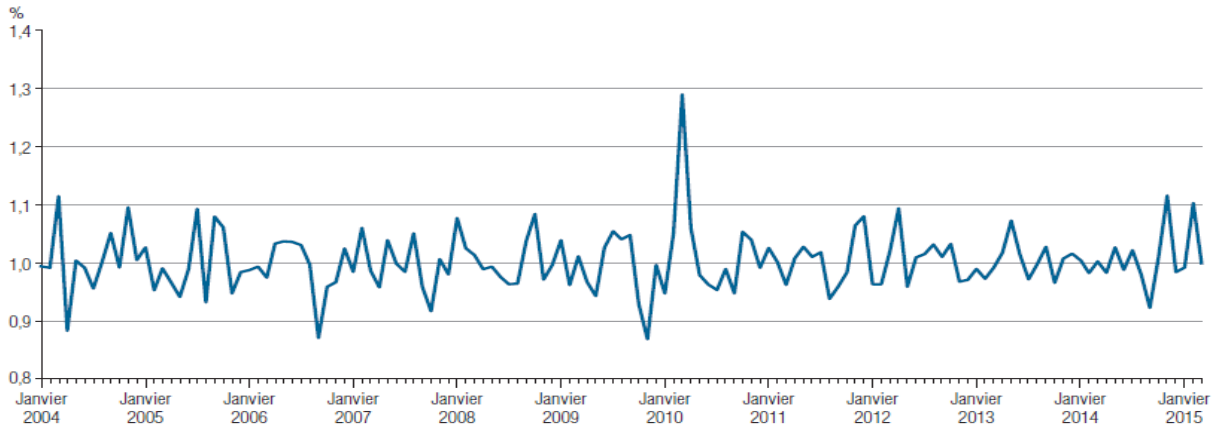
Source : Institut de la statistique du Québec La désaisonnalisation : pourquoi, quand, comment ? Édition 2015

يبين خط المتوسطات المتحركة وجود تباطؤ في نمو عدد الوظائف وحتى انخفاضها خلال 2008 و2012. هذا التباطؤ لا يكاد يظهر في السلسلة الأصلية، مما يدل على أهمية فصل المكونات.

مثال 2. مبيعات محل قطع الغيار. يظهر الرسم أدنا موسمية متزايدة. خط المتوسطات المتحركة يبين ارتفاع المبيعات بين 2008 و2011، ليستقر عند مستوى جديد ابتداء من هذا التاريخ (Institut de la statistique du Quebec, 2015). بعد إزاحة الموسمية والتوجه يمكن تفحص الحوادث. يظهر الرسم الزيادة في الشهر الثالث من سنة 2010، وهو ما لم يكن يظهر في السلسلة الأصلية.



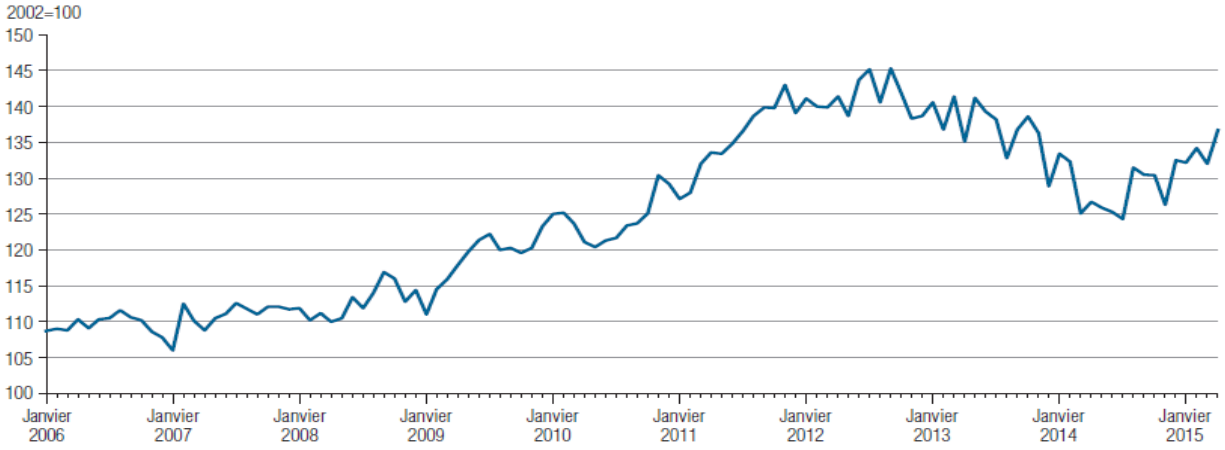
رسم توضيحي 2. المبيعات قبل وبعد نزع الموسمية (مبيعات قطع غيار السيارات). موسمية غير مستقرة وانتقال إلى مستوى أعلى.
Source : Institut de la statistique du Québec La désaisonnalisation : pourquoi, quand, comment ? | Édition 2015



رسم توضيحي 3. السلسلة بعد إزاحة الموسمية والتوجه لعزل المتبقي. مبيعات قطع الغيار للسيارات– كيبك–كندا.

Source : Institut de la statistique du Québec La désaisonnalisation : pourquoi, quand, comment ? | Édition 2015

أحيانا لا تكون موسمية لنزعها. هذا ما يظهره الرسم التالي (Institut de la statistique du Quebec, 2015).



رسم توضيحي 4. بيانات لا تتضمن موسمية: مؤشر الأسعار للقهوة والشاي– الكيبك–كندا.

Source : Institut de la statistique du Québec La désaisonnalisation : pourquoi, quand, comment ? | Édition 2015

2. الموسمية في النموذج الجدائي

حساب معاملات الموسمية

الموسمية للتنبؤ

الموسمية للتحليل

نتناول في هذه الفقرة والتي تليها كيفية حساب معاملات الموسمية في النموذج الجدائي، وكيفية استخدام هذه الأخيرة في عزل الموسمية والمتبقي.

2-1. حساب معاملات الموسمية

ليكن j مؤشر للمواسم، يتراوح بين 1 و J حيث J هو نافذة الموسمية أو عدد المواسم في النافذة الواحدة، وليكن i مؤشر لنوافذ الموسمية، يتراوح بين 1 و I، حيث I عدد نوافذ الموسمية في السلسلة.
معاملات الموسمية في النموذج الجدائي تحسب كما يلي:

$$S_j = \frac{m_j}{m}$$

حيث mj هو متوسط قيم y في الموسم j في كل النوافذ i.

$$m_j = \frac{\sum_{i=1}^{I} y_{ij}}{I}$$

m هو المتوسط العام للسلسلة ويمكن حسابه اختصارا من خلال mj :

$$m = \frac{\sum_{j=1}^{J} m_j}{J}$$

مثال: البيانات التالية هي لعدد الطلبيات المستلمة من قبل ورشة تصليح زوارق لسنوات 2014 إلى 2016. استخرج معاملات الموسمية S_j وفسر قيمها.

2014				2015				2016			
TRIM1	TR2	TR3	TR4	TR1	TR2	TR3	TR4	TR1	TR2	TR3	TR4
29	42	76	24	32	46	83	27	30	31	77	26

الحل.

	TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4	
2014	29	42	76	24	
2015	32	46	83	27	
2016	30	31	77	26	**m = (1/J)∑mj =**
	(29+32+30)/3 =	(42+46+31)/3 =			(30.33+39.67+78.67+25.67)/4 =
m_j	30.33	39.67	78.67	25.67	**43.58**
Sj =	30.33/43.58 =	39.67/43.58			
m_j/m	**0.70**	= **0.91**	**1.80**	**0.59**	1.00

تفسير معاملات الموسمية: تقارن معاملات الموسمية مع 1، القيمة الكبيرة للمعامل تدل على ارتفاع السلسلة في الموسم والعكس بالعكس. هنا أعلى معامل هو للثلاثي الثالث (1.8)، ويعني أن عدد الطلبيات يكاد في هذا الموسم أن يكون ضعف المتوسط العام. أما الثلاثي الرابع فمبيعاته نصف المتوسط العام (0.56).

2-2. استخدام معاملات الموسمية للتنبؤ

يمكن استخدام معاملات الموسمية للتنبؤ في النموذج الجدائي بضرب مكون التوجه للموسم (T+h) في معامل الموسمية لذات الموسم كما يلي (Droesbeke, 1997):

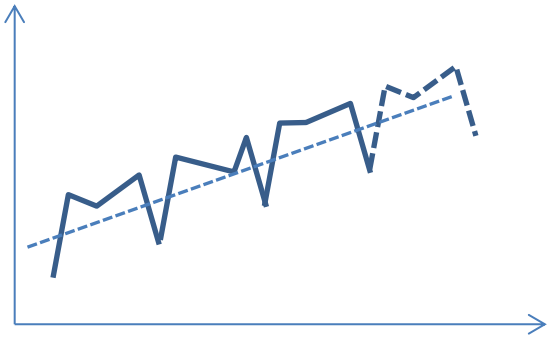
$$\hat{y}_T(h) = f(T+h) \times S_{T+h}$$

في حالة التوجه الخطي يحسب التوقع كما يلي:

$$\hat{y}_T(h) = (a \times (T+h) + b) \times S_{T+h}$$

أو اختصارا، باعتبار t هي الزمن المستهدف بالتنبؤ:

$$\hat{y}(t) = (a \times t + b) \times S_t$$



رسم توضيحي 5 . ضرب التوجه في معاملات الموسمية للحصول على توقعات توافق الموسمية

نستخدم أحيانا **نسبة** زيادة أو انخفاض متوقعة في مكان الدالة، في هذه الحالة نأخذ متوسط الفترة الأخيرة (مثلا السنة الأخيرة إذا كانت البيانات ثلاثية) كأساس ونضربه في النسبة ثم في معاملات الموسمية.

مثال: في مثال ورشة إصلاح زوارق الصيد، استخدم معاملات الموسمية في التنبؤ بعدد الطلبيات لسنة 2017 علما أن:

1): الطلبيات الثلاثية تتبع رتبة الثلاثي حسب الدالة: $y = 0.066(t) + 43.15$

(2) نتوقع زيادة في عدد الطلبيات ب 10 بالمائة عن سنة 2016.

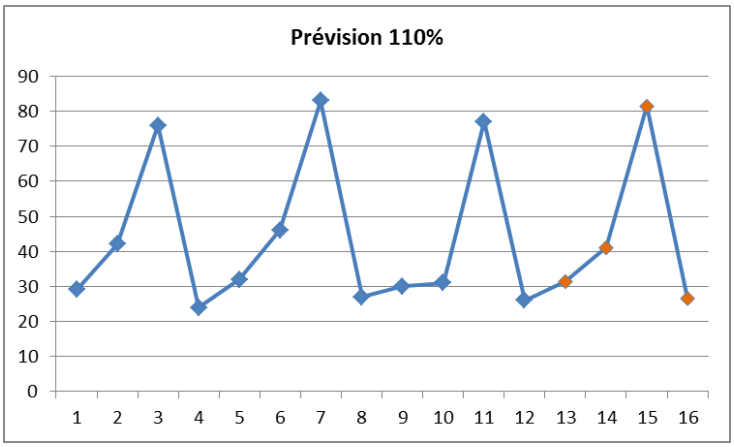
ط1. التنبؤ باستخدام دالة المربعات الصغرى مع معاملات الموسمية: $y = 0.0664x + 43.152$

$$\hat{y}_{12}(1) = (0.066(13) + 43.152) \times 0.7 = 30.81$$
$$\hat{y}_{12}(2) = (0.066(14) + 43.152) \times 0.91 = 40.11$$
$$\hat{y}_{12}(3) = (0.066(15) + 43.152) \times 1.8 = 79.47$$
$$\hat{y}_{12}(4) = (0.066(16) + 43.152) \times 0.59 = 26.09$$

ط2- نستخدم معدل السنة الأخيرة (وليس المعدل العام) للتنبؤ.

	TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4	M
2014	29	42	76	24	
2015	32	46	83	27	
2016	30	31	77	26	$m_{2016} = 41$
m_j	30.33	39.67	78.67	25.67	m =43.58
$S_j = m_j/m$	0.70	0.91	1.80	0.59	
$\hat{y}_{12}(h) = 41*110\%* S_j$	41(1.1)*0.7 = 31.57	41*1.1*0.91 = 41.04	41*1.1*1.8 = 81.18	41*1.1*0.59 = 26.6	

يسمح استخدام معاملات الموسمية بمراعاة الموسمية في التنبؤ. يبين الرسم كيف أن التوقعات الناتجة عن استخدام معاملات الموسمية (القيم الأربع الأخيرة) تحافظ على التباين بين المواسم.



رسم توضيحي 6 التوقع باستخدام نسبة الزيادة المتوقعة مع التعديل باستخدام معاملات الموسمية.

لاحظ. يمكن **اختبار الموسمية** بمقارنة مجموع مربعات الخطأ للطريقتين: T و $T*S_j$. الفرضية المختبرة (الصفرية) هي عدم وجود موسمية، وبالتحديد أن إدراج الموسمية مع التوجه لا يحسن التقدير. الإحصائية المستخدمة هي كالتالي (بوربوني ريجي و إيزينيه جون كلود، 2008):

$$F = \frac{[\sum_{i=1}^{n}(y_i - T_i)^2 - \sum_{i=1}^{n}(y_i - T_i \times S_i)^2]/[(n-2)-(n-2-(J-1)]}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - T_i \times S_i)^2/(n-2-(J-1))}$$

درجة حرية البسط هي الفرق بين درجة الحرية لمجموع مربعات الفروق لطريقة التوجه وطريقة التوجه مضروبا في الموسمية. العدد 2 سببه أن التوجه يستخدم معاملين هما الميل والثابت.

3-2. استخدام معاملات الموسمية للتحليل

يتأثر النشاط الاقتصادي والعديد من المتغيرات الاقتصادية والاجتماعية وغيرها بالفصول والمواسم والأعياد. تخرج هذه التغيرات الموسمية عن نطاق متخذ القرار، لذلك يحتاج هذا الأخير إلى طرحها جانبا عند تقييم سياساته. يسمى هذا نزع الموسمية.

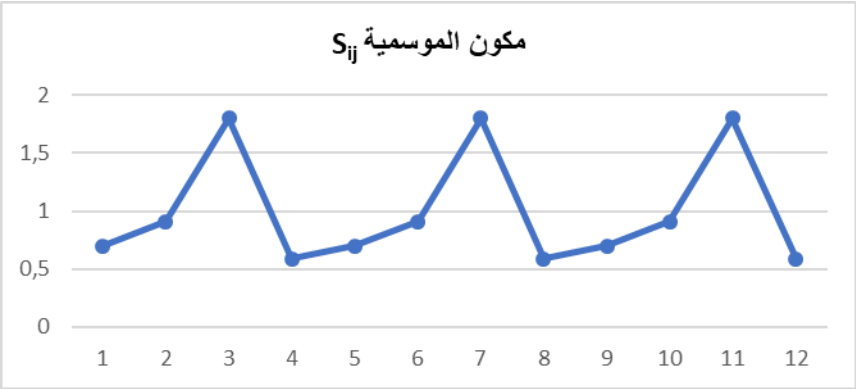
عزل الموسمية

لعزل مكون الموسمية نستخرج معاملات الموسمية $S_j = m_j/m$ ثم نعممها في مكان البيانات الأصلية.

مثال: في مثال عدد الطلبيات المستلمة من قبل ورشة تصليح زوارق لسنوات 2014 إلى 2016،

- قم بعزل الموسمية ومثلها بيانيا.
- قم بإزاحة الموسمية والتوجه العام ومثل المتبقي بيانيا.

	TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4	M
2014	29	42	76	24	
2015	32	46	83	27	
2016	30	31	77	26	$m_{2016} = 41$
m_j	30.33	39.67	78.67	25.67	m = 43.58
$S_j = m_j/m$	0.70	0.91	1.81	0.59	
	TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4	
2014	0.70	0.91	1.81	0.59	
2015	0.70	0.91	1.81	0.59	
2016	0.70	0.91	1.81	0.59	



إزاحة الموسمية

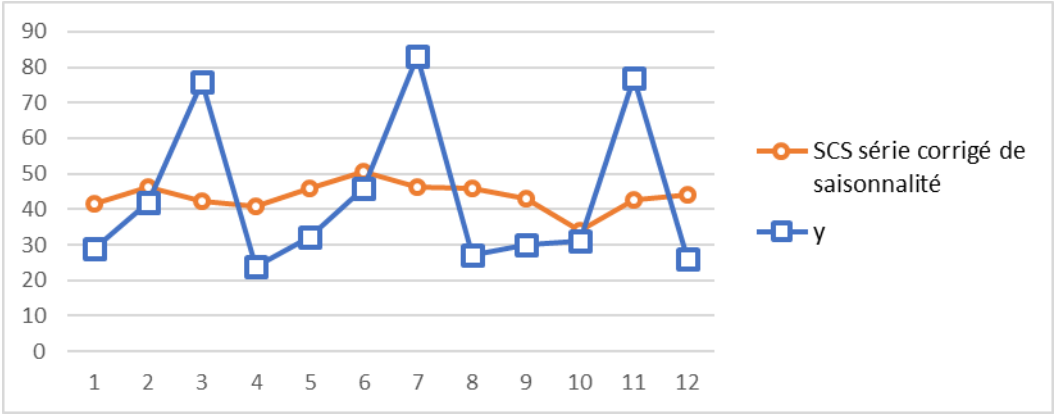
لأجل إزاحة الموسمية في النموذج الجدائي نقسم قيم المتغيرة الأصلية على معاملات الموسمية:

$$y'_{ij} = \frac{y_{ij}}{S_j}$$

تترك هذه العملية مكونين في السلسلة هما التوجه العام والمتبقي.

		TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4
	2014	29	42	76	24
	2015	32	46	83	27
	2016	30	31	77	26
	m_j	30.33	39.67	78.67	25.67
	$S_j = m_j/m$	0.70	0.91	1.80	0.59
$SCS= y_{ij}/S_j$	2014	29/0.7=41.43	42/0.91=46.15	76/1.81=42.22	24/0.59=40.68
	2015	32/0.7=45.71	46/0.91=50.55	83/1.81=46.11	27/0.59=45.76
	2016	30/0.7=42.86	31/0.91=34.07	77/1.81=42.78	26/0.59=44.07

بعد إزاحة الموسمية يبقى مكون التوجه العام والمتبقي. يظهر الرسم في هذه الحالة عدم وجود توجه عام، والتعرجات تمثل المتبقي.



رسم توضيحي 7. السلسلة بعد طرح الموسمية (بطريقة المتوسطات المتحركة المركزية).

يظهر الرسم مثلا وجود انخفاض حاد عرضي في الثلاثي العاشر، أي الثلاثي الثاني من السنة الثالثة.

إزاحة الموسمية مع التوجه

تتم إزاحة الموسمية مع لتوجه لإبراز مكون المتبقي أي الحوادث والمكون العشوائي، ويمثلان التأثير الظرفي على المتغيرة y. يتم عزل المتبقي لتفقد الحركات غير المتوقعة، وكذلك لتفقد وجود مكون الدورة أو وجود قيم شاردة. يتطلب عزل المتبقي في النموذج الجدائي أولا حساب الموسمية والمكون خارج الموسمية:

$$E_{ij} = \frac{y_{ij}}{S_j \times f_{ij}}$$

لاحظ. يمكن أن تمتد دراسة المتبقي حسب الحاجة إلى استخراج إحصائيات وصفية له (المتوسط، الانحراف المعياري ...)، ويمكن أن يجري الباحث اختبار طبيعية المتبقي، وهناك عدد من الاختبارات لذلك، منها اختبار جارك – بيرا الذي يعتمد على شكل التوزيع (التماثل والتفلطح)، أو أيضا اختبار بوكس– بيرس، أو جونق – بوكس أو ماك ليود – لي. يمكن أن يعنى الباحث أيضا باختبار استقرار المتبقي (test de stationnarité)، وقد يلجأ من أجل ذلك إلى تحويل الخطأ (تحويل بوكس– كوكس مثلا).

3. الموسمية في النموذج الجمعي

حساب معاملات الموسمية

التنبؤ باستخدام المعاملات

تفكيك السلسلة

غالبا ما تصلح طريقة النموذج الجدائي لنزع الموسمية في الظواهر الاقتصادية، لكن يحدث أن يكون النموذج الجمعي هو الأنسب، وذلك عندما يكون حجم التغيرات الموسمية مستقلا عن القيم التي يأخذها التوجه.

3-1. حساب معاملات الموسمية

معاملات الموسمية في النموذج الجمعي هي **متوسطات الفروق** بين المتغيرة والمكون غير الموسمي f ونكتب:

$$S_j = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}(y_{ij} - f_{ij})$$

حيث i تمثل السطر و j تمثل العمود (الموسم).

نحتاج إذن أولا لحساب المكون غير الموسمي f (التوجه أو التوجه مع الدورة إن وجدت)، ومن ثم نحسب الفروق لكل موسم، ونحسب متوسطها.

يحكم على المعامل بمقارنته مع 0؛ المعامل الموجب يعني قيمة أعلى من المتوسط العام، والمعامل السالب يعني قيمة منخفضة.

يفترض أن المعاملات S_j تعوض بعضها البعض على المدى البعيد، فيكون متوسطها يساوي الصفر:

$$\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} S_j = 0$$

في حالة كون متوسط المعاملات غير معدوم، نطرح متوسط المعاملات، ونسمي المعاملات الجديدة: S'_j:

$$S'_j = S_j - \frac{\sum_{j=1}^{J} S_j}{J}$$

لاحظ. تذكر أن النموذج الجمعي يكتب كما يلي (أنظر الفصل السابق):

$$y_{ij} = f_{ij} + S_{ij} + E_{ij}$$

نفترض في النموذج الجمعي ثبات الموسمية لذلك نكتب: $S_{ij} = S_j$، فيصبح النموذج كما يلي:

$$y_{ij} = f_{ij} + S_j + E_{ij}$$

مثال: لديك البيانات التالية (المثال السابق) للمبيعات خلال 4 سنوات.

- قم باستخراج معاملات الموسمية S_j بالطريقتين: المتوسطات المتحركة (القيم المحسوبة سابقا) ؛ والتوجه العام (المعادلة: **$\hat{y} = 3{,}66(t) + 10{,}9$**).

y	ث1	ث2	ث3	ث4
2010	18	30	4	24
2011	30	46	16	44
2012	52	56	30	58
2013	68	72	50	74

الحل ط1. استخراج Sj مع قياس التوجه عن طريق الدالة الخطية:

$(y_{ij} - f_{ij})$	1	2	3	4
2010	18 – (3.66*1+10.9) =3.44	30 – (3.66*2+10.9) =11.78	4– (3.66*3+10.9) = -17.88	24-...=-1.54
2011	30 – (3.66*5+10.9) =0.81	46 – (3.66*6+10.9) =13.15	...=-20.51	...=3.83
2012	8.17	8.51	-21.15	3.19
2013	9.54	9.88	-15.78	4.56
$S_j = (1/l)\sum(y_{ij} - f_{ij})$	**(3.44+0.81+8.17+9.54)/4 =5.49**	**(11.78+13.15+8.51+9.88)/4 =10.83**	**-18.83**	**2.51**

أعلى مبيعات هي في الثلاثي الثاني Sj = 10.83، وأدناها في الثلاثي الثالث 18.83-.

ط2. حالة حساب المكون غير الموسمي بطريقة المتوسطات المتحركة

$f_{ij} = M_{ij} =$ MMC(4)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_i	18	30	4	24	30	46	16	44	52	56	30	58	68	72	50	74
f=MMC(4)			20.5	24	27.5	31.5	36.75	40.75	43.75	47.25	51	55	59.5	64		

طرح المكون غير الموسمي وحساب معاملات الموسمية (متوسطات الفروق):

	$(y_{ij} - MMC(4)_{ij})$				
	T1	T2	T3	T4	
2010	----------	----------	(4-20.5) = -16.5	(24-24) =0	
2011	(30-27.5) = 2.5	46 – 31.5 = 14.5	16 – 36.75 = -20.75	3.25	
2012	52 – 43.75 = 8.25	56 – 47.25 = 8.75	30 – 51 = -21	58 – 55 =3	
2013	68 – 59.5 = 8.5	72 – 64 = 8	----------	------	**mS_j**
$S_j = (1/l)\sum(y_{ij} - f_{ij})$	**(2.5+8.25+8.5)/3=6.42**	**(14.5+8.75+8)/3=10.42**	**-19.42**	**2.08**	**0.125**
$S'_j = S_j - mS_j$	**6.42+0.125=6.54**	**10.42+0.125=10.54**	**-19.42+0.125=-19.30**	**...=2.20**	**0**

3-2. التنبؤ باستخدام معاملات الموسمية

بفرض وجود مكون خارج الموسمية f ومكون موسمي S، يكون التنبؤ في النموذج الجمعي بإضافة مكون الموسمية (ممثلا بمعامل الموسمية) إلى التوجه العام، وذلك كما يلي (Droesbeke, 1997):

$$\hat{y}_T(h) = f(T+h) + S_{T+h}$$

حيث S_{T+h} هو معامل الموسمية للفترة المذكورة (T+h).

مثال: من البيانات التالية للمبيعات خلال 4 سنوات. استخدم معاملات الموسمية التنبؤ بمبيعات سنة 2014.

السنة	ث1	ث2	ث3	ث4
2010	18	30	4	24
2011	30	46	16	44
2012	52	56	30	58
2013	68	72	50	74

حساب القيمة المتوقعة لثلاثيات سنة 2014:

$$\hat{y}_{17} = (3.66(17) + 10.9) + 5.49 = 78.61$$
$$\hat{y}_{18} = (3.66(18) + 10.9) + 10.83 = 87.61$$
$$\hat{y}_{19} = (3.66(19) + 10.9) + (-18.83) = 61.61$$
$$\hat{y}_{20} = (3.66(20) + 10.9) + 2.51 = 86.61$$

3-3. تفكيك السلسلة في النموذج الجمعي

نتحدث هنا عن إزاحة الموسمية وعن إزاحة كل من الموسمية والتوجه لتفحص المتبقي.

أ- إزاحة الموسمية

في جدول جديد، نطرح مكون الموسمية S_j من y_{ij} للحصول على سلسلة خالية من الموسمية.

$$y'_{ij} = (y_{ij} - S_j)$$

في حالة تعديل معاملات الموسمية، نطرح المعاملات المعدلة S'_j.

في المثال:

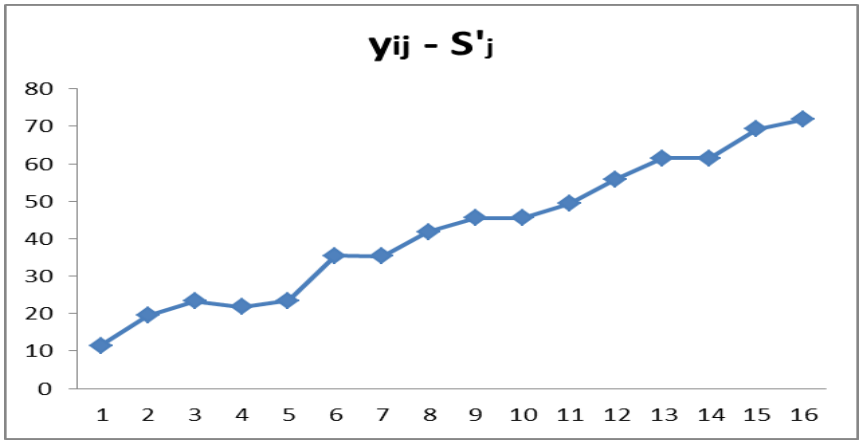
ط1- معادلة التوجه $SCS = Y'_{ij} = (y_{ij} - S_j)$

	1	2	3	4
2010	18-5.49=12.51	30-10.83=19.17	4-(-18.83)=22.83	24-2.51=21.49
2011	30-5.49=24.51	46-10.83=35.17	16+18.83=34.83	44-2.51=41.49
2012	52-5.49=46.51	56 – 10.83=45.17	30 + 18.83 =48.83	55.49
2013	68-5.49=62.51	72 – 10.83=61.17	50+18.83=68.83	71.49

ط2 -المتوسطات المتحركة $SCS=Y'_{ij} = (y_{ij} - S'_j)$

1	2	3	4
18-6.54=11.46	30-10.54=19.46	4-(-19.30)= 23.30	24-2.20=21.80
30-6.54=23.46	46-10.54=35.46	16-(-19.30)=35.30	44-2.20=41.80
52-6.54= 45.46	45.46	49.30	55.80
68-6.54=61.46	61.46	69.30	71.80

ما يبقى بعد إزاحة الموسمية هو مكون التوجه العام والمتبقي. يظهر الرسم في هذه الحالة وجود توجه عام صاعد خطي، والتعرجات تمثل المتبقي. استخدام طريقة معادلة التوجه يعطي رسما قريبا جدا من الأول.



رسم توضيحي 8. السلسلة بعد طرح الموسمية (بطريقة المتوسطات المتحركة المركزية).

يظهر الرسم هنا وجود توجه عام خطي وصاعد.

ب- طرح الموسمية والتوجه لاستخراج المتبقي

مكون المتبقي يتضمن الحوادث والجانب العشوائي في السلسلة، تأثير هذا المكون ظرفي على المتغيرة y. يستخدم المتبقي لتفقد وجود مكون الدورة أو وجود قيم شاردة.

$$R_{ij} = y_{ij} - S_j - f_{ij}$$

في المثال

ط1-معادلة التوجه(المعادلة: $\hat{y} = 3.66(t) + 10.9$)

$R_{ij} = (y_{ij} - S_j - f_{ij})$

	1	2	3	4
2010	18-5.49- (3.66(1)+10.9)=-2.05	30-10.83-(3.66(2)+10.9)= =0.95	0.95	-4.05
2011	30-5.49-(3.66(5)+10.9)=-4.68	46 -10.83-(3.66(6)+10.9) = 2.32	-1.68	1.32

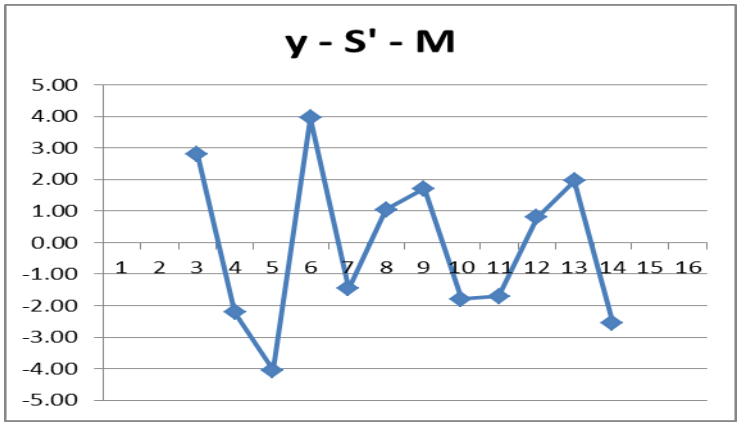
2012	52 – 5.49 – (3.66(9)+10.9) = 2.68	-2.32	-2.32	0.68
2013	4.05	-0.95	3.05	2.05

ط2 -المتوسطات المتحركة

$R_{ij} = y_{ij} - S'_j - M_{ij}$

	1	2	3	4
2010	----------	----------	4+19.30-20.5=2.8	24-2.20-24=-2.2
2011	30-6.54-27.5=-4.04	46-10.54-31.5=3.96	-1.46	1.04
2012	1.70	-1.8	-1.71	0.79
2013	1.95	-2.55	----------	----------

التمثيل البياني لمكون المتبقي (الحوادث). يظهر الرسم عدم وجود دورة أو قيم شاردة.



رسم توضيحي 9. التمثيل البياني للمتبقي من خلال طرح معاملات الموسمية والتوجه

4. حوصلة

الموسمية هي نمط من حركة البيانات يتكرر بانتظام في المدى القصير، يأتي غالبا كنتيجة لعوامل الطبيعية (المناخ، الفلك ...) أو عادات الناس (العطل، أيام الأسبوع، ...). يشاهد مكون الموسمية في الكثير من المتغيرات الاقتصادية ومتغيرات التسيير وغيرها من الميادين. يقيس المحلل الموسمية للتمكن من احتسابها في التنبؤ، أو أيضا لعزلها وتفحص الفروق الموجودة بين المواسم، أو للتمكن من إزاحتها من السلسلة من أجل تفحص المكونات الأخرى الموجودة فيها. يختلف حساب الموسمية بحسب نوع النموذج، جمعي أم جدائي. في النموذج الجدائي يتم حسب معاملات الموسمية بقيمة متوسط كل موسم على المتوسط العام للسلسلة. يتم تقييم معامل الموسم بمقارنته ب 1، ويعتبر الموسم عاليا إذا جاء أكبر من الواحد والعكس. تستخدم معاملات الموسمية في التنبؤ من خلال ضرب معامل الموسمية في المكون غير الموسمي، ولإزاحة مكون الموسمية من السلسلة نقسم هذه الأخيرة على مكونات الموسمية.

في النموذج الجمعي، يتم حساب معاملات الموسمية من خلال متوسط فروق الموسم (الفرق بين السلسلة والمكون غير الموسمي). لاحتساب الموسمية في التنبؤ تضاف قيمة معامل الموسمية إلى المكون غير الموسمي. ولإزاحة مكون الموسمية من السلسلة نطرح معاملات الموسمية من قيم السلسلة.

5. سلسلة تمارين

5-1. التمارين

تمرين 1. مراجعة

1. أكتب صيغة معاملات الموسمية في النموذج الجدائي. هل تقارن مع 0 أم 1؟ كيف تفسر؟
2. كيف يتم إزاحة الموسمية من السلسلة في النموذج الجدائي (الصيغة)؟
3. كيف يتم إزاحة الموسمية والتوجه من السلسلة في النموذج الجدائي (الصيغة)؟
4. كيف يتم عزل الموسمية في النموذج الجدائي؟
5. كيف يتم احتساب الموسمية في النموذج الجدائي عند القيام بالتنبؤ (الصيغة)؟
6. أجب على الأسئلة السابقة في حالة النموذج الجمعي.
7. ما هو الهدف من عزل الموسمية؟ ما هو الهدف من إزاحة الموسمية أو من إزاحة الموسمية والتوجه؟

تمرين 2. التنبؤ والتحليل في النموذج الجدائي

لديك البيانات التالية لاستهلاك البنزين في محطة ما خلال 12 أسبوع.

	Week 1	Week 2	Week 3	Week 4
January	48	41	60	65
February	58	52	68	74
March	60	56	75	78

- أحسب معاملات الموسمية بطريقة النموذج الجدائي.
- قم بإزاحة الموسمية من السلسلة (حساب SCS).
- قم بتمثيل y و SCS في رسم واحد مع التعليق.هل يظهر الرسم حوادث أو حركة استثنائية؟
- قم بعزل الموسمية وتمثيلها بيانيا. قارن بين المواسم.
- استخدم معاملات الموسمية والتوجه للتنبؤ باستهلاك البنزين في أسابيع الشهر الرابع ومثله بيانيا.

تمرين 3. النموذج الجدائي باستخدام Excel

لديك البيانات التالية لمبيعات مؤسسة ما خلال ثلاث سنوات.

- قم بتمثيل البيانات واستنتج المكونات الموجودة في البيانات.
- استخرج معاملات الموسمية بطريقة النموذج الجدائي واستخدمها للتنبؤ بمبيعات ثلاثيات السنة المقبلة.

2014	TRIM1	130	2015	TRIM1	140	2016	TRIM1	122
	TRIM2	210		TRIM2	180		TRIM2	170
	TRIM3	220		TRIM3	196		TRIM3	176
	TRIM4	126		TRIM4	130		TRIM4	120

تمرين 4. التنبؤ والتحليل في النموذج الجمعي

البيانات التالية تمثل استهلاك الطاقة لمؤسسة ما خلال الفصول الأربعة. $m_t = 6.5, m_y = 160$

- أحسب معاملات الموسمية بفرض أن النموذج جمعي مع استخدام دالة خطية لتقدير التوجه.
- أحسب الاستهلاك المتوقع للطاقة خلال ثلاثيات السنة المقبلة.

	Année1	Année2	Année3
T1	110	140	160
T2	135	155	175
T3	140	165	180
T4	160	180	220

تمرين 5. موسمية مع توجه غير خطي– عدد المواليد في مقاطعة ألمانية

لديك البيانات التالية لعدد المواليد في مقاطعة ألمانية.

- أدخل البيانات إلى Excel ومثلها بيانيا مع التعليق على المكونات التي تظهر لك.
- قم بعزل الموسمية عن السلسلة ثم مثلها بيانيا. علق على الرسم.
- قم بالتمثيل البياني لمكون المتبقي بعد حذف الموسمية والتوجه. ماذا تلاحظ؟

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Trimestre 1	7 684	7 437	7 311	7 221	7 148	7 105	7 067	7 062
Trimestre 2	7 899	7 705	7 616	7 471	7 336	7 189	7 146	7 128
Trimestre 3	7 320	7 208	7 093	7 008	6 970	7 043	6 983	7 008
Trimestre 4	7 683	7 450	7 298	7 184	7 231	7 206	7 185	7088

تمرين 6. موسمية شهرية. إستخدام Excel للتنبؤ في نموذج جدائي.

البيانات التالية هي لمبيعات مؤسسة ما بالآلاف خلال 4 سنوات.

Month	2015	2016	2017	2018
January	13	13	24	13
February	13	13	13	24
March	46	35	46	57
April	13	13	13	24
May	24	13	24	24
June	57	46	57	57
July	24	13	13	13
August	13	24	13	13
September	46	57	46	46
October	13	24	13	24
November	13	13	24	13
December	112	123	101	112

1. قم بالتمثيل البياني للمبيعات وعلق على المكونات.
2. قم بالتنبؤ للسنة المقبلة مع احتساب التوجه والسلسلة (نموذج جدائي).
3. مثل بيانيا السلسلة الاصلية والتنبؤ مع إظهار خط التوجه.

تمرين 7. دراسة حالة. تفكيك السلسلة، وتحويلها بطريقة بوكس–كوكس. النشاط الجوي.

البيانات التالية هي لعدد المسافرين بالآلاف على الخطوط الجوية من جانفي 1949 إلى 1960 (Box, 1976).

- أدخل البيانات في ورقة Excel ثم مثل السلسلة بيانيا (ارمز للتواريخ عدديا من 1 إلى 144).
- ما هي المكونات التي تظهر لك من خلال الرسم، وما هو نوع النموذج؟ برر.
- قم بتفكيك السلسلة إلى مكوناتها: توجه باستخدام المتوسطات المتحركة، موسمية ومتبقي، ومثل كل منه هذه المكونات بيانيا، مع التعليق.

Mois	Passagers	Mois	Passagers	Mois	Passagers	Mois	Passagers	Mois	Passagers	Mois	Passagers
jan-49	112	jan-51	145	jan-53	196	jan-55	242	jan-57	315	jan-59	360
fév-49	118	fév-51	150	fév-53	196	fév-55	233	fév-57	301	fév-59	342
mar-49	132	mar-51	178	mar-53	236	mar-55	267	mar-57	356	mar-59	406
avr-49	129	avr-51	163	avr-53	235	avr-55	269	avr-57	348	avr-59	396
mai-49	121	mai-51	172	mai-53	229	mai-55	270	mai-57	355	mai-59	420
juin-49	135	juin-51	178	juin-53	243	juin-55	315	juin-57	422	juin-59	472
juil-49	148	juil-51	199	juil-53	264	juil-55	364	juil-57	465	juil-59	548
août-49	148	août-51	199	août-53	272	août-55	347	août-57	467	août-59	559
sep-49	136	sep-51	184	sep-53	237	sep-55	312	sep-57	404	sep-59	463
oct-49	119	oct-51	162	oct-53	211	oct-55	274	oct-57	347	oct-59	407
nov-49	104	nov-51	146	nov-53	180	nov-55	237	nov-57	305	nov-59	362
déc-49	118	déc-51	166	déc-53	201	déc-55	278	déc-57	336	déc-59	405
jan-50	115	jan-52	171	jan-54	204	jan-56	284	jan-58	340	jan-60	417
fév-50	126	fév-52	180	fév-54	188	fév-56	277	fév-58	318	fév-60	391
mar-50	141	mar-52	193	mar-54	235	mar-56	317	mar-58	362	mar-60	419
avr-50	135	avr-52	181	avr-54	227	avr-56	313	avr-58	348	avr-60	461
mai-50	125	mai-52	183	mai-54	234	mai-56	318	mai-58	363	mai-60	472
juin-50	149	juin-52	218	juin-54	264	juin-56	374	juin-58	435	juin-60	535
juil-50	170	juil-52	230	juil-54	302	juil-56	413	juil-58	491	juil-60	622
août-50	170	août-52	242	août-54	293	août-56	405	août-58	505	août-60	606
sep-50	158	sep-52	209	sep-54	259	sep-56	355	sep-58	404	sep-60	508
oct-50	133	oct-52	191	oct-54	229	oct-56	306	oct-58	359	oct-60	461
nov-50	114	nov-52	172	nov-54	203	nov-56	271	nov-58	310	nov-60	390
déc-50	140	déc-52	194	déc-54	229	déc-56	306	déc-58	337	déc-60	432

Source: Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1976). Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco.

2-5. الحلول

تمرين 1. مراجعة

1. صيغة معاملات الموسمية في النموذج الجدائي (تقارن مع 1) هي: $S_j = \frac{m_j}{m}$
2. إزاحة الموسمية من السلسلة في النموذج الجدائي (الصيغة): $y'_{ij} = \frac{y_{ij}}{S_j}$
3. إزاحة الموسمية والتوجه من السلسلة في النموذج الجدائي (الصيغة): $y'_{ij} = \frac{y_{ij}}{S_j \times f_{ij}}$
4. كيف يتم احتساب الموسمية في النموذج الجدائي عند القيام بالتنبؤ (الصيغة)؟ $\hat{y}(t) = (a \times t + b) \times S_t$
5. صيغة معاملات الموسمية في النموذج الجمعي (تقارن مع 0) هي: $S_j = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}(y_{ij} - f_{ij})$
6. إزاحة الموسمية من السلسلة في النموذج الجمعي (الصيغة): $y'_{ij} = y_{ij} - S_j$
7. إزاحة الموسمية والتوجه من السلسلة في النموذج الجمعي (الصيغة): $y'_{ij} = y_{ij} - S_j - f_{ij}$
8. كيف يتم احتساب الموسمية في النموذج الجمعي عند القيام بالتنبؤ (الصيغة)؟ $\hat{y}(t) = (a \times t + b) + S_t$
9. الهدف من إزاحة الموسمية من السلسلة: تفحص المكونات الأخرى (التوجه والحوادث).
   - الهدف من إزاحة الموسمية والتوجه من السلسلة: تفحص مكون الحوادث.
   - ما هو الهدف من عزل الموسمية؟ تفحص الموسمية (شدتها، مواسم الارتفاع مواسم الانخفاض ...).

تمرين 2.

- حساب معاملات الموسمية بطريقة النموذج الجدائي لبيانات استهلاك البنزين في محطة:

	Week 1	Week 2	Week 3	Week 4
January	48	41	60	65
February	58	52	68	74
March	60	56	75	78

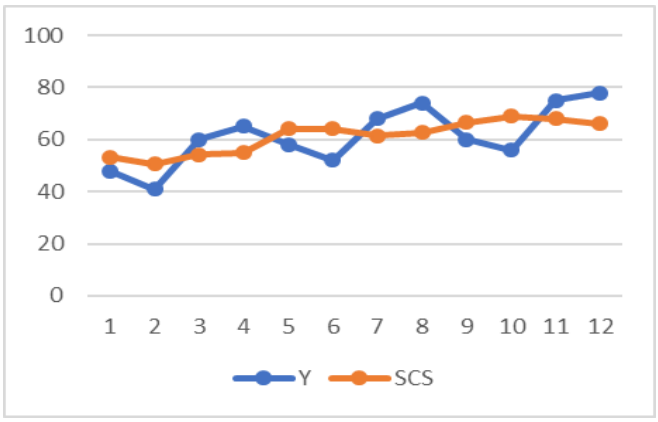
m = (∑Sj)/J =

m_j	(48+58+60)/3 = 55,33	(41+52+56)/3 = 49,67	67,67	72,33	**61,25**
$S_j = m_j/m$	**55.33/61.25 = 0,90**	**49.67/61.25 = 0,81**	**1,10**	**1,18**	

- استخدام معاملات الموسمية لإزاحة الموسمية من السلسلة (حساب SCS).

SCS = Y_{ij}/S_j	48/0.9 = 53,13	41/0.81 = 50,56	60/1.10 =54,31	65/1.18=55,04
	58/0.9 = 64,20	52/0.81 = 64,13	61,55	62,66
	60/0.9 = 66,42	56/0.81 = 69,06	67,89	66,05

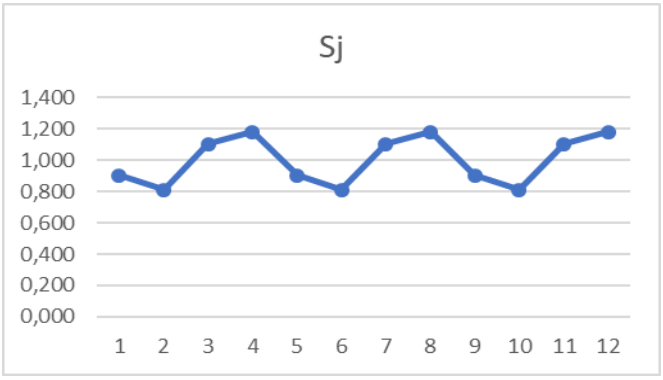
- التمثيل البياني ل y و SCS في رسم واحد. خط SCS يظهر توجه صاعد.



- عزل الموسمية وتمثيلها بيانيا يتم باستبدال قيم y ب Sj.

Sj	0,90	0,81	1,10	1,18	0,90	0,81	1,10	1,18	0,90	0,81	1,10	1,18

الغرض من عزل الموسمية هو المقارنة بين المواسم، من خلال معاملات الموسمية.



الرسم البياني يظهر السلسلة عند إزاحة المكونات الأخرى ما عدا الموسمية.

- استخدام معاملات الموسمية والتوجه للتنبؤ باستهلاك البنزين في أسابيع الشهر الرابع. مع التمثيل البياني.

t	y	$(t - m_t)(y - m_y)$	$(t - m_t)^2$
1	48	$(1 - 6,5)(48 - 61,25) = 72,875$	$(1 - 6,5)^2 = 30,25$
2	41	$(2 - 6,5)(41 - 61,25) = 91,125$	$(2 - 6,5)^2 = 20,25$
3	60	$(3 - 6,5)(60 - 61,25) = 4,375$	$(3 - 6,5)^2 = 12,25$
4	65	-9,375	6,25
5	58	4,875	2,25
6	52	4,625	0,25
7	68	3,375	0,25
8	74	19,125	2,25
9	60	-3,125	6,25
10	56	-18,375	12,25
11	75	61,875	20,25
12	78	$(12 - 6,5)(78 - 61,25) = 92,125$	$(12 - 6,5)^2 = 30,25$
6,5	**61,25**	**323,5**	**143**

$a = 323,5/143 = 2,26$

$b = m_y - am_t = 61,25 - 2,26(6,5) = 46,55$

لحساب الميل في ***Excel*** نستخدم الدالة ***slope***، لحساب الثابت نستخدم الدالة ***intercept***.

- التنبؤ للأشهر الأربع المقبلة:

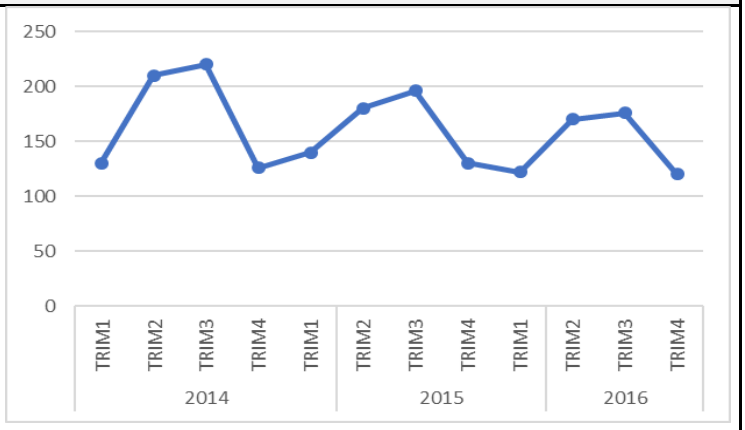
$\hat{y}_{13} = (2,26 \times 13 + 46,55) \times 0,90 = 68,62$
$\hat{y}_{14} = (2,26 \times 14 + 46,55) \times 0,81 = 63,42$
$\hat{y}_{15} = (2,26 \times 15 + 46,55) \times 1,10 = 88,91$
$\hat{y}_{16} = (2,26 \times 16 + 46,55) \times 1,18 = 97,71$

التمرين 3.

البيانات لمبيعات مؤسسة ما خلال ثلاث سنوات ندخلها في ***Excel*** مثلا كما يلي:

	A	B
1	1	130
2	2	210
3	3	220
4	4	126
5	5	140
6	6	180
7	7	196
8	8	130
9	9	122
10	10	170
11	11	176
12	12	120

C



التمثيل البيانات يظهر وجود موسمية رباعية وتوجه خطي نازل.

- استخراج ***Sj*** بطريقة النموذج الجدائي باستخدام ***Excel***. نستخدم الدالة ***AVERAGE*** لحساب المتوسطات.

	J	H	I
1	mj	m	Sj
2	=AVERAGE(B1;B5;B9)	=AVERAGE(J2:J5)	=J2/160
3	=AVERAGE(B2;B6;B10)		=J3/160
4	=AVERAGE(B3;B7;B11)		=J4/160
5	=AVERAGE(B4;B8;B12)		=J5/160

النتائج تأتي كما يلي:

mj	m	Sj
130,67	160	**0,82**
186,67		**1,17**
197,33		**1,23**
125,33		**0,78**

- حساب المبيعات المتوقعة لثلاثيات السنة المقبلة مع مراعاة التوجه والموسمية.

نستخدم الدالتين ***Slope*** و***Intercept*** لاستخراج الدالة. يمكن بعد ذلك التعويض في الدالة ثم الضرب في معاملات الموسمية لحساب التوقعات.

	A	B	C
1	1	130	=SLOPE(B1:B12;A1:A12)
2	2	210	=INTERCEPT(B1:B12;A1:A12)
3	3	220	^y
4	4	126	=(-2,8(13)+178,18)*0,82
5	5	140	=(-2,8(14)+178,18)*1,17
6	6	180	=(-2,8(15)+178,18)*1,23
7	7	196	=(-2,8(16)+178,18)*0,78
8	8	130	
9	9	122	
10	10	170	
11	11	176	
12	12	120	

الطريقة الثانية هي استخدام الدالة Forecast.linear ثم نضرب في معاملات الموسمية:

	A	B	C
1	1	130	=FORECAST.LINEAR(13;B1:B12;A1:A12)*0,82
2	2	210	=FORECAST.LINEAR(14;B1:B12;A1:A12)*1,17
3	3	220	=FORECAST.LINEAR(15;B1:B12;A1:A12)*1,23
4	4	126	=FORECAST.LINEAR(16;B1:B12;A1:A12)*0,78
5	5	140	
6	6	180	
7	7	196	
8	8	130	
9	9	122	
10	10	170	
11	11	176	
12	12	120	

النتائج تأتي كما يلي:

^y
115,82
162,19
168,01
104,52

التمرين 4.

استهلاك الطاقة خلال الفصول الأربعة. حساب Sj بفرض أن النموذج جمعي مع استخدام دالة خطية لتقدير التوجه.

$$S_j = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}(y_{ij} - f_{ij})$$

t	y	$(y - m_y)(t - m_t)$	$(t - m_t)^2$	^y	y – ^y	**Sj = average (y_j – $\hat{y}_j$)**
1	108	308	30,25	127,12	108-127,12=-19,12	**(-19,12-13,94-20,77)/3=- 17,94**
2	145	85,5	20,25	133,82	145-133,82=11,18	**(11,18+4,35-20,77)/3=3,35**
3	144	70	12,25	140,53	144-140,53=3,47	**(3,47-2,35-14,18)/3=- 4,35**
4	169	-12,5	6,25	147,23	21,77	**(21,77+15,94+19,12)/3=18,94**
5	140	36	2,25	153,94	-13,94	
6	165	-0,5	0,25	160,65	4,35	
7	165	0,5	0,25	167,35	- 2,35	

8	190	39	2,25	174,06	15,94	
9	160	-10	6,25	180,77	-20,77	
10	182	63	12,25	187,47	- 5,47	
11	180	72	20,25	194,18	-14,18	
12	220	308	30,25	200,88	19,12	

m_t	m_y	$\sum$	$\sum$
6,5	**164**	**959**	**143**

a = 959/143 = 6,71

b = 164 – 6,71(6,5) = 120,41

قيمة a تعني أن الاستهلاك يزيد بمعدل 6,71 أسبوعيا. طبعا هذا مجرد معدل، فهناك أسابيع شهدنا فيها انخفاضا للاستهلاك مثل الأسبوع الثالث والخامس والحادي عشر، وهذا متوقع خاصة بوجود موسمية.

حساب الاستهلاك المتوقع للطاقة خلال ثلاثيات السنة المقبلة مع احتساب الموسمية من خلال إضافة معاملاتها.

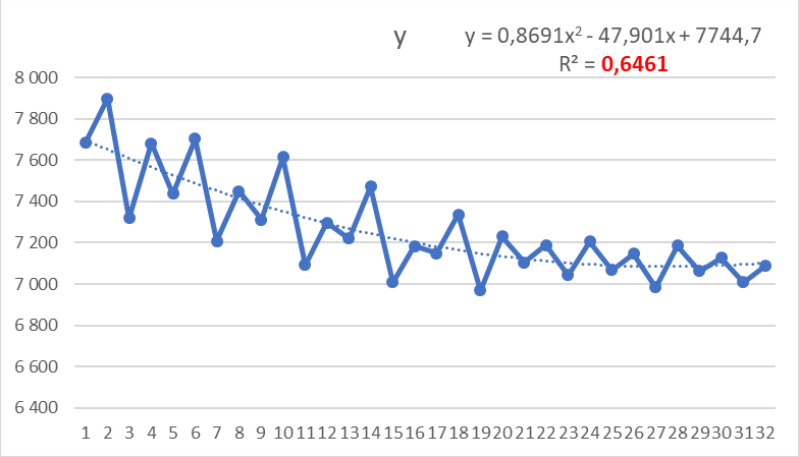
$\hat{y}_{13} = 6{,}71(13) + 120{,}41 - 17{,}94 = 190$

$\hat{y}_{14} = 6{,}71(14) + 120{,}41 + 3{,}35 = 218$

$\hat{y}_{15} = 6{,}71(15) + 120{,}41 - 4{,}35 = 217$

$\hat{y}_{16} = 6{,}71(16) + 120{,}41 - 17{,}94 = 247$

التمرين 5. بيانات المواليد في مقاطعة ألمانية.



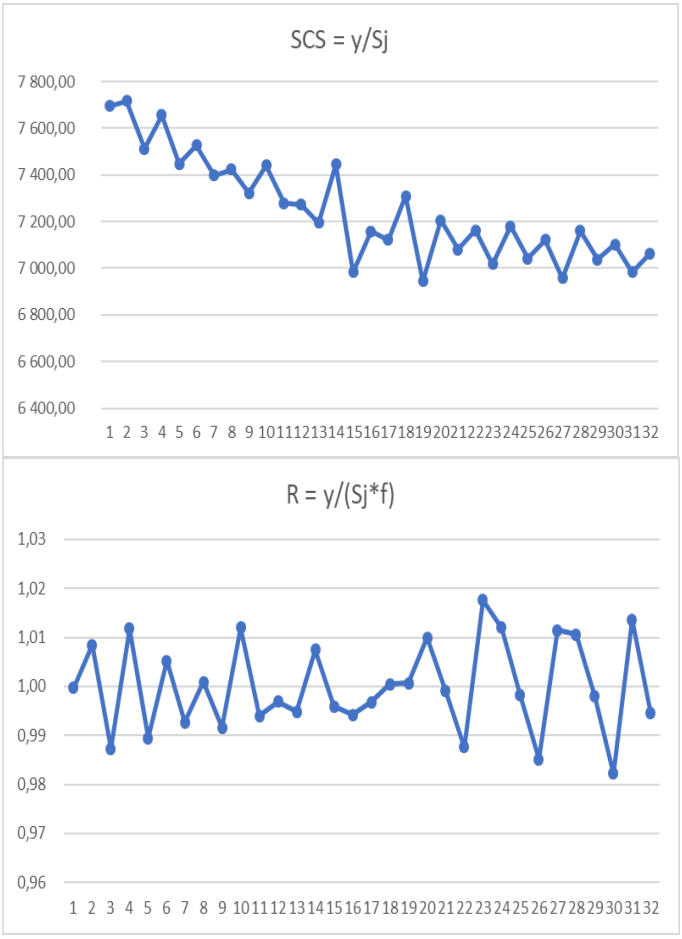
التمثيل البياني يظهر موسمية نافذتها 4 وتوجه متعدد الحدود. الرسم يظهر الدالة وقيمة معامل التحديد التي تعتبر عالية هنا.

- إزاحة الموسمية عن السلسلة.

t	y	mj	Sj = mj/m	SCS = y/Sj	f = 0,8691t² – 47,901t+7744,7	R = y/(Sj*f)
1	7 684	7 254	**1,00**	7 695,25	7 697,67	1,00
2	7 899	7 436	**1,02**	7 717,09	7 652,37	1,01
3	7 320	7 079	**0,97**	7 512,20	7 608,82	0,99
4	7 683	7 291	**1,00**	7 656,00	7 567,00	1,01
5	7 437			7 447,89	7 526,92	0,99
6	7 705			7 527,56	7 488,58	1,01
7	7 208			7 397,26	7 451,98	0,99
8	7 450			7 423,81	7 417,11	1,00
9	7 311			7 321,71	7 383,99	0,99
10	7 616			7 440,61	7 352,60	1,01
11	7 093			7 279,24	7 322,95	0,99
12	7 298			7 272,35	7 295,04	1,00
13	7 221			7 195,62	7 268,86	0,99

14	7 471	7 444,74	7 244,43	1,01
15	7 008	6 983,37	7 221,73	1,00
16	7 184	7 158,75	7 200,77	0,99
17	7 148	7 122,88	7 181,55	1,00
18	7 336	7 310,22	7 164,07	1,00
19	6 970	6 945,50	7 148,33	1,00
20	7 231	7 205,58	7 134,32	1,01
21	7 105	7 080,03	7 122,05	1,00
22	7 189	7 163,73	7 111,52	0,99
23	7 043	7 018,25	7 102,73	1,02
24	7 206	7 180,67	7 095,68	1,01
25	7 067	7 042,16	7 090,36	1,00
26	7 146	7 120,88	7 086,79	0,99
27	6 983	6 958,46	7 084,95	1,01
28	7 185	7 159,75	7 084,85	1,01
29	7 062	7 037,18	7 086,48	1,00
30	7 128	7 102,95	7 089,86	0,98
31	7 008	6 983,37	7 094,97	1,01
32	7088	7 063,09	7 101,83	0,99
	7 265			

التمثيل البياني للسلسلة بعد إزاحة الموسمية وبعد إزاحة الموسمية والتوجه.



التمثيل البياني للسلسلة ***(SCS)*** تمكنا من إزاحة الموسمية من الدرجة الرابعة ولكن مازال الرسم يظهر موسمية أخرى من الدرجة 2. هذا النوع من التعدد في الموسميات سببه أن نافذة الموسمية زوجية ***(4)***، في مثل هذه الحالة تنشأ موسمية من

الدرجة 2 وأيضا 6 و8 ...إلخ. يأثر بقاء موسميات على الرسم البياني للمتبقي (***R***) والذي لا يزال يظهر فيه تكرر الانماط. يمكن لحل هذا الاشكال اللجوء إلى إزاحة موسمية ثانية من الدرجة 2.

التمرين 6.

التمثيل البياني ل ***Y*** يظهر توجها خطيا، لذلك نستخدم دالة خطية في تمثيل التوجه.

لحساب معاملات دالة التوجه، نستخدم الدالتين ***Slope*** و***Intercept***، ولمعاملات الموسمية نستخدم ***Average***: نحتاج لحساب متوسط كل شهر من جانفي إلى ديسمبر، ونحسب المتوسط العام من خلال متوسط المتوسطات. النتائج هي:

intercept (b)	26,1649
slope (a)	0,27643
Sj = (m_j/m)	
January	0,48
February	0,48
March	1,40
April	0,48
May	0,65
June	1,65
July	0,48
August	0,48
September	1,48
October	0,56
November	0,48
December	3,40

الجدول أعلاه يظهر الميل و الثابت، والذين تم الحصول عليهما بالدالتين ***slope*** و ***intercept***، بالإضافة إلى النتائج النهائية ل ***Sj***. الحسابات تطلبت استخراج المتوسطات ***mj*** أولا ومن ثم استخراج معاملات الموسمية. لاحظ أن أعلى موسم هو ديسمبر وهو يتفوق بشكل كبير على المواسم الأخرى.

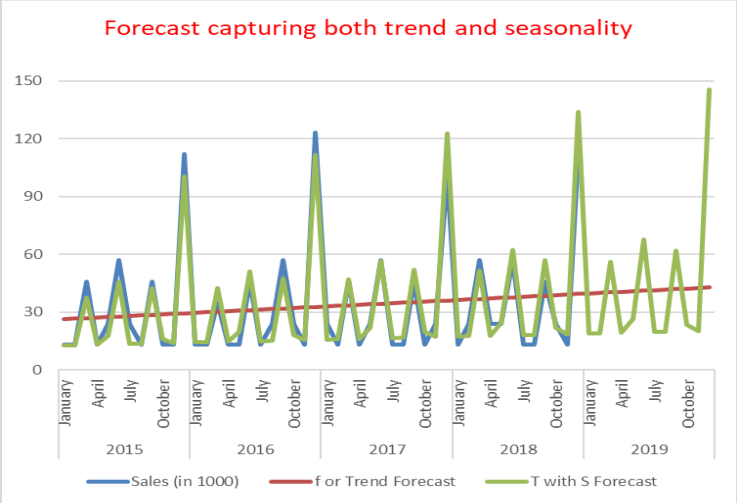
التوقع للسنة المقبلة:

نستخدم معاملي الدالة لاستخراج التوجه ***(trend)*** ثم نضرب النتيجة في معامل الموسمية لكل شهر:

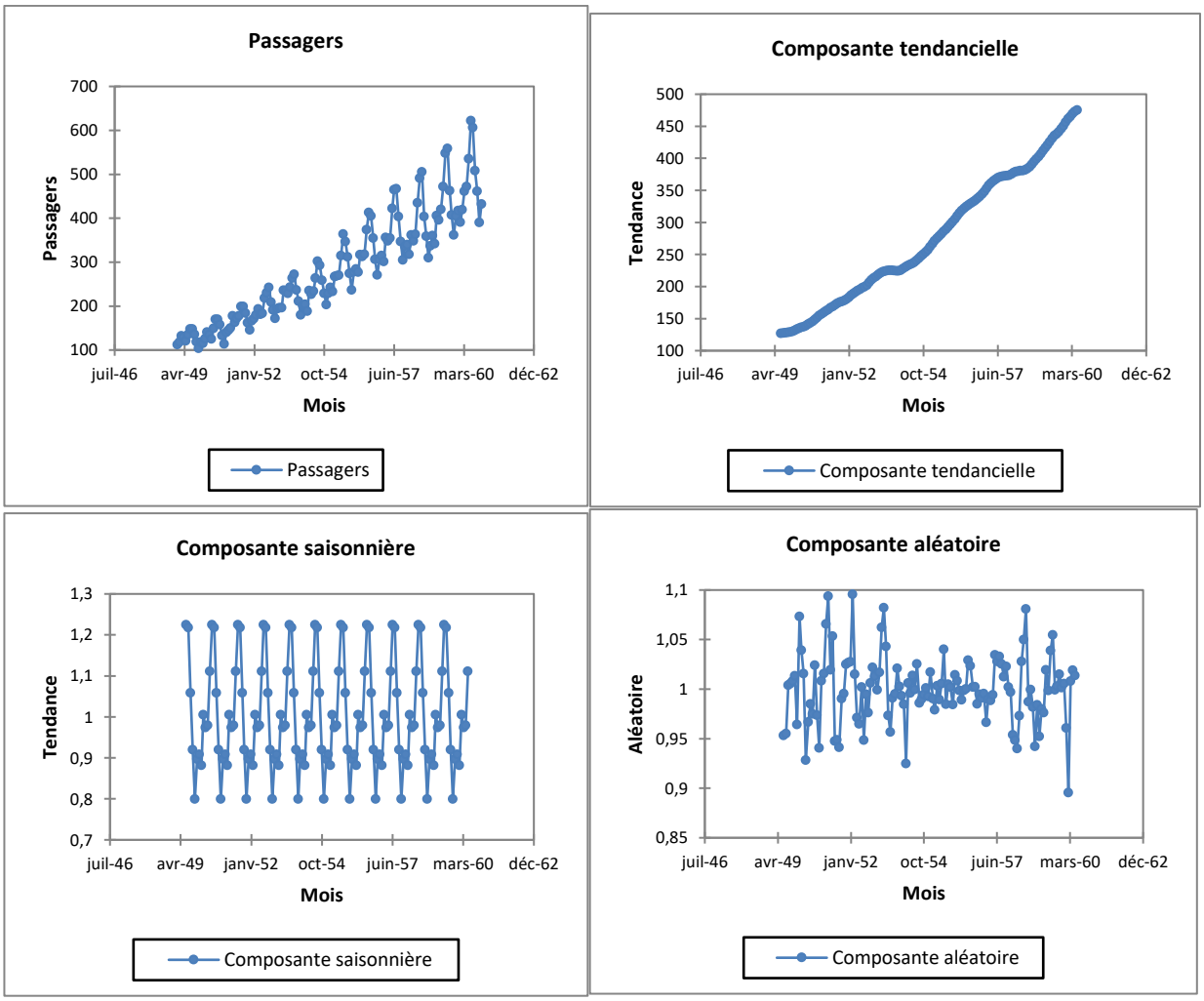
t	Year	Month	Trend Forecast	^y
49	2019	January	0.276(49) + 26.1649 = 39,71	39.71 * 0.48 = 18,99
50		February	0.276(50) + 26.1649 = 39,99	39.99 * 0.48 = 19,12
51		March	40,26	56,23
52		April	40,54	19,39
53		May	40,82	26,33
54		June	41,09	67,68
55		July	41,37	19,78
56		August	41,65	19,91
57		September	41,92	62,05
58		October	42,20	23,70
59		November	42,47	20,31
60		December	42,75	145,37

التمثيل البياني للسلسلة والتوقع: لاحظ كيف أن القيم المتوقعة لسنة 2019 (الخط باللون الأخضر) تحتسب كلا من الموسمية والتوجه. الخط الأحمر يبين مكون التوجه. الخط الأزرق يمثل البيانات الحقيقية المتاحة. التطابق

الكبير بين الخطين الأزرق والأخضر يظهر جودة تمثيل البيانات من خلال النموذج (الدالة ضرب الموسمية). مثل هذه النتيجة الجيدة للنموذج نحصل عليها في متغيرات شديدة الانتظام مثل التي بين يدينا.



تمرين 7.



السلسلة تظهر موسمية نافذتها 12، وتوجه صاعد. إلى اليمين، يظهر التوجه تباطأ مؤقتا مرتين. المكون الموسمي يبين التباين الكبير بين بعض الأشهر والتقارب بين أشهر أخرى. المتبقي يظهر اضطرابا في نهاية وبداية الفترة.

المراجع

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Box, G. a. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control.* San Francisco.

Droesbeke, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Bruxelles, Belgique: Ellips.

Institut de la statistique du Quebec. (2015). La désaisonnalisation : pourquoi, quand, comment? Québec.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

بوربوني ريجي و إيزينيه جون كلود. (2008). *التنبؤ بالمبيعات بين النظرية والتطبيق.* (العشعوش نايف أيمن والعنزي صالح بن ضحوي، المترجمون) سورية: مركز البحوث.

التمهيد الأسي البسيط والمضاعف

الفصل 5. التمهيد الأسي: البسيط والمضاعف 131

1. التمهيد الأسي البسيط 131

1-1. تعريف بالطريقة 131

1-3. عيوب طريقة التمهيد الأسي البسيط 135

1-4. التمهيد الأسي البسيط في Excel 136

2. التمهيد الأسي المضاعف (تمهيد براون) 138

2-1. تعريف بالطريقة 138

2-2. التمهيد الأسي المضاعف لهولت 140

2-3. التمهيد الأسي المضاعف في Excel باستخدام Data Analyser 141

2-4 التمهيد الأسي البسيط والمضاعف في R 141

3. سلسلة تمارين – التمهيد الأسي البسيط والمضاعف 143

4. الحلول 146

الفصل 5. التمهيد الأسي: البسيط والمضاعف

التمهيد الأسي البسيط – التمهيد الأسي المضاعف – تمارين

توطئة. على غرار المتوسطات المتحركة يعمل التمهيد الاسي على تمهيد السلسلة لاستخراج التوجه. ميزة التمهيد الاسي أنه يعطي أوزانا متناقصة أسيا للمشاهدات السابقة للسلسلة. تاريخيا يمكن إرجاع التمهيد الأسي بشكل أو بآخر إلى أعمال الرياضي الفرنسي بواسون (Siméon Denis Poisson 1781-1840)، لكن استخدامه في التنبؤ تطور في النصف الثاني من القرن العشرين، على يد روبرت براون (1923–2013) وشارلز هولت (1921–2010) الذين عملا بالتوازي على الموضوع. بعد ذلك قام تلميذ هولت، بيتر وينترز (Peter R. Winters) بتحسين نموذج هولت (Holt, 1957) بإدراج الموسمية.

في هذا الدرس نتناول طريقتين:

- **التمهيد الأسي البسيط**، والذي يستخدم معاملا واحدا، ألفا.
- **التمهيد الأسي المضاعف** لبراون، وهو يستخدم معاملين اثنين، للتمكن من احتساب التوجه.

الهدف هو: فهم متى وكيف تستخدم كل طريقة، وفهم مدلول معالم الطريقتين، والتحكم في الحسابات، يدويا وباستخدام Excel ومحلل البيانات وXLSTAT365.

1. التمهيد الأسي البسيط

تعريف بالطريقة

دور معامل التمهيد

حدود التمهيد الأسي البسيط

في Excel

1-1. تعريف بالطريقة

طريقة التمهيد الأسي البسيط SES (Simple Exponential Smouthing ou LES : Lissage Exponentiel Double) تعتمد على إعطاء أوزان مختلفة للقيم السابقة y_t تنخفض بشكل أسي رجوعا في

الزمن إلى الوراء. يحدد الأوزان "ثابت التمهيد"، وهو رقم بين الصفر والواحد، يسمى ألفا. تحسب القيمة المتوقعة ŷT(1) كما يلي (Droesbeck, 1997):

$$\hat{y}_T(1) = \alpha y_T + (1-\alpha)\hat{y}_{T-1}(1), \qquad \alpha \in [0,1] \quad \ldots(1)$$

أي أن التوقع الحالي يساوي القيمة الحالية بوزن ما مضافا إليها التوقع السابق بوزن مكمل. الحد الأول يمثل الحاضر yt، بوزن ألفا، والحد الثاني يمثل الماضي (لأن ŷT-1 حسبت بنفس الطريقة، فهي تستند إلى القيمة السابقة لها وهكذا) بوزن (1 – α).

لاحظ.

- يمكن كتابة المعادلة (1) بدلالة خطأ التنبؤ فنكتب[1] (نتخفف من رمز الأفق طالما **h=1**):

$$\hat{y}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\hat{y}_{T-1}$$
$$= \alpha y_T + \hat{y}_{T-1} - \alpha\hat{y}_{T-1}$$
$$= \alpha(y_T - \hat{y}_{T-1}) + \hat{y}_{T-1}$$

ومنه:

$$\hat{y}_T = \hat{y}_{T-1} + \alpha e_T \ldots.(2)$$

تعني هذه الصيغة أن التوقع الحالي يساوي التوقع السابق معدلا بالخطأ الحالي. تستخدم هذه الصيغة الأخيرة أحيانا لتسهيل الحسابات فهي تتضمن جداء واحدا بدل اثنين.

مثال: لتكن السلسلة التالية التي تمثل قيم سهم معين (الوحدة 10) خلال 10 أشهر.

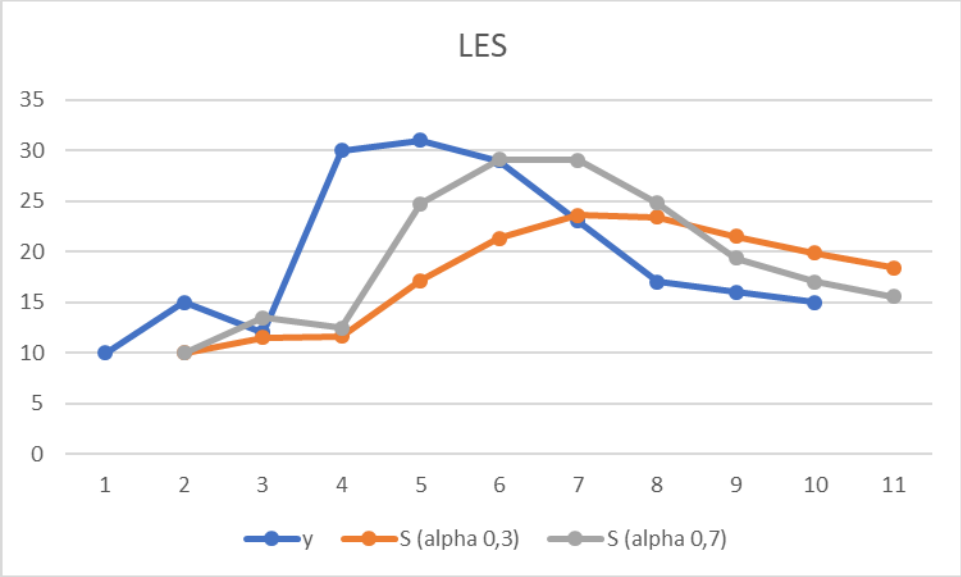
t	Jan	Fev	Mar	Avr	Mai	Juin	Juill	Aout	Sept	Oct
yi	10	15	12	30	31	29	23	17	16	15

- قم بتمهيد أسي للسلسلة مع اعتماد ألفا يساوي 0.3، واعتماد ŷ0(1) تساوي y1، مع التنبؤ للأشهر الثلاث المقبلة.
- أحسب خطأ التقدير Et.
- قارن من خلال الرسم مع التمهيد الأسي بألفا يساوي 0.7.

t	yt	$S = 0.3y_T + (0.7)\hat{y}_{T-1}$	Et	$0.7y_T + (0.3)\hat{y}_{T-1}$
1	10	**10**	/	**10**
2	15	**0.3(15) + 0.7(10) = 11.50**	**15 – 10 = 5**	**0.7(15) + 0.3(10) =13.50**
3	12	**0.3(12) + 0.7(11.5) = 11.65**	**12 – 11.5 = 0.5**	**0.7(12) + 0.3(13.5) = 12.45**
4	30	**0.3(30) + 0.7(11.65) = 17.16**	**30 – 11.65**	**24.74**

[1] لتخفيف الترميز نضع جانبا رمز الأفق ونكتفي بمؤشر اللحظة.

5	31	**21.31**	**31 – 17.16**	**29.12**
6	29	**23.62**	**29 – 21.31**	**29.04**
7	23	**23.43**	**23 – 23.62**	**24.81**
8	17	**21.50**	**17 – 23.43**	**19.34**
9	16	**19.85**	**16 – 21.50**	**17.00**
10	15	**0.3(15) + 0.7(19.85) = 19.37**	**15 – 19.85**	**17.00**
11		**19.37**		**17.00**
12		**19.37**		**17.00**
13		**19.37**		**17.00**



رسم توضيحي 1. القيم الأعلى لمعامل التمهيد تعطي تمهيدا أكثر مرونة.

يظهر الرسم كيف أن السلسلة بألفا 0.7 هي أقرب إلى السلسلة الأصلية من السلسلة المحولة بألفا 0.3، فهي أكثر مرونة وتتبعا السلسلة الاصلية. يكون خطأ التنبؤ كبيرا عند الانتقالات الكبيرة ل y، سواء صعودا أو نزولا، ثم تستدرك السلسلة الممهدة بسرعة أو ببطء بحسب قيمة ألفا.

لاحظ.

غالبا ما يتم يتطلب التحليل حساب خطأ التقدير et سواء من أجل قياسه وتمثيله بيانيا أو من أجل استخدامه لحساب مؤشرات التقدير (MAE, MAPE, MSE, ...). هنا يجب أن نلاحظ أن كل قيمة ل S تقارن مع قيمة y التي تستهدفها، كما في المثال أعلاه.

يدرج التوقع (1)yT^ الحاضر – أي yT – بوزن α ، ويدرج الماضي(أو أيضا القيمة المتوقعة للحاضر)، بوزن (1- α). لشرح ذلك نعيد كتابة المعادلة (1) بطريقة أخرى:

$$\hat{y}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\hat{y}_{T-1}$$

نعوض $\hat{y}_{T-1}$ بما يساويها:

$$\hat{y}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)[\alpha y_{T-1} + (1-\alpha)\hat{y}_{T-2}]$$

نعوض $\hat{y}_{T-2}$ والقيم التي قبلها فنحصل على الكتابة التالية:

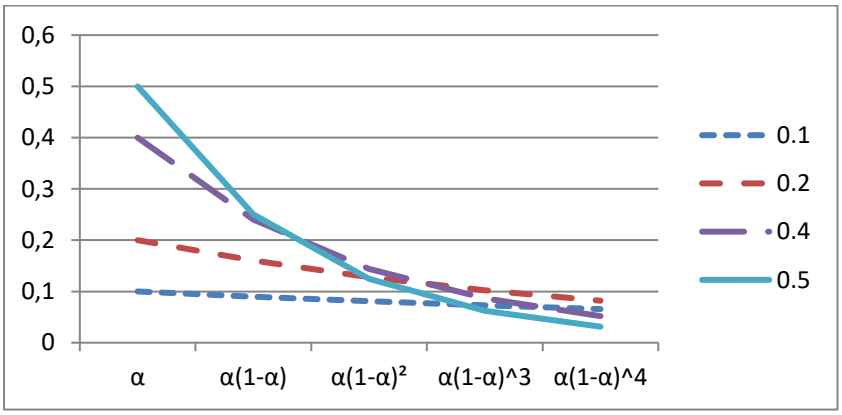
$$\hat{y}_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\big[\alpha y_{T-1} + (1-\alpha)[\alpha y_{T-2} + (1-\alpha)\hat{y}_{T-3}]\big]$$

$$\hat{y}_T = \alpha y_T + \alpha(1-\alpha) y_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{T-2} + \alpha(1-\alpha)^3 y_{T-3}$$

لاحظ أنه في المعادلة أعلاه فإن قيم y الأكثر قدما لها معامل اصغر لأننا كلما عدنا إلى الوراء نضرب في (1 – α) وهي قيمة اقل من 1. تأخذ مشاهدات الماضي أوزانا متناقصة أسيا (بسبب أن "ثابت التمهيد" أو "معامل التمهيد" أقل من 1). يبين الجدول التالي والرسم كيف تتناقص الأوزان بالرجوع إلى الوراء.

α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
α(1-α)	0.090	0.160	0.210	0.240	0.250
$\alpha(1-\alpha)^2$	0.081	0.128	0.147	0.144	0.125
$\alpha(1-\alpha)^3$	0.073	0.102	0.103	0.086	0.063
$\alpha(1-\alpha)^4$	0.066	0.082	0.072	0.052	0.031

يبين الجدول والرسم أن قيمة الأوزان تنخفض بشكل أسي وأن الانخفاض يكون أسرع كلما كانت ألفا أكبر.



رسم توضيحي 2. تناقص الأوزان بالعودة إلى الوراء في الزمن من أجل قيم مختلفة لمعامل التمهيد

لاحظ. مجموع الأوزان يساوي 1 لأن:

$$\hat{y}_T = \sum_{i=0}^{T-1} \alpha\,(1-\alpha)^i y_{T-i}$$

و $\sum_{i\geq 0} \alpha(1-\alpha)^{\,i} = 1$

لتحديد قيمة ثابت التمهيد، يمكن اختبار عدة قيم مختلفة والمقارنة بينها من خلال الرسم البياني أو مؤشرات الدقة (MSE or MAE).

تعبر ألفا عن أهمية الحاضر؛ اختيار ألفا كبير (أقرب إلى 1) يعني إعطاء أهمية أكبر للقيم الحديثة، وذلك من أجل تسريع ردة فعل التوقع لملاحقة التغيرات الأخيرة للسلسلة y. نقول في هذه الحالة أن التنبؤ أو **التمهيد مرن**. على العكس، فإن اختيار قيمة صغيرة لمعامل التمهيد يعني إعطاء أهمية أكبر لماضي السلسلة البعيد واستيعاب معلوماتها، وتقليص تباين السلسلة الممهدة، ونقول في هذه الحالة أن **التمهيد صلب**. أقصى قيمة لثابت التمهيد (1) تعني إغفال تام لماضي السلسلة فتكون القيمة المتوقعة للفترة الموالية هي القيمة الحالية نفسها. على العكس، إعطاء القيمة صفر لثابت التمهيد تجعل التنبؤ ثابتا عند أول قيمة في السلسلة.

تتطلب الطريقة تحديد قيمة ابتدائية أي $\hat{y}_0(1)$ وهذا يكون عادة بإعطائها قيمة y_1 (وهذا ما نجده في بعض البرمجيات مثل محلل البينات ل Excel) أو متوسط القيم الثلاث أو الأربع الأولى. اختيار القيمة الأولية لا تكون له أهمية كبيرة إذا كانت السلسلة طويلة، لأنها سرعان ما "تنسى".

تسمية ألفا معامل التمهيد يجب ألا يضلل القارئ، فليس يعني أنه كلما رفعنا قيمة ألفا زاد التمهيد شدة، في الواقع العكس هو الصحيح، لذلك يطلق البعض معامل التمهيد Damping factor على $(1 - \alpha)$ بدلا من α، كما هو الحال في بعض البرمجيات مثل محلل البيانات.

1-3. عيوب طريقة التمهيد الأسي البسيط

لا تأخذ طريقة التمهيد الأسي البسيط في الحسبان التوجه عند التنبؤ، لذلك يصلح التمهيد الأسي البسيط عندما تكون الظاهرة مستقرة، فهو يعطي القيمة نفسها كتوقع أيا كان الأفق:

$$\hat{y}_n(h) = \hat{y}_n(1), \quad \forall h$$

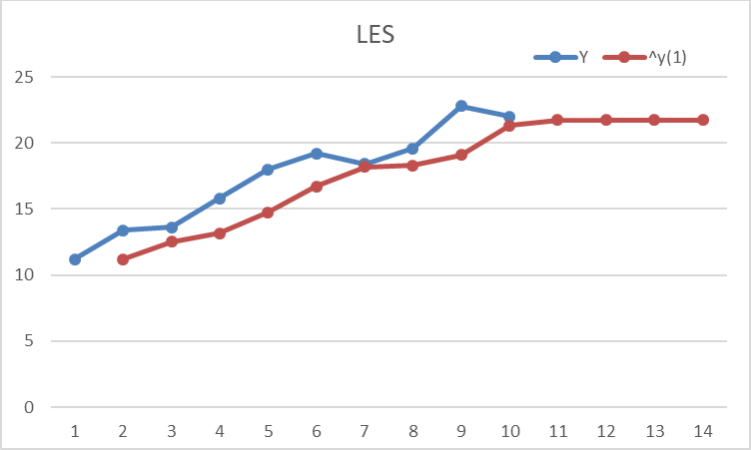
في حالة وجود توجه تأتي التوقعات **متحيزة**، حيث يقلل التمهيد الاسي البسيط التقديرات في حالة التوجه الصاعد ويضخمها في حالة التوجه النازل. ويزيد خطأ التقدير مع زيادة الأفق ويبقى بنفس الإشارة.

مثال2: قم بالتمثيل البياني للسلسة التالية والمحولة باستخدام التمهيد الأسي بمعامل 0.6. أحسب خطأ التقدير، وأحسب القيم المتوقعة الثلاث الموالية. علق على إشارة الخطأ.

t	Y	$\hat{y} = 0{,}6(y_t) + 0{,}4(\hat{y}_{t-1})$	$e = y - \hat{y}$
1	11,2	11,20	13,4 – 11,2 = 2,2
2	13,4	12,52	13,6 – 12,52 = 1,08
3	13,6	13,17	15,8 – 13,7 = 2,63
4	15,8	14,75	3,25

5	18	16,70	2,5
6	19,2	18,20	0,2
7	18,4	18,32	1,28
8	19,6	19,09	3,71
9	22,8	21,32	0,68
10	22	21,73	
11		21,73	
12		21,73	
13		21,73	

يبين الجدول أن قيم الخطأ كلها موجبة: **التوجه الصاعد للبيانات جعل التقدير منحازا**، فالقيم المتوقعة أقل من الفعلية. هذا لأن الطريقة لا تأخذ في الاعتبار التوجه بشكل جيد، ولهذا فهي تصلح للسلاسل الخالية من التوجه (والموسمية) وتصلح للتنبؤ للمدى القصير.



رسم توضيحي 3. التمهيد الأسي البسيط لا يأخذ في الاعتبار التوجه عند التنبؤ

لالتقاط التوجه العام يستخدم التمهيد الأسي المضاعف لبراون (Bourbonnais, 2001)[1] ، أو تمهيد هولت Holt. لاستيعاب كلا من التوجه والموسمية يستخدم تمهيد **هولت – وينترز**.

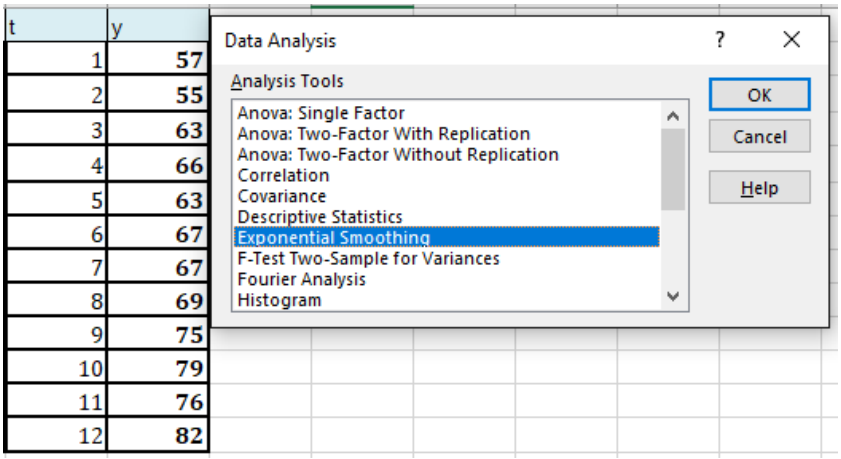
4-1. التمهيد الأسي البسيط في *Excel*

يمكن استخدام محلل البيانات Data Analyser لحساب التمهيد الأسي البسيط[1]. يمكن لهذا البرنامج الملحق أن يستخرج أيضا رسما بيانيا للمتغيرة الأصلية والمحولة، كما يعطي مقدار خطأ التقدير. بعد إدخال بيانات y في عمود، نقوم بالخطوات التالية:

[1]Lissage Double de Brown

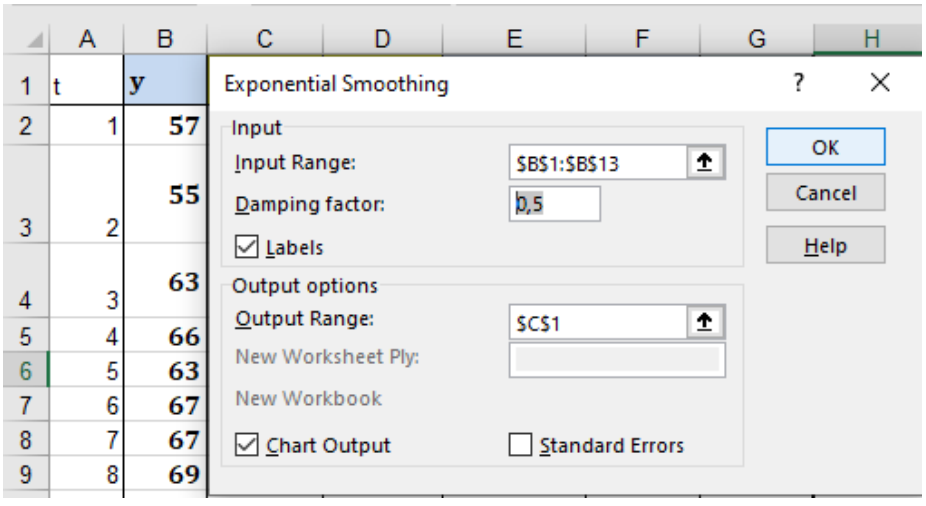
Data → Data Analyzis → Exponential Smouthing
Input Range: B1:B13
Damping Factor: 0.5
Check Label ?
Output Range: C2
Check Chart Output

تظهر الصورتين التاليتين كيفية اختيار التمهيد الاسي وتحديد معلمته وتحديد البيانات وطلب الرسم البياني وطلب إظهار المتبقي. الصورة الاولى تظهر اختيار التمهيد الأسي Exponential smoothing من قائمة الأدوات الإحصائية لمحلل البيانات Data Analysis:



رسم توضيحي 4. طلب التمهيد الأسي في قائمة الأدوات الإحصائية لمحلل البيانات

تبين الصورة التالية كيفية تعبئة مربع الحوار عندما نطلب التمهيد الأسي من قائمة الأدوات الإحصائية. لاحظ أن القيمة التي يجب أن ندخلها في "Damping factor" هنا هي (α – 1).



رسم توضيحي5 . إدخال البيانات إلى مربع الحوار

[1] من بين البرامج التي تتضمن التمهيد الاسي أيضا لغة R وSTATA وSPSS وغيرها لكن هناك برامج صغيرة تلحق ب Excel وتتضمن العديد من الأدوات الإحصائية من بينها التمهيد الاسي. من هذه البرمجيات XLSTAT365- freemium الذي يحسب التمهيد الاسي البسيط والمضاعف والثلاثي، مع إظهار الخطأ ومؤشرات الخطأ، والرسم البياني، ويتطلب العمل به فتح حساب والاتصال بالإنترنت.

2. التمهيد الأسي المضاعف (تمهيد براون)

تعريف بالطريقة

استخدام Excel

تمهيد هولت

يمكن للتمهيد الأسي المضاعف أن يأخذ في الاعتبار التوجه، وذلك من خلال إدراج معلمة ثانية في النموذج. بل إن التمهيد الأسي المضاعف يسمح باحتساب تغير التوجه، بأن يتغير الميل تدريجيا أو دفعة واحدة. هناك نوعين من التمهيد المضاعف، تمهيد هولت (1957) الذي طوره فيما بعد وينترز (1960)، وتمهيد براون (1956)، وهو الذي ندرسه فيما يلي.

2-1. تعريف بالطريقة

يسمح التمهيد الأسي المضاعف (DES: Double Exponential Smoothing or LED: Lissage Exponentiel Double) بتمهيد السلسلة التي تحتوي على مكون التوجه (لكن ليس الموسمية). يستخدم DES دالة خطية للتوقع تتغير معاملاتها a و b في كل فترة:

$$\hat{y}_T(h) = a_T h + b_T \quad ....(3)$$

يتغير المعاملان مع كل قيمة للمتغيرة كما يلي:

$$a_T = \frac{\alpha}{1-\alpha}[S_T - S'_T] \quad ....(4)$$

$$b_T = 2S_T - S'_T \quad ....(5)$$

S هي التمهيد الأسي ل Y، و S' هي التمهيد الأسي ل S بنفس المعامل.

خطوات التمهيد هي إذن كالتالي:

1. إجراء تمهيد بسيط، أي حساب S، مع الابتداء بأول قيمة ل y أو متوسط 3 أو 4 قيم الأولى.
2. إعادة تمهيد السلسلة S بنفس معامل التمهيد، أي حساب S'،
3. حساب المعاملين a_T و b_T،
4. استخدام المعاملين a_T و b_T لحساب القيمة المتوقعة.

مثال: لديك عدد الوحدات التالفة المنتجة في معمل ما شهريا.

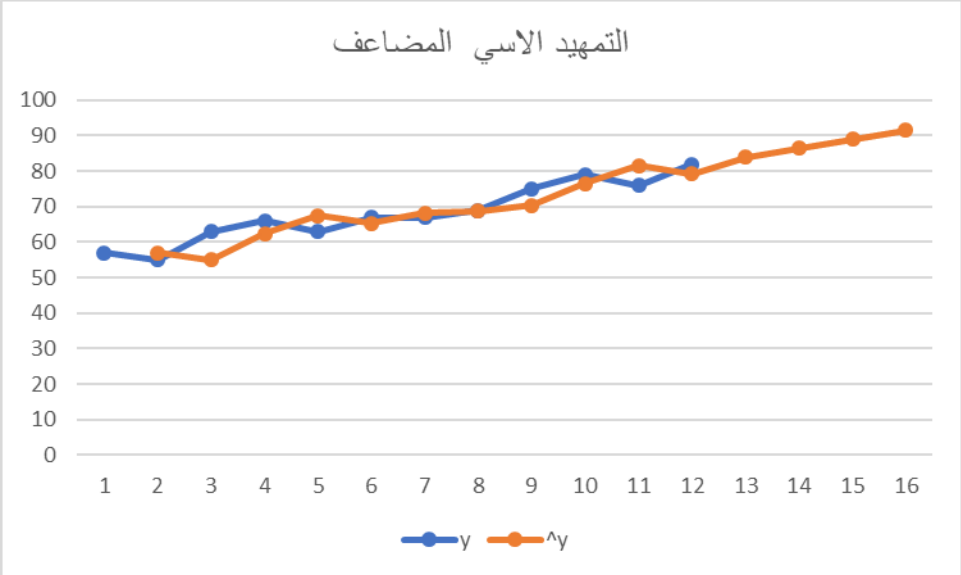
Dates	Jan	Fev	Mar	Avr	Mai	Juin	Juil	Aout	Sept	Oct	Nov	Dec
Y	57	55	63	66	63	67	67	69	75	79	76	82

- مثل البيانات للتحقق من صلاحيتها للتنبؤ بطريقة DES (وجود توجه وعدم وجود موسمية)،

- استخدم الطريقة للتنبؤ بعدد المنتجات المعيبة للأشهر الأربع المقبلة. استخدم ألفا يساوي 0.5.

T	y	S $= \alpha y_T + (1-\alpha)\hat{y}_{T-1}$	S'= $\alpha s_T + (1-\alpha)s'_{T-1}$	$a_T = \frac{\alpha}{1-\alpha}[S_T - S'_T]$	$b_T = 2S_T - S'_T$	$\hat{y}_T = a_T(h) + b_T$
1	**57**	57	57	0	57.00	**57**
2	**55**	0.5(55) + 0.5(57) = 56	0.5(56) + 0.5(57) =56.50	(0.5/(1-0.5))(56-56.5)= -0.50	2(55)-56.5= 55.50	**-0.5(1) + 55.5 = 55**
3	**63**	0.5(63+56)=59.5	0.5(59.5+56.5) =58	(0.5/(1-0.5))(59.5-58) =1.50	2(59.5)-58=61	**1.5(1) + 61 = 62.5**
4	**66**	62.75	60.38	62.75 - 60.38 =2.38	2(62.75)-60.38 =65.13	**2.38 (1) + 65.13 = 67.50**
5	**63**	62.88	61.63	62.88 - 61.63 = 1.25	64.13	**65.38**
6	**67**	64.94	63.28	1.66	66.59	**68.25**
7	**67**	65.97	64.63	1.34	67.31	**68.66**
8	**69**	67.48	66.05	1.43	68.91	**70.34**
9	**75**	71.24	68.65	2.59	73.84	**76.43**
10	**79**	75.12	71.88	3.24	78.36	**81.59**
11	**76**	75.56	73.72	1.84	77.40	**79.24**
12	**82**	78.78	76.25	**2.53**	**81.31**	**83.84**
13						**2.53(2) + 81.31 = 86.37**
14						**2.53(3) + 81.31 = 88.90**
15						**2.53(4) + 81.31 = 91.42**

يمثل المعامل a توجه السلسلة ويضاف لاحتساب التوجه، بينهما يمثل b المستوى الابتدائي.



رسم توضيحي 6. التمهيد الأسي المضاعف يحتسب التوجه في التنبؤ

2-2. التمهيد الأسي المضاعف لهولت

يقوم هذا التمهيد على تفكيك التنبؤ إلى مكونين هما المستوى والتوجه: المستوى L والتوجه T. يتم تقدير كل مكون على حدة ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة.

صيغة التمهيد هولت هي كالتالي:

$$\hat{y}_{t+h} = L_t + h * T_t$$

حيث h هو أفق التنبؤ والمكونان L و T يقدران من خلال الحاضر والماضي كل باستخدام معامل خاص:

$$L_t = \alpha(Y_t) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

حيث المعاملين ألفا وبيتا محصورين بين 0 و1، ويمكن اختيارهما على أساس تدنية قيمة مؤشر من مؤشرات الفروق، مثلا MSE.

L_t: مكون المستوى في الفترة t، ويقدر في المعادلة: من الحاضر (من خلال Y_t) بمعامل الفا، ومن الماضي (المستوى زائد التوجه السابقين) ب $(1-\alpha)$.

T_t: التوجه في الفترة t، وهو الفرق أو الانتقال في المستوى L من الفترة السابقة إلى الحالية:

$$T_t = L_t - L_{t-1}$$

ويقدر من الحاضر (فرق المستوى) ب β ومن الماضي (التوجه السابق) ب $(1-\beta)$.

الابتداء: أحد الطرق لابتداء المكونين هي : $L_1 = Y_1$ و$T_2 = (Y_2 - Y_1)$

طريقة أخرى هي استخدام دالة التوجه الخطي من خلال نصف البيانات (قاعدة عملية ليس لها أساس نظري).

2-3. التمهيد الأسي المضاعف في *Excel* باستخدام *Data Analyser*

للقيام بالتمهيد الأسي المضاعف DES والتنبؤ لفترة قادمة يمكن استخدام محلل البيانات لاستخراج الخطوتين الأوليين وهما استخراج S و'S. بعدها، وفي أعمدة مجاورة وباستخدام الدوال المناسبة نقوم باستخراج المعاملين a و b وأخيرا التمهيد y^.

الصورة التالية تبين الدوال المستخدمة.

	A	B	C	D	E	F	G
1	t	**y**	**S**	**S'**	**a**	**b**	**LED**
2	1	**57**	=B2	=C2	=(0,5/(1-0,5))*(C2-D2)	=2*C2-D2	=E2+F2
3	2	**55**	=0,5*B3+0,5*C2	=0,5*C3+0,5*D2	=(0,5/(1-0,5))*(C3-D3)	=2*C3-D3	=E3+F3
4	3	**63**	=0,5*B4+0,5*C3	=0,5*C4+0,5*D3	=(0,5/(1-0,5))*(C4-D4)	=2*C4-D4	=E4+F4
5	4	**66**	=0,5*B5+0,5*C4	=0,5*C5+0,5*D4	=(0,5/(1-0,5))*(C5-D5)	=2*C5-D5	=E5+F5
6	5	**63**	=0,5*B6+0,5*C5	=0,5*C6+0,5*D5	=(0,5/(1-0,5))*(C6-D6)	=2*C6-D6	=E6+F6
7	6	**67**	=0,5*B7+0,5*C6	=0,5*C7+0,5*D6	=(0,5/(1-0,5))*(C7-D7)	=2*C7-D7	=E7+F7
8	7	**67**	=0,5*B8+0,5*C7	=0,5*C8+0,5*D7	=(0,5/(1-0,5))*(C8-D8)	=2*C8-D8	=E8+F8
9	8	**69**	=0,5*B9+0,5*C8	=0,5*C9+0,5*D8	=(0,5/(1-0,5))*(C9-D9)	=2*C9-D9	=E9+F9
10	9	**75**	=0,5*B10+0,5*C9	=0,5*C10+0,5*D9	=(0,5/(1-0,5))*(C10-D10)	=2*C10-D10	=E10+F10
11	10	**79**	=0,5*B11+0,5*C10	=0,5*C11+0,5*D10	=(0,5/(1-0,5))*(C11-D11)	=2*C11-D11	=E11+F11
12	11	**76**	=0,5*B12+0,5*C11	=0,5*C12+0,5*D11	=(0,5/(1-0,5))*(C12-D12)	=2*C12-D12	=E12+F12
13	12	**82**	=0,5*B13+0,5*C12	=0,5*C13+0,5*D12	=(0,5/(1-0,5))*(C13-D13)	=2*C13-D13	=E13+F13
14	13						=G13+E$13
15	14						=G14+E$13
16	15						=G15+E$13
17	16						=G16+E$13

صورة 1. الدوال المستخدمة في Excel لاستخراج التمهيد الاسي المضاعف والتنبؤ.

تمهيد هولت مثل سابقه يأخذ التوجه في الحسبان لكن بمرونة أكبر من خلال إضافة معامل بيتا.

تمهيد هولت – وينتر الموسمي الجمعي، يستخدم ثلاثة معالم، يأخذ في الحسبان التوجه المتغير مع الوقت والموسمية المستقرة (نموذج جمعي).

تمهيد هولت – وينتر الموسمي الجدائي، يستخدم ثلاثة معالم، يأخذ في الحسبان التوجه المتغير مع الوقت والموسمية غير المستقرة (نموذج جدائي).

2-4 التمهيد الأسي البسيط والمضاعف في *R*

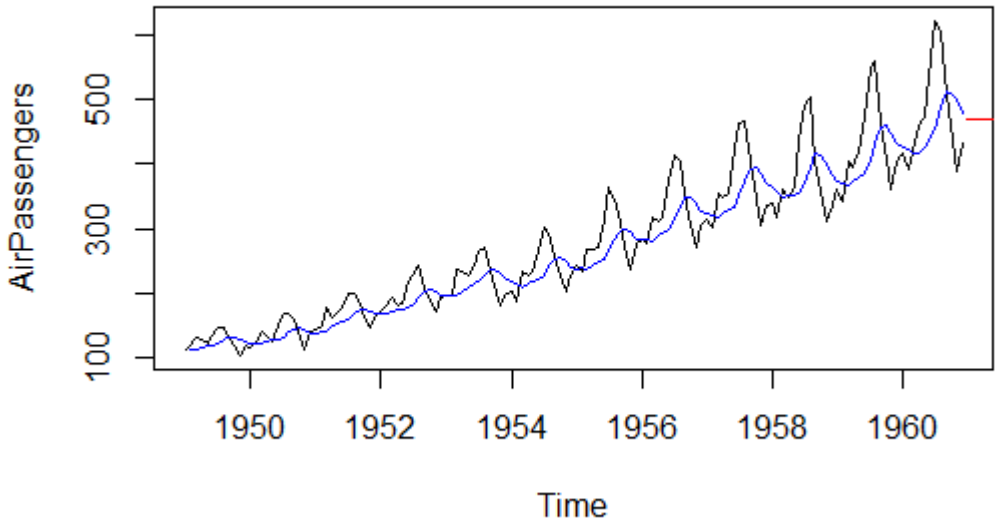
تستخدم الدالة HoltWinters() لإجراء تمهيد HW ثلاثي المعالم، هذه المعالم تمكن من إجراء تمهيد اسي بسيط أو مضاعف أو ثلاثي، وهي مدخلات الدالة، وتسمى : alpha، beta، gamma. للحصول على

تمهيد اسي مضاعف نعيين gamma = false، وللحصول على تمهيد اسي بسيط نقوم بتعيين: beta = false, gamma = false.

مثال:

- فيما يلي نقوم بحساب تمهيد أسي بسيط باستخدام الدالة HoltWinters() بمعامل alpha = 0.2. نخزن التمهيد في متغيرة نسميها SESAirP
- ثم نطلب إظهار هذه المتغيرة،
- ثم نقوم بالتنبؤ لسنة أي 12 شهر مقبل.
- ثم نقوم بالتمثيل البياني للتنبؤ (بلون أحمر) والتمهيد (لون أزرق) مع السلسلة.

```
> SESAirP<-HoltWinters(AirPassengers,alpha=0.2,beta=FALSE,gamma=FALSE)
> SESAirP
Holt-Winters exponential smoothing without trend and without seasonal compo
nent.

Call:
HoltWinters(x = AirPassengers, alpha = 0.2, beta = FALSE, gamma = FALSE)

Smoothing parameters:
 alpha: 0.2
 beta : FALSE
 gamma: FALSE

Coefficients:
      [,1]
a 469.6301
> predAP<-predict(SESAirP,n.ahead=12)
> predAP
         Jan      Feb      Mar      Apr      May      Jun      Jul
1961 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301
         Aug      Sep      Oct      Nov      Dec
1961 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301 469.6301
> plot.ts(AirPassengers)
> lines(SESAirP$fitted[,1],col="blue")
> lines(predAP[,1],col="red")
```



3. سلسلة تمارين – التمهيد الأسي البسيط والمضاعف

تمرين 1. أسئلة نظرية

1. ما هو الهدف من التمهيد الاسي؟
2. أكتب المعادلة التي تعطي $\hat{y}_t(1)$ في SES بدلالة القيمة الحالية.
3. أكتب المعادلة التي تعطي $\hat{y}_t(1)$ في SES بدلالة الخطأ.

3. كيف تصبح المعادلتين أعلاه في حالة ثابت التمهيد يساوي 0.5؟ 0؟ 1؟ وماذا يعني كل من ذلك؟ صحيح أم خطأ، ولماذا؟

- إعطاء قيمة متدنية ل ألفا في SES يجعل السلسلة الممهدة غير مرنة.
- التنبؤ بطريقة SES لا يأخذ في الاعتبار الموسمية والتوجه.
- التنبؤ بطريقة SES يصلح للمدى القصير.
- التمهيد الاسي البسيط يختلف عن المتوسطات المتحركة البسيطة في أنه يعطي أوزنا متناقصة أسيا كلما عدنا إلى الوراء.

4. أكتب معادلة التنبؤ بطريقة التمهيد الأسي المضاعف، وصيغة حساب المعاملين.

5. ماذا يمثل كل من المعاملين في DES؟

6. ماهي خطوات DES؟

تمرين 2. التمهيد الأسي البسيط

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية لمؤسسة ما.

- قدر المبيعات لثلاث أشهر تالية باستخدام SES بمعامل 0.4 مع البدء بمتوسط كل السلسلة.
- قم بالتمهيد SES بمعامل 0.8 وقارن مع التمهيد السابق من خلال مؤشرات الدقة MSE وMAE.
- قارن بين التمهيدين من خلال الرسم البياني.
- إستخدم محلل البيانات Data Analyser للقيام بالتمهيد. استخدم sumsq لحساب MSE.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y	33	42	41	33	46	60	52	56	36	50	44	36	48	36	56	35	57	60	49	58

تمرين 3. التمهيد الأسي البسيط والموسمية والتوجه

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية لمؤسسة ما.

- قم بتمهيد السلسلة بمعامل 0.4 وقدر المبيعات الثلاثية للسنة المقبلة.
- قم بالتمثيل البياني للسلسلة الأصلية والممهدة مع القيم المتوقعة وعلق على النتائج. هل يأخذ SES في الاعتبار الموسمية؟ هل يأخذ في الاعتبار التوجه؟
- أحسب مؤشرات الدقة MSE وMAE عند استخدام ألفا 0.4 و0.8.
- إستخدم محلل البيانات Data Analyser للقيام بالتمهيد بمعاملات مختلفة ثم اختر أحسن معامل الذي يخفض قيمة MSE. استخدم sumsq لحساب MSE.

Trim	déc-1999	mars-2000	juin-2000	sept-00	déc-00	mars-2001	juin-01	sept-01	déc-01	mars-2002	juin-02	sept-02
y	50	48	40	34	45	42	38	30	40	38	36	30

تمرين 4. التمهيد الأسي المضاعف DES

إنطلاقا من بيانات التمرين السابق، قم بما يلي:

- قم بتمهيد DES للسلسلة بمعامل ألفا 0.4 مع تقدير المبيعات للثلاثيات الثلاث المقبلة.
- قم بتمثيل كل من S و y^ مع البيانات الأصلية في ذات الرسم وعلق على التمهيد ودقة التنبؤ.

تمرين 5. إستخدام Data Analyser

إنطلاقا من بيانات التمرين السابق، قم بما يلي:

- إستخدم محلل البيانات Data Analyser للقيام بالتمهيد الأسي البسيط والمضاعف بمعامل 0.4 والتنبؤ بمبيعات الثلاثيات الثلاث المقبلة.
- بنفس الطريقة جرب معامل آلفا 0.8 و 0.2 ، ومثل بيانيا السلسلة Y ومعها السلسلتين المحولتين.
- أحسب الخطأ في كل من الحالتين وقارن بين قيمه في الحالتين. فسر الاختلاف بين الحالتين.

تمرين 6. SES وDES في XLSTAT365

لديك البيانات التالية التي تمثل المبيعات الأسبوعية من منتج منزلي (Thermostat). استخدم Excel وXLSTAT365 للقيام بما يلي (قم بتحميل XLSTAT365Freemium ليصبح مضافا ل Excel):

- استخدم التمهيدين الأسي البسيط والمضاعف بألفا 0.2 لتمهيد السلسلة والتنبؤ لستة أشهر.
- مثل بيانيا السلسلة الاصلية ثم التمهيدين الأسيين البسيط والمضاعف وعلق على الفرق بينهما.
- أحسب الخطأ في الحالتين (التمهيد الأسي البسيط والمضاعف) وعلق عليه.
- أحسب مؤشرات الدقة MSE, MAE , MAPE.

206	189	172	255
245	244	210	303
185	209	205	282
169	207	244	291
162	211	218	280
177	210	182	255
207	173	206	312
216	194	211	296
193	234	273	307
230	156	248	281
212	206	262	308
192	188	258	280
162	162	233	345

تمرين7. المقارنة بين SES وDES – بيانات البطالة في فرنسا.

أدخل إلى الرابط الجامعي التالي الذي يعطي البيانات الشهرية للبطالة في فرنسا بالمليون وقم بتعبئة البيانات في Excel ثم قم بتمهيد السلسلة باستخدام الطريقتين SES وDES

http://w3.mi.parisdescartes.fr/~vperduca/data/StatChomageFrance.data

قم بتقدير حجم البطالة للأشهر الأربع المقبلة بالطريقتين.

4. الحلول

تمرين 1. أسئلة نظرية

1. المعادلة التي تعطي $\hat{y}_t(1)$ بدلالة القيمة الحالية.

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}}(\mathbf{1}) = \boldsymbol{\alpha y_T} + (\mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha})\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T-1}}(\mathbf{1}), \quad \boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$$

2. المعادلة التي تعطي $\hat{y}_t(1)$ بدلالة الخطأ.

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}}(\mathbf{1}) = \boldsymbol{\alpha e_T} + \widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T-1}}(\mathbf{1})$$

3. كيف تصبح المعادلة الأولى في حالة ثابت التمهيد يساوي 0.5؟

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}} = \mathbf{0.5}\boldsymbol{y_T} + \mathbf{0.5}\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T-1}} = \frac{\boldsymbol{y_T} + \widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T-1}}}{\mathbf{2}}$$

ويعني ذلك أن التقدير في هذه الحالة هو متوسط الحاضر والماضي، أي أنه يأخذ كلا في الاعتبار بنفس القدر من الأهمية.

- في حالة ثابت التمهيد يساوي 0؟

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}}(\mathbf{1}) = \widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T-1}}(\mathbf{1})$$

ويعني ذلك أن التقدير في هذه الحالة يتوقف عند أول قيمة بدون أي احتساب للحاضر.

- في حالة ثابت التمهيد يساوي 1؟

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}}(\mathbf{1}) = \boldsymbol{y_T}$$

ويعني ذلك أن التقدير يكون على أساس القيمة الحالية دون أي احتساب لتاريخ السلسلة.

4. صحيح أم خطأ، ولماذا؟

- إعطاء قيمة متدنية ل ألفا يجعل السلسلة الممهدة غير مرنة. صحيح، لأن الفا يمثل الأهمية المعطاة للحاضر.
- التنبؤ بطريقة التمهيد الأسي البسيط لا يأخذ في الاعتبار الموسمية والتوجه. صحيح، فهو يثبت عند قيمة واحدة.
- التنبؤ بطريقة التمهيد الأسي البسيط يصلح للمدى القصير. صحيح، بسبب عدم احتساب التوجه والمسمية.

5. المعادلة المستخدمة لحساب القيمة المتوقعة بطريقة التمهيد الأسي المضاعف، وصيغة حساب المعاملين.

$$\widehat{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{h}) = \boldsymbol{a_T h} + \boldsymbol{b_T}$$

$$\boldsymbol{a_T} = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha}}[\boldsymbol{S_T} - \boldsymbol{S'_T}]$$

$$\boldsymbol{b_T} = \mathbf{2}\boldsymbol{S_T} - \boldsymbol{S'_T}$$

6. ماذا يمثل كل من المعاملين في DES؟

يمثل المعامل a توجه السلسلة وتسمح إضافته باحتساب التوجه في التنبؤ، بينهما يمثل b المستوى.

7. ماهي خطوات DES؟

- إجراء تمهيد بسيط، أي حساب S،
- إعادة تمهيد السلسلة S بنفس معامل التمهيد، أي حساب S'،
- حساب المعاملين a_T وb_T،
- استخدام المعاملين a_T وb_T لحساب القيمة المتوقعة.

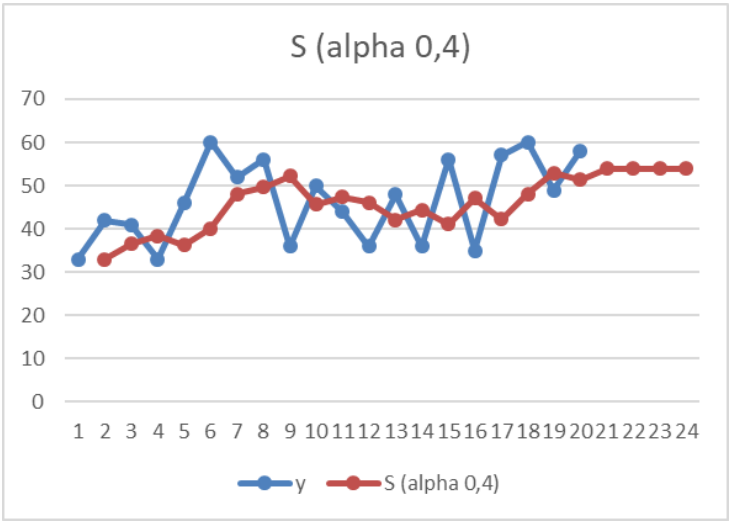
تمرين 2. التمهيد الأسي البسيط. سلسلة بدون توجه أو موسمية.

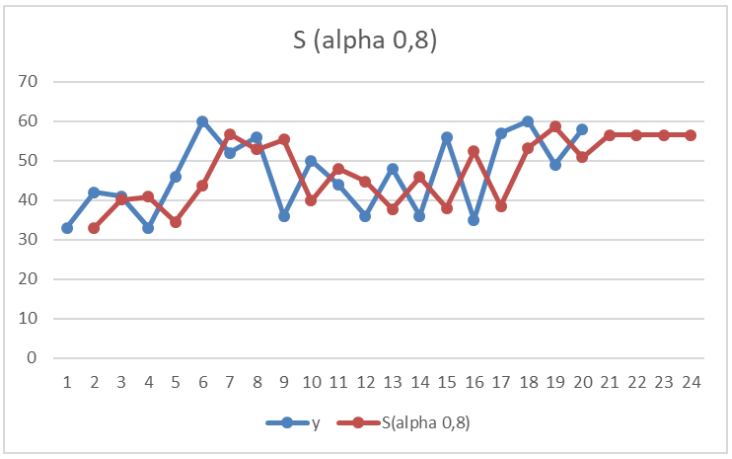
- تقدير المبيعات لثلاث أشهر تالية باستخدام SES بمعامل 0.4 مع البدء بمتوسط كل السلسلة.
- التمهيد SES بمعامل 0.8 والمقارنة مع التمهيد السابق من خلال مؤشرات الدقة MSE وMAE.

t	y	S (alpha 0,4)	|E | (alpha 0,4)	S(alpha 0,8)	|E |(alpha 0,8)
1	33	(33+42+41+…+58)/20 = 46,4	|42 – 46,4| = 4,40	46,4	4,40
2	42	42(0,4) + 46,4(0,6) = 44,64	|41 – 44,64| = 3,64	0,8(42)+0,2(46,4) = 42,88	1,88
3	41	0,4(41) + 0,6(44,64) = 43,18	|33 – 43,18| = 10,18	41,38	8,38
4	33	39,11	6,89	34,68	11,32
5	46	41,87	18,13	43,74	16,26
6	60	49,12	2,88	56,75	4,75
7	52	50,27	5,73	52,95	3,05
8	56	52,56	16,56	55,39	19,39
9	36	45,94	4,06	39,88	10,12
10	50	47,56	3,56	47,98	3,98
11	44	46,14	10,14	44,80	8,80
12	36	42,08	5,92	37,76	10,24
13	48	44,45	8,45	45,95	9,95
14	36	41,07	14,93	37,99	18,01
15	56	47,04	12,04	52,40	17,40
16	35	42,23	14,77	38,48	18,52
17	57	48,14	11,86	53,30	6,70
18	60	52,88	3,88	58,66	9,66
19	49	51,33	6,67	50,93	7,07
20	58	54,00		56,59	
21		54,00		56,59	
22		54,00		56,59	
23		54,00		56,59	
		MAE	**8,67**	**MAE**	**9,99**
		SME	**97,53**	**SME**	**129,02**

- المقارنة بين التمهيدين من خلال الرسم البياني.

التمهيد ب ألفا 0.4 أعطى خطأ أقل، وهذا يظهر في كلا المؤشرين. الرسمين يظهران أن المرونة الشديدة عند alpha 0.8 أعطت خطأ أكبر. لاحظ أن القيمة الأولى ل y، أي 33، لا يظهر لها تمهيد مقابل، فأول تقدير هو للمفردة الثانية في السلسلة بناء على المفردة الأولى. لإنجاز الرسم كما هو مبين اضفنا سطرا إلى الأعمدة S، وهذا لكي تأتي التقديرات مقابلة للقيم الحقيقية ولكي يظهر الخطأ في شكل المسافة عموديا بين النقطة على الخط الأزرق والنقطة على الخط الأحمر.



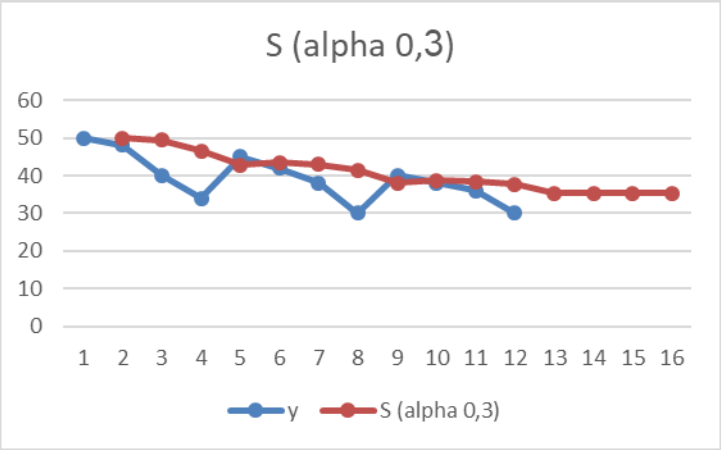


تمرين 3. التمهيد SES لا يحتسب الموسمية والتوجه

تمهيد السلسلة بمعامل 0.3 وتقدير المبيعات الثلاثية للسنة المقبلة، ثم التمهيد بمعامل 0.8.

date	y	S (alpha 0,3)	S (alpha 0,8)
déc-99	50	50	50
mars-00	48	0,3(48) + 0,7(50) = 49,40	0,8(48) + 0,2(50) = 48,40
juin-00	40	0,3(40) + 0,7(49,4) = 46,58	0,8(40) + 0,2(48,40) = 41,68
sept-00	34	0,3(34) + 0,7(46,58) = 42,81	35,54
déc-00	45	43,46	43,11
mars-01	42	43,02	42,22
juin-01	38	41,52	38,84
sept-01	30	38,06	31,77
déc-01	40	38,64	38,35
mars-02	38	38,45	38,07
juin-02	36	37,72	36,41
sept-02	30	35,40	31,28
		35,40	
		35,40	
		35,40	

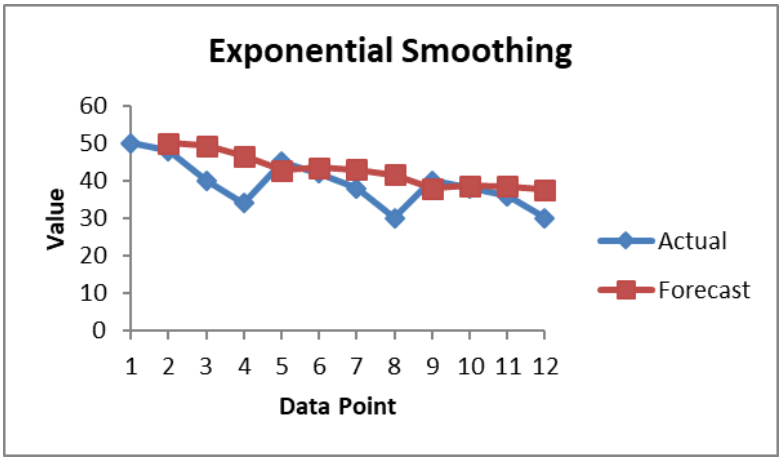
التمثيل البياني.



استخدام محلل البيانات للتمهيد الأسي البسيط: نعطي القيمة Damping factor وهي 0,7 أي (1 – α)

#N/A
50
49,4
46,58
42,806
43,4642
43,02494
41,51746
38,06222
38,64355
38,45049
37,71534

التمثيل البياني الذي يعطيه data analysis

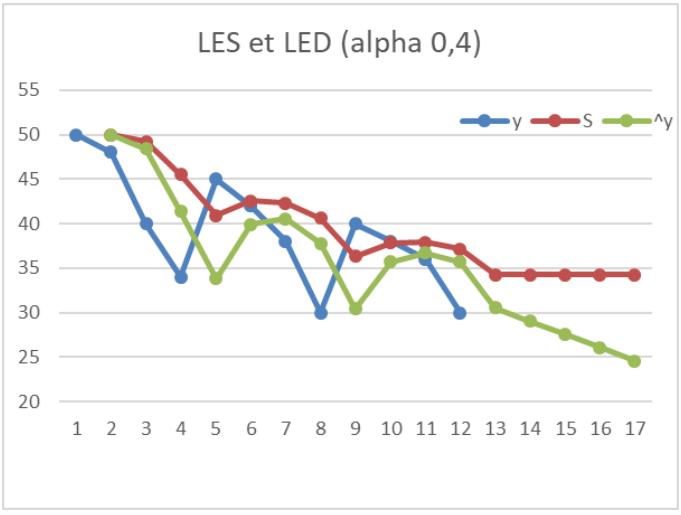


تمرين 4. التمهيد DES

تمهيد مضاعف بألفا 0.4، مع ابتداء بالقيمة الأولى في السلسلة:

		$\alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}$	$\alpha S_t + (1-\alpha)S'_{t-1}$	$(\alpha/(1-\alpha)) * (S - S')$	$2S - S'$	$a_t*h + b_t$
t	y	S	S'	a	b	^y
1	**50**	**50**	50	(0.4/0.6)(50 – 50) = 0	2(50) – 50 = 50	0(1) + 50 = 50
2	48	0.4(48) + 0.6(50) = 49,20	0.4(49.2) + 0.6(50) = 49,68	(0.4/0.6)(49.2 – 49.68) = - 0,03	2(49.2) – 49.68 = 48,72	-0.03(1) + 48.72 = 48,69
3	40	45,52	48,02	- 0,17	43,02	42,86
4	34	40,91	45,17	- 0,28	36,65	36,37
5	45	42,55	44,12	- 0,11	40,97	40,87
6	42	42,33	43,41	- 0,07	41,25	41,18
7	38	40,60	42,28	- 0,11	38,91	38,80
8	30	36,36	39,91	- 0,24	32,80	32,57
9	40	37,81	39,07	- 0,08	36,56	36,47
10	38	37,89	38,60	- 0,05	37,18	37,13
11	36	37,13	38,01	- 0,06	36,25	36,19
12	30	34,28	36,52	**- 0,15**	**32,04**	31,89
13		34,28				-0.15(2) + 32.04 = 31,74
14		34,28				-0.15(3) + 32.04 = 31,59
15		34,28				-0.15(4) + 32.04 = 31,44
16		34,28				-0.15(5) + 32.04 = 31,29
17		34,28				31,14

المقارنة بين SES و DES من خلال الرسم البياني. لاحظ أن التمهيد الاسي المضاعف يأخذ في الاعتبار التوجه عند استخدامه للتنبؤ بقيم مستقبلية، ويظهر ذلك في أن القيم المتوقعة ليست على خط أفقي وإنما خط مائل، وهذا على عكس SES الذي تأتي توقعاته أفقية.



تمرين 5. استخدام data analysis

لا يحسب محلل البيانات DES مباشرة، لكن نستخدمه لحساب S و S' (العمودين "#N/A")، ثم نحسب بهما a وb و ^y.

alpha 0,4

date	y	#N/A	#N/A	a	b	^y
déc-99	50	50	50	-	50,00	50,00
mars-00	48	49,2	49,68	- 0,32	48,72	48,40
juin-00	40	45,52	48,016	- 1,66	43,02	41,36
sept-00	34	40,912	45,1744	- 2,84	36,65	33,81
déc-00	45	42,5472	44,12352	- 1,05	40,97	39,92
mars-01	42	42,32832	43,40544	- 0,72	41,25	40,53
juin-01	38	40,59699	42,28206	- 1,12	38,91	37,79
sept-01	30	36,3582	39,91251	- 2,37	32,80	30,43
déc-01	40	37,81492	39,07348	- 0,84	36,56	35,72
mars-02	38	37,88895	38,59967	- 0,47	37,18	36,70
juin-02	36	37,13337				
sept-02	30					

تمرين 6. التمهيد الاسي البسيط والمضاعف في Excel و XLSTAT

في Excel نقوم بالحسابات باستخدام الدوال كما تبين الصورة الجزئية التالية.

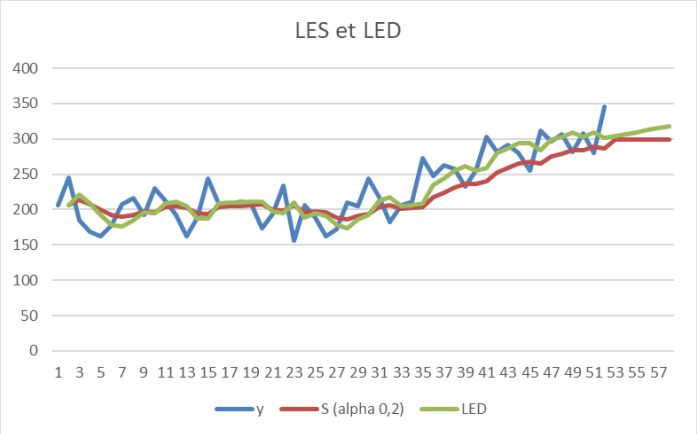
	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR
1	t	y	S (alpha 0,2)	S'	a	b	LED
2	1	206	=206	=AN2	=(0,2/0,8)*(AN2-AO2)	=2*AN2-AO2	=AP2+AQ2
3	2	245	=0,2*AM3+0,8*AN2	=0,2*AN3+0,8*AO2	=(0,2/0,8)*(AN3-AO3)	=2*AN3-AO3	=AP3+AQ3
4	3	185	=0,2*AM4+0,8*AN3	=0,2*AN4+0,8*AO3	=(0,2/0,8)*(AN4-AO4)	=2*AN4-AO4	=AP4+AQ4
5	4	169	=0,2*AM5+0,8*AN4	=0,2*AN5+0,8*AO4	=(0,2/0,8)*(AN5-AO5)	=2*AN5-AO5	=AP5+AQ5
6	5	162	=0,2*AM6+0,8*AN5	=0,2*AN6+0,8*AO5	=(0,2/0,8)*(AN6-AO6)	=2*AN6-AO6	=AP6+AQ6
7	6	177	=0,2*AM7+0,8*AN6	=0,2*AN7+0,8*AO6	=(0,2/0,8)*(AN7-AO7)	=2*AN7-AO7	=AP7+AQ7
8	7	207	=0,2*AM8+0,8*AN7	=0,2*AN8+0,8*AO7	=(0,2/0,8)*(AN8-AO8)	=2*AN8-AO8	=AP8+AQ8
9	8	216	=0,2*AM9+0,8*AN8	=0,2*AN9+0,8*AO8	=(0,2/0,8)*(AN9-AO9)	=2*AN9-AO9	=AP9+AQ9

يكفي كتابة الدوال للسطر الأول والثاني ثم نسخ معادلات الصف الثاني للأسفل. قيم ألفا و (1 – α) تكتب كما هي: 0.2 و0.8، لأنها لا تتغير، أما القيم الأخرى التي تتغير من سطر لسطر فنستخدم رمز الخلية بدل كتابة القيمة.

نتائج الدوال تأتي كما يظهؤ الجزء العلوي من الجدول:

t	y	S (alpha 0,2)	S'	a	b	LED
1	206	206	206	0	206	206
2	245	213,8	207,56	1,56	220,04	221,6
3	185	208,04	207,656	0,096	208,424	208,52
4	169	200,232	206,1712	-1,4848	194,2928	192,81
5	162	192,5856	203,45408	-2,71712	181,7171	179
6	177	189,46848	200,65696	-2,79712	178,28	175,48
7	207	192,974784	199,12052	-1,5364352	186,829	185,29
8	216	197,5798272	198,81239	-0,3081395	196,3473	196,04
9	193	196,6638618	198,38268	-0,4297047	194,945	194,52

التمثيل البياني يظهر أن التمهيد الاسي المضاعف LED تميز بمتابعة أفضل للسلسلة عندما بدأ التوجه الصاعد.



باستخدام XLSTAT365 يمكن أن نستخرج التمهيد الأسي البسيط وتأتي النتائج كما يلي:

Goodness of fit statistics (Var1):

Statistic	Value
Observations	52
DF	51
SSE	44872
MSE	880
RMSE	30
MAPE	11
MPE	2
MAE	24
R^2	1

Model parameters (Var1):

Statistic	Parameter
alpha	0,200
S1	206,000

Series before and after smoothing (Var1):

Time		Var1	Exponential(Var1)	Residuals
	janv - 00	206,000	###########	#########
	janv - 00	245,000	206,000	39,000
	janv - 00	185,000	213,800	-28,800
	janv - 00	169,000	208,040	-39,040

يظهر الجدول في الأسفل التمهيد (Exponential (Var1)) والمتبقي (Residuals)، وفي الأعلى مجموعة من المؤشرات المهمة حول مطابقة التمهيد للسلسلة (Goodness of fit statistics) منها مؤشرات التقدير. البرنامج اختار قيمة الفا 0.2 والابتداء ب S1 لكن يمكن تغيير ذلك.

يمكن أيضا في XLSTAT365 استخراج التمهيد الاسي المضاعف من قائمة Time series analysis .

XLSTAT365-Freemium
Time series analysis
General: Data ……..
Options:
Model: Exponential/ Method: Double …

المراجع

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Bourbonnais, R. (2001). *Prévision des ventes, Polycopié du produit multimédia.* Paris: Université de Paris-Dauphine.

Droesbeck, J. J. (1997). *Eléments de statistique.* Belgique: Ellips.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Peter, W. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management Science, 6*(3), 324-342.

فصل 6. تمهيد هولت – وينتر

1. تمهيد هولت – وينتر للنموذج الجدائي 142

1-2. تعريف بالطريقة 142

2-2. خطوات الحساب 143

2. تمهيد هولت – وينتر للنموذج الجمعي 148

1-2. تعريف بالطريقة 148

2-2. خطوات الحساب 148

3. التنبؤ ثلاثي العوامل في Excel 151

3-1. باستخدام الدوال 151

3-2. ورقة التنبؤ Forecast Sheet 154

3-3. استخدام محلل البيانات للنموذج الجمعي 156

4. حوصلة 162

5. سلسلة تمارين- تمهيد هولت-وينتر 163

6. الحلول 167

فصل 6. تمهيد هولت - وينتر

تمهيد HW للنموذج الجدائي – تمهيد HW للنموذج الجمعي – في Excel – تمارين

توطئة. رأينا في الفصل السابق أن نموذج براون (1923–2013) ونموذج هولت(Holt, 1957) للتمهيد الأسي المضاعف يحتسبان التوجه لكنهما لا يحتسبان الموسمية. لذلك قام تلميذ هولت، بيتر وينتر (Winters, 1960) بتحسين نموذج أستاذه بإدراج الموسمية من خلال معامل ثالث، فيما سمي بعد ذلك بتمهيد هولت – وينتر ثلاثي المعالم (يسمى أيضا أحيانا تمهيد وينتر أو يسمى التمهيد الثلاثي، ويسمى أحيانا التمهيد المضاعف!). في 2003 قام جامس تايلر (Taylor, 2003) بإدراج حالة تعدد الموسميات في دراسة على الطلب على الكهرباء في المدى القصير.

يحتسب نموذج هولت – وينتر يسمح بمعالجة الموسمية والتوجه معا، ويأخذ في الاعتبار تغير التوجه أو انعدامه أو تغير الموسمية. تختلف طريقة الحساب بحسب كون النموذج جمعي (موسمية مستقرة) أم جدائي، أي الحالة التي تكون فيها الموسمية متزايدة أو متناقصة مع الزمن.

الهدف في هذا الفصل هو فهم متى نستخدم تمهيد هولت ونترز، وفهم مدلول معالم الطريقة، والتحكم في حسابات التمهيد والتنبؤ يدويا وباستخدام Excel.

1. تمهيد هولت – وينتر للنموذج الجدائي

تعريف بالطريقة

خطوات التمهيد والتنبؤ

1-2. تعريف بالطريقة

يسمح التمهيد هولت–وينتر باحتساب التوجه والموسمية، ويمتاز النموذج الجدائي لتمهيد هولت–وينتر بأنه يستوعب تغير المكونات وارتباطها ببعضها. مقارنة بالتمهيدين الأسيين البسيط والمضاعف، يمتاز تمهيد هولت–وينتر بعمومية أكبر.

الجدول التالي يبين متى يستخدم كل من النماذج الثلاث: البسيط، المضاعف والثلاثي:

يقوم تمهيد HW على تفكيك التنبؤ إلى مكونات السلسلة، وتقدير كل مكون على حدة ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة. صيغة التمهيد هولت–وينتر للنموذج الجدائي هي كالتالي:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) \times S_{t+h-p} \quad \ldots.(1)$$

حيث:

$$L_t = \alpha(Y_t/S_{t-p}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad \ldots(2)$$
$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad \ldots(3)$$
$$S_t = \gamma(Y_t/L_t) + (1-\gamma)S_{t-p} \quad \ldots(4)$$

L_t: المستوى في t، يقدر من الحاضر بإزاحة الموسمية عن Y_t، ومن الماضي بجمع المستوى والتوجه السابقين.

T_t: التوجه في t، يقدر من الحاضر بفرق المستوى الحالي عن السابق، و من الماضي بالتوجه السابق.

S_t: الموسمية في t، تقدر من الحاضر بإزاحة المستوى عن Y_t ومن الماضي بمعامل الموسمية الموافق في النافذة السابقة.

P: نافذة الموسمية

h: أفق التنبؤ

α: تحدد تمهيد المستوى؛ وهي قيمة أكبر من 0 وأقل من 1، القيم الأقرب ل 1 تعطي وزنا أكبر للقيم الحديثة ل Y مما يجعل التمهيد أكثر مرونة وأقل استقرارا؛ والقيم الصغيرة تعطي وزنا أكبر للقيم القديمة مما يجعل التمهيد أقل مرونة.

β: تحدد تمهيد مكون التوجه، قيمتها بين 0 و1، القيم الأعلى تعطي وزنا أكبر للقيم الحديثة ل T_t.

γ: تحدد تمهيد مكون الموسمية، قيمتها بين 0 و1، القيم الأعلى تعطي وزنا أكبر للقيم الحديثة ل S_t.

2-2. خطوات الحساب

1 – **تحديد النموذج:** التمثيل البياني يساعد في تحديد التمهيد المناسب وتحديد نافذة الموسمية p (التحقق من وجود موسمية واضحة وواحدة) وتحديد معاملات التمهيد الثلاث.

2– **الإبتداء:** لمعاملات الموسمية Sj والمستوى والتوجه:

$S_j = Y_j/m(Y_j)$, j = 1, …, p.

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1$

$T_{p+1} = L_{p+1} - L_p = L_{p+1} - Y_p/S_p$

3- **التمهيد والتنبؤ:** حساب S_{p+1} باستخدام المعادلة (4)، ثم اكمال التمهيد والتنبؤ باستخدام المعادلات من 1 إلى 4. التنبؤ حسب الدالة (1) يكون باستخدام آخر قيمة ل L_t و T_t ومعاملات الموسمية للنافذة السابقة.

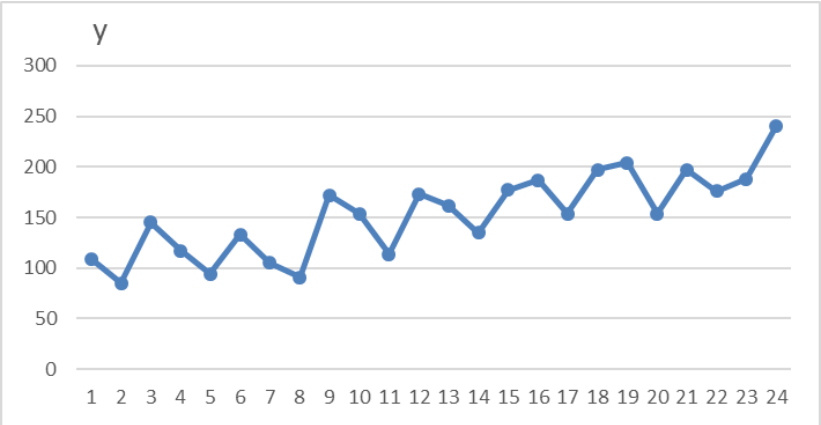
4- **تقييم وتحسين النموذج:** بعد التمهيد نحتاج إلى تفحص جودة التمهيد والتنبؤ وربما العمل على تحسينهما. تقييم جودة التمهيد تكون من خلال الرسم البياني (للسلسلة مع التمهيد والتنبؤ) والرسم البياني لمكون الخطأ (والذي نريده أن يكون عشوائيا أي خاليا من الأنماط) أو أيضا من خلال حساب مؤشرات الدقة MSE، MAE، MAPE ... (في Excel يمكن القيام بذلك باستخدام البرنامج الملحق SOLVER).

مثال: لديك الطلب الشهري على منتج مؤسسة ما خلال سنتي 2001 و2002.

- قم بالتمثيل البياني للسلسلة للتحقق من المكونات.
- هل يصلح تمهيد LES ؟ LED ؟ HW ؟
- إستخدم تمهيد HW بالمعاملات 0.07، 0.27، 0.47 على التوالي لتمهيد السلسلة والتنبؤ للأشهر المقبلة.

2001	janv-01	févr-01	mars-01	avr-01	mai-01	juin-01	juil-01	août-01	sept-01	oct-01	nov-01	déc-01
y	109	85	145	117	94	133	105	91	172	154	114	173
2002	janv-02	févr-02	mars-02	avr-02	mai-02	juin-02	juil-02	août-02	sept-02	oct-02	nov-02	déc-02
y	162	135	177	187	154	197	204	154	197	176	188	241

1- الخطوة الأولى: التمثيل البياني لاستكشاف المكونات وتحديد التمهيد المناسب ونافذة الموسمية.



رسم توضيحي 1. التمثيل البياني للسلسلة من أجل تحديد التمهيد المناسب– هنا وجود موسمية يقتضي استخدام تمهيد HW

تتضمن السلسلة توجها وموسمية، لذلك لا يصلح التمهيد الاسي البسيط ولا المضاعف، نستخدم إذن تمهيد HW. رغم أن الموسمية هنا مستقرة لا بأس أن نستخدم الطريقة الجدائية. نافذة الموسمية هنا: p = 3

2- إبتداء Sj في النافذة الأولى:

$M(y_j) = (109+85+145)/3 = 113;$

$S_1 = Y_1/M(Y_j) = 109/113 = 0.96;$

$S_2 = Y_2/M(Y_j)\ 85/113 = 0.75;$

$S_3 = 145/113 = 1.28$

3- إبتداء L و T في النافذة الثانية:

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1 \Rightarrow L_4 = Y_4/S_1 = 117/0.96 = 121;$

$T_{p+1} = L_{p+1} - L_p \Rightarrow T_4 = 121 - 145/1.28 = 8.29$

4- التمهيد:

$$S_4 = \gamma\left(\frac{Y_4}{L_4}\right) + (1-\gamma)S_{4-3} = 0.47(117/121) + (1-0.47)0.96 = 0.96$$

$$\hat{y}_4(1) = (L_4 + 1 \times T_4) \times S_{4+1-3} = (121 + 8.29) \times 0.75 = 97$$

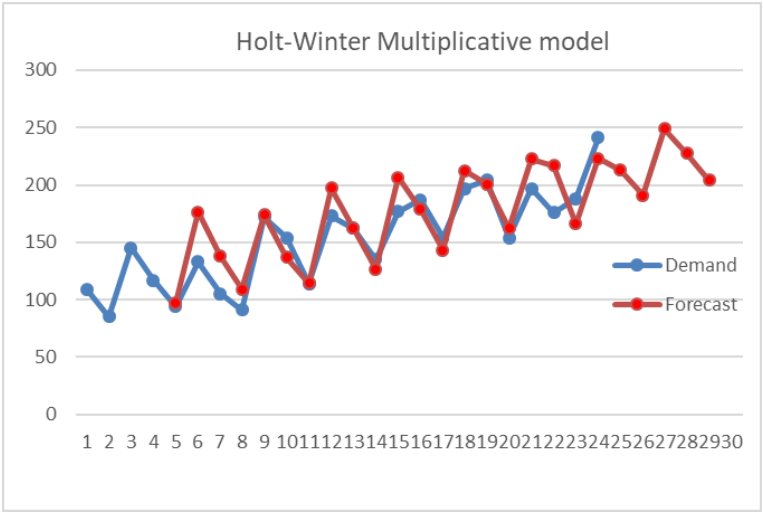
$$L_5 = \alpha\left(\frac{Y_5}{S_{5-3}}\right) + (1-\alpha)(L_4 + T_4) = 0.07\left(\frac{94}{0.75}\right) + 0.93(121 + 8.29) = 129$$

$$T_5 = \beta(L_5 - L_{5-1}) + (1-\beta)T_{5-1} = 0.27(129 - 121) + 0.73(8.29) = 8.21$$

t	month	y	L	T	S	^y	E	|E|	E%	E²
1	janv-01	109			0,96					
2	févr-01	85			0,75					
3	mars-01	145			1,28					
4	avr-01	117	121	8,29	0,96	97	94 – 97	3	4	12
5	mai-01	94	129	8,21	0,74	176	-43	43	33	1 883
6	juin-01	133	135	7,57	1,14	138	-33	33	31	1 064
7	juil-01	105	140	6,93	0,86	109	- 18	18	20	325
8	août-01	91	146	6,47	0,69	174	- 2	2	1	3
9	sept-01	172	152	6,44	1,14	137	17	17	11	301
10	oct-01	154	160	6,82	0,91	114	- 0	0	0	0
11	nov-01	114	167	6,81	0,69	197	- 24	24	14	588
12	déc-01	173	172	6,41	1,08	162	- 0	0	0	0
13	janv-02	162	178	6,40	0,91	127	8	8	6	71
14	févr-02	135	185	6,64	0,71	207	- 30	30	17	887
15	mars-02	177	190	6,11	1,01	179	8	8	4	71
16	avr-02	187	197	6,29	0,93	143	11	11	7	113
17	mai-02	154	204	6,57	0,73	213	- 16	16	8	241
18	juin-02	197	210	6,28	0,98	201	3	3	2	12

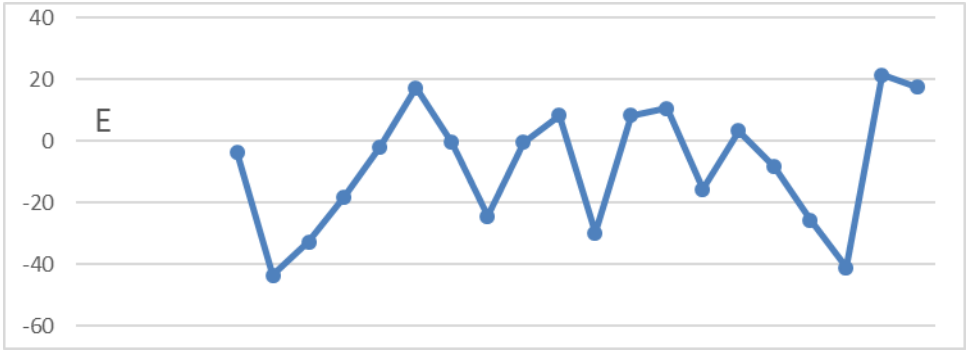
19	juil-02	204	216	6,35	0,94	162	- 8	8	5	66
20	août-02	154	222	6,14	0,71	222	- 25	25	13	647
21	sept-02	197	226	5,65	0,93	217	- 41	41	23	1 669
22	oct-02	176	229	4,82	0,86	166	22	22	12	468
23	nov-02	188	236	5,39	0,75	223	18	18	7	311
24	déc-02	241	242	5,75	0,96	213				
25	janv-03		(242 + 2 x 5,75) x 0,75 =			191		17	11	21
26	févr-03		(242 + 3 x 5,75) x 0,96 =			249		MAE	MAPE	RMSE
27	mars-03		(242 + 4 x 5,75) x 0,86 =			228				
28	avr-03		(242 + 5 x 5,75) x 0,75 =			204				
29	mai-03									

5. تقييم وتحسين النموذج: مؤشرات الخطأ لا بأس بها مقارنة مع قيم y. يبقى تفحص الخطأ والتنبؤ.



رسم توضيحي 2. التمثيل البياني للسلسلة والتمهيد. لاحظ أن التمهيد يبدأ من الشهر الخامس.

التمثيل البياني أعلاه للسلسلة والتمهيد يظهر تطابقا جيدا بين السلسلة والتمهيد، مع فروق في بداية وفي نهاية الفترة، وهذا بسبب سلوك Y في هاتين الفترتين خارج نمطها المعتاد. يظهر هذا بوضوح أكثر في التمثيل البياني أدناه للخطأ. عدا هذا، هناك تناوب عشوائي للخطأ بين القيم الموجبة والسالبة. ليس هناك إذن ما يدعو للقلق بشأن التمهيد. (وإلا يمكن أن نغير المعاملات أو حتى نغير طريقة الابتداء).



رسم توضيحي 3 التمثيل البياني للخطأ. ليس هناك نمط وإنما توزيع لسحابة النقاط عشوائيا حول الصفر.

لاحظ.

- تسمى الخطوتين 2 و3 **الابتداء**. هناك عدة طرق لابتداء مكونات السلسلة L وT وS. يبتدئ البعض L وT مباشرة من المشاهدة الثانية، والبعض الأخر يبتدئ المستوى والتوجه L و T من خلال القيام بتحليل انحدار بسيط على بيانات النوافذ الأربع أو الخمس الأولى أو على نصف مدة البيانات (في Excel نستخدم الدالتين Slop و Intercept). كذلك يبتدئ البعض $S_t = m_j/m$ لكل المدة وليس فقط على أساس النافذة الأولى. نتائج التمهيد قد تكون حساسة لطريقة الابتداء إذا كانت البيانات قليلة.
- يمكن تجريب تمهيد HW للنموذج الجدائي والجمعي ومن ثم المفاضلة بينهما من خلال مؤشرات الدقة. هذه الأخيرة تحسب أحيانا باحتساب درجات الحرية أي:

$$MSE = \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2/(T-3);$$
$$MAE = \sum_t |y_t - \hat{y}_t|/(T-2)$$

2. تمهيد هولت – وينتر للنموذج الجمعي

تعريف بالطريقة

خطوات التمهيد والتنبؤ

2-1. تعريف بالطريقة

النموذج الجمعي ل HW أقل شهرة من النموذج الجدائي، ربما لأنه يفترض ثبات الموسمية مع الوقت، وهو أمر قد يكون قليل التحقق عمليا. مثل النموذج الجدائي يقوم تمهيد HW للنموذج الجمعي على تفكيك التنبؤ إلى مكونات السلسلة، وتقدير كل مكون على حدة ومن ثم الدمج بينها لحساب القيمة المتوقعة. صيغة التمهيد هولت–وينتر للنموذج الجمعي تختلف في أننا لاحتساب الموسمية نستخدم الجمع بدل الضرب ولإزاحتها نستخدم الطرح بدل القسمة:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) + S_{t+h-p} \quad \ldots.(5)$$

حيث المكونات الثلاث تقدر كما يلي:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \ldots\ldots (6)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \ldots\ldots (7)$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-p} \ldots\ldots (8)$$

تعريف المكونات ودور المعاملات ومجالها لا يختلف عن النموذج الجدائي.

2-2. خطوات الحساب

1- **تحديد النموذج:** خاصة نافذة الموسمية، مثلا من خلال الرسم، والتحقق من وجود موسمية واضحة ومستقلة.

2- **الإبتداء:** النافذة الأولى (الموسمية، والمستوى، والتوجه) كما يلي:

$$S_j = y_j - m(y_j),\ j = 1, \ldots, p$$
$$L_p = y_p - S_p$$
$$T_p = 0$$

3- **التمهيد والتنبؤ:** استكمال التمهيد في الفترة الثانية للنافذة الثانية باستخدام المعادلات 5 إلى 8، ثم التنبؤ للفترات المقبلة حسب المعادلة (5) باستخدام آخر قيمة ل L_t وT_t، مع تغيير الأفق، واستخدام معاملات الموسمية من النافذة السابقة.

4- **تقييم وتحسين النموذج:** كما في النموذج الجدائي نقيم التمهيد والتنبؤ من خلال الرسم ومن خلال مؤشرات التقدير، وإن تطلب الأمر نحسن النموذج من خلال تغيير معاملات المكونات بحيث نقلل المؤشرات التقدير، العملية ثقيلة بالحسابات، ولحسن الحظ تقوم البرمجيات الإحصائية تلقائيا باختيار معاملات التمهيد الثلاث بحيث تقلل مؤشرات التقدير.

مثال. البيانات التالية هي للمبيعات الثلاثية في سنوات 2008-2009-2010.

Year	2008				2009				2010			
Qtr	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Sales	47	51	65	55	51	53	73	61	56	63	79	68

- إذا علمت أن البيانات تتضمن موسمية مستقرة نافذتها 4، إستخدم معاملات التمهيد 0.2، 1، 0.6 للقيام بتمهيد HW للنموذج الجمعي.
- أحسب القيم المتوقعة للمبيعات في السنة المقبلة.
- أحسب الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ MSE.

الحل:

1- الابتداء (لا حاجة للتمثيل البياني لأننا نعلم النموذج المناسب ونعلم نافذة الموسمية).

نحسب معاملات الموسمية الأربع ثم Lp ثم Tp:

$M(y_j) = (47 + 51 + 65 + 55)/4 = 54.5$

$S_1 = 47 - 54.5 = -7.5;$
$S_2 = 51 - 54.5 = -3.5;$
$S_3 = 65 - 54.5 = 10.5;$
$S_4 = 55 - 54.5 = 0.5.$

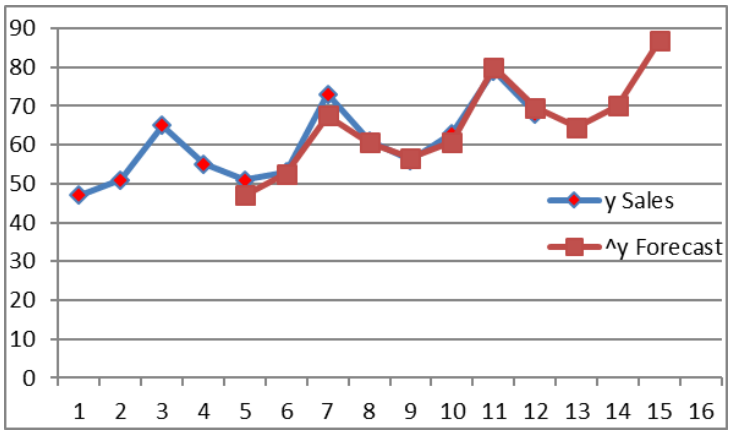
$L_4 = Y_4 - S_4 = 55 - 0.5 = 54.5;$
$T_4 = 0.$

2- استخدام المعادلات لحساب L_t، T_t، S_t، Y_t.

$$\hat{y}_4(1) = (L_4 + 1 \times T_4) + S_{4+1-4} = 54.5 + 0 - 7.5 = 47$$
$$L_5 = 0.2(Y_5 - S_{5-4}) + 0.8(L_{5-1} + T_{5-1}) = 0.2(51 - (-7.5)) + 0.8(54.5 + 0) = 55.3$$
$$T_5 = 1(L_5 - L_{5-1}) + (0)T_{5-1} = 55.3 - 54.5 + 0(0) = 0.8$$
$$S_5 = 0.6(Y_5 - L_5) + 0.4S_{5-4} = 0.6(51 - 55.3) + 0.4(-7.5) = -5.6$$
$$\hat{y}_5(1) = (L_5 + 1 \times T_5) + S_{5+1-4} = 55.3 + 0.8 - 3.5 = 52.6$$

Year	Qtr	t	y	L	T	S	^y	y – ^y
2008	1	1	47			-7,5		
	2	2	51			-3,5		
	3	3	65			10,5		
	4	4	55	54,5	0,00	0,5	47,0	
2009	1	5	51	55,3	0,80	-5,6	52,6	51 – 47 = 4,0
	2	6	53	56,2	0,88	-3,3	67,6	53 – 52,6 = 0,4
	3	7	73	58,1	1,97	13,1	60,6	73 – 67,6 = 5,4
	4	8	61	60,2	2,04	0,7	56,7	0,4
2010	1	9	56	62,1	1,91	-5,9	60,7	-0,7
	2	10	63	64,5	2,37	-2,2	80,0	2,3
	3	11	79	66,7	2,18	12,7	69,5	-1,0
	4	12	68	68,5	1,88	0,0	64,5	68 – 69,5 = -1,5
2011	1	13					70,1	**MSE = 6,85**
	2	14					86,8	
	3	15					86,8	
	4	16						

لاحظ أن التقدير يتبع جيدا قيم Y مما أعطى خطأ ضئيلا MSE= 6.85 وهذا الأمر يشاهد عندما تكون السلسلة تتبع موسمية محددة وتوجه واحد بدون تغيرات مفاجئة.



رسم توضيحي 4. التمثيل البياني للسلسلة مع التمهيد والتنبؤ للسنة المقبلة.

لاحظ:

نحسب MSE في Excel في المثال كما يلي:

- إما أن نحسب الفروق E_t، مثلا في I13:I20 ثم نستخدم الدالة:

=SUMSQ(I13 :I20)/COUNT(I13 :I20)

- أو حتى بدون استخراج الفروق: إذا كانت قيم Y في المجال H13:H20 وقيم ^Y في D13:D20 نكتب الدالة التالية:

= SUMXMY2(H13:H20;D13:D20)/COUNT(H13:H20)

3. التنبؤ ثلاثي العوامل في *Excel*

باستخدام الدوال Forecast.Ets

باستخدام ورقة التنبؤ Forecastsheet

باستخدام محلل البيانات data analysis

3-1. باستخدام الدوال

يعطي Excel مجموعة من الدوال التي يمكن استخدامها للتنبؤ في حالة وجود كل من التوجه والموسمية في السلسلة أو أحد هذين المكونين. تسمح هذه الدوال بتقدير y^ ولكن أيضا لتقدير الموسمية وهامش الخطأ حول القيمة المقدرة بمستوى ثقة ما، وأيضا لاستخراج إحصائيات أخرى.

الدالة Forecast.ETS

يمكن في Excel 2016 استخدام الدالة Forecast.ETS للتوقع بطريقة التمهيد HW. صيغة الدالة هي كالتالي:

=Forecast.ets(target-date,values,timeline;[seasonality];[data-completion];[aggregation])

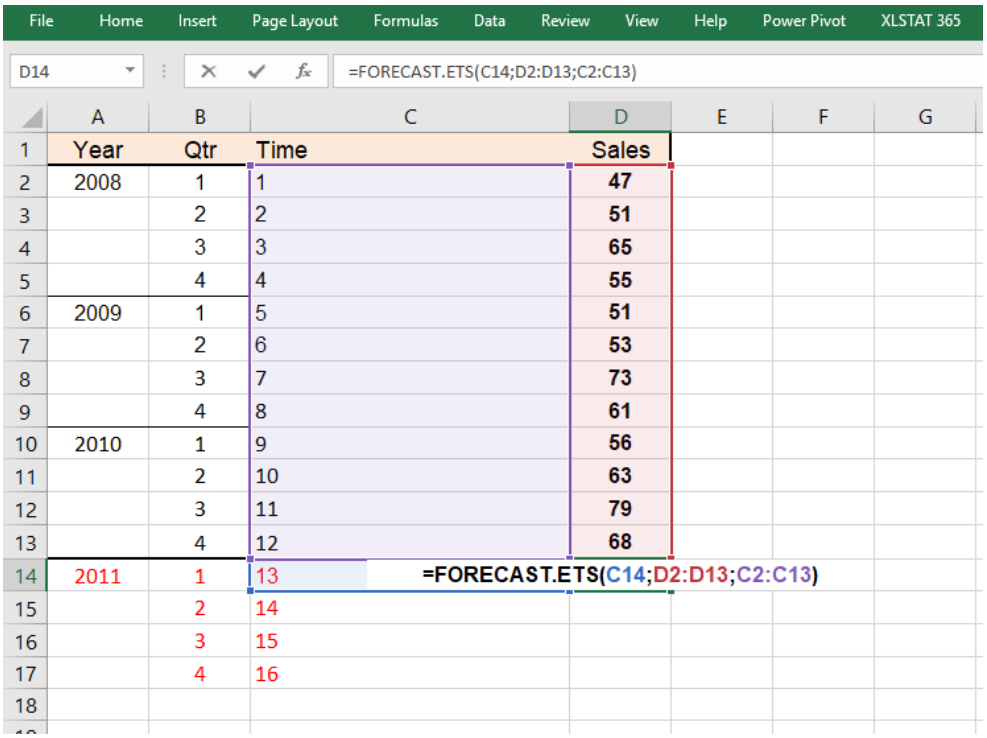
حيث:

- target-date: التاريخ المتوقع له (معبر عنه بقيمة ل t، في المثال أعلاه أول قيمة هي 13)؛
  - values: هي قيم y المعلومة،
  - timeline: قيم t التي تقابل القيم المعلومة ل y.

المدخلات الثلاث الموالية اختيارية، أي يمكن تركها بدون تعبئة، وغالبا يغلق القوس دونها:

- نافذة الموسمية (Seasonality): نترك البرنامج يحسبها، أو ندخل قيمة p، أو نضع 0 إذا لم تكن هناك موسمية ونترك بالتالي Excel يقوم بتنبؤ خطي.
- معالجة القيم المفقودة (Data-Completion): نضع الصفر لوضع 0 في الخانات الفارغة، ونضع 1 إذا أردنا ترك Excel يضع متوسط القيمتين المجاورتين، ويمكن اختيار خيارات أخرى، مثل الوسيط. يقبل Excel البيانات الناقصة على ألا تتجاوز 30 بالمئة من البيانات.
- المدخل الثالث هو (Aggregation) ويستخدم في حالة وجود أكثر من قيمة في الفترة الواحدة، أي وجود قيمتين أو أكثر (خليتين أو أكثر) لهما نفس التاريخ، في هذه الحالة يمكن للبرنامج أن يضع المتوسط وهي الحالة الابتدائية أو يمكن اختيار حل آخر مثل الوسيط أو المجموع أو القيمة الدنيا أو القيمة القصوى.

في المثال السابق نحسب التوقع للثلاثي الأول من سنة 2011 كما يلي:



	A	B	C	D	E	F	G
1	Year	Qtr	Time	Sales			
2	2008	1	1	47			
3		2	2	51			
4		3	3	65			
5		4	4	55			
6	2009	1	5	51			
7		2	6	53			
8		3	7	73			
9		4	8	61			
10	2010	1	9	56			
11		2	10	63			
12		3	11	79			
13		4	12	68			
14	2011	1	13				
15		2	14				
16		3	15				
17		4	16				
18							

صورة 1. استخدام الدالة Forecast.ets للتنبؤ في حالة وجود موسمية.

يمكن نسخ الخلية إلى الأسفل للتنبؤ لفترات موالية، مثلا لكل السنة، فتأتي النتائج كما يلي:

Year	Qtr	t	Y	^Y
2011	1	13		63,91039418
	2	14		67,85965626
	3	15		84,99340911
	4	16		74,37771666

حساب نافذة الموسمية بالدالة Forecast.ETS.Seasonality

=Forecats.ets.Seasonality(values;timeline;[data-completion];[aggregation])

تستخدم لحساب نافذة الموسمية، مثلا لمعرفة النافذة التي استخدمها البرنامج. مدخلات الدالة الضرورية هي فقط قيم y و قيم t.

مثال: في المثال أعلاه نكتب:

= Forecast.ets.Seasonality(D3:D14;C3:C15)

حساب هامش الخطأ بالدالة Forecast.ETS.Confint

صيغة الدالة هي كما يلي:

= Forecast.ETS.Confint(target-date;values;timeline;[seasonality];[data-completion];[aggregation])

يسمح **'هامش الخطأ'** (EM: Error Margin) حول القيمة التقديرية بحساب مجال الثقة حول القيمة التقديرية بمستوى ثقة معين، غالبا 95 بالمئة. يتم ذلك من خلال طرح هامش الخطأ من القيمة التقديرية للحصول على القيمة الدنيا لمجال الثقة، وإضافة هامش الخطأ إلى القيمة التقديرية للحصول على القيمة القصوى لمجال الثقة.

$$\hat{y} - EM;\ \hat{y} + EM$$

مثال: في المثال أعلاه، لحساب هامش الخطأ للتقدير الأول نكتب:

= Forecast.ETS.Confint(C13;D3:D14;C3:C15)

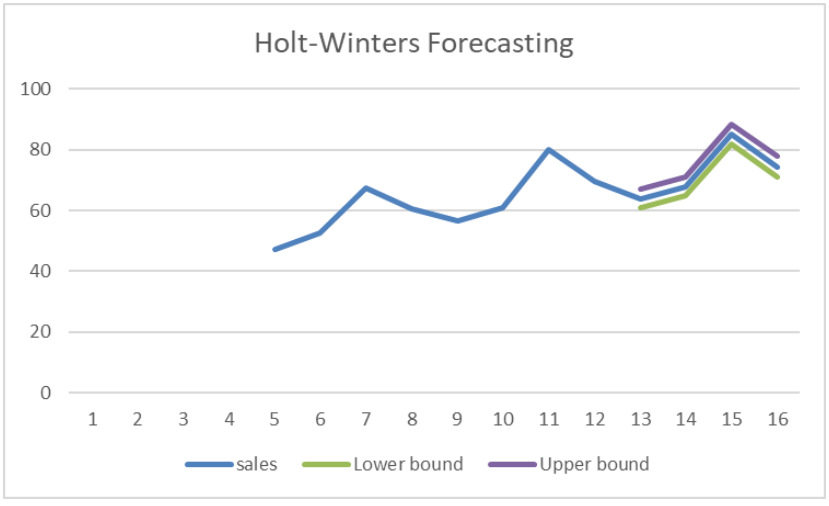
لحساب مجال الثقة نطرح هذه القيمة ثم نضيفها للقيمة التقديرية ŷ13. نكرر هذه العملية من أجل ŷ14، إلى ŷ16 لكي نحصل على مجالات الثقة للقيم المتوقعة الأربعة. تأتي النتائج كما يلي:

'=forecast.ets'	'=forecast.ets.CONFINT'	lower bound	upper bound
64	3	61	67
68	3	65	71
85	3	82	88
74	3	71	78

هذا يعني مثلا أن القيمة التقديرية للمبيعات في الثلاثي الأول من سنة 2011 هو 64، بهامش خطأ 3، أو إذا أردنا أن نقدره بمجال نقول أنه ينتمي إلى المجال [61 ; 67] بمستوى ثقة 95 بالمئة.

التمثيل البياني لمجال الثقة

يمكن استخدام التمثيل البياني ل y وتحتها قيم ŷ المستقبلية وبجوارها حدي مجال الثقة للتقدير. هذا يسمح بإظهار السلسلة y وامتدادها إلى المستقبل ومجال الثقة. في المثال أعلاه يأتي الرسم كما يلي.



رسم توضيحي 5. التمثيل البياني للسلسلة والتوقعات للسنة المقبلة مع مجال الثقة.

حساب إحصائيات التقدير بالدالة Forecast.ETS.Stat

يمكن استخدام البرمجيات أو استخدام SOLVER في Excel للبحث عن قيم معاملات التمهيد ألفا، بيتا وقاما بحيث تقلل متوسط مربعات الفروق MSE أو أيضا متوسط القيمة المطلقة للفروق MAE.

لاستخراج إحصائيات التقدير، نستخدم الدالة أعلاه. تعطي الدالة 8 أنواع من الإحصائيات: معاملات التمهيد، ومؤشرات الدقة. صيغة الدالة هي كما يلي:

```
=Forecast.ets.Stat(values;timeline;statistic-type;[seasonality];[data-
completion];[aggregation])
```

المدخلات هي نفسها مع الدوال السابقة ما عدا Statistic-type. هذه الأخير تسمح باختيار الإحصائية المطلوبة، وعادة نكرر الدالة وفي كل مرة نطلب رقم مختلف من 1 إلى 8. لتفادي تكرار كتابة الدالة يمكن استخدام نسخ لصق الخلية إلى الأسفل، ولكن يتعين تثبيت مجال خلايا t ومجال خلايا y، وبعد اللصق ندخل إلى الخلايا ونغير رمز الإحصائية. في المثال أعلاه نكتب:

```
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;1)
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;2)
=Forecast.ets.Stat($D$3:$D$14;$C$3:$C$15;3)
….
```

فنحصل على النتائج التالية:

Alpha	0,25
Beta	0,00
Gamma	0,00
MASE	0,10
SMAPE	0,02
MAE	0,97
RMSE	1,24

للتذكير، المعاملات ألفا و بيتا و قاما تمثل وزن القيم الحديثة في المستوى، والتوجه والموسمية.

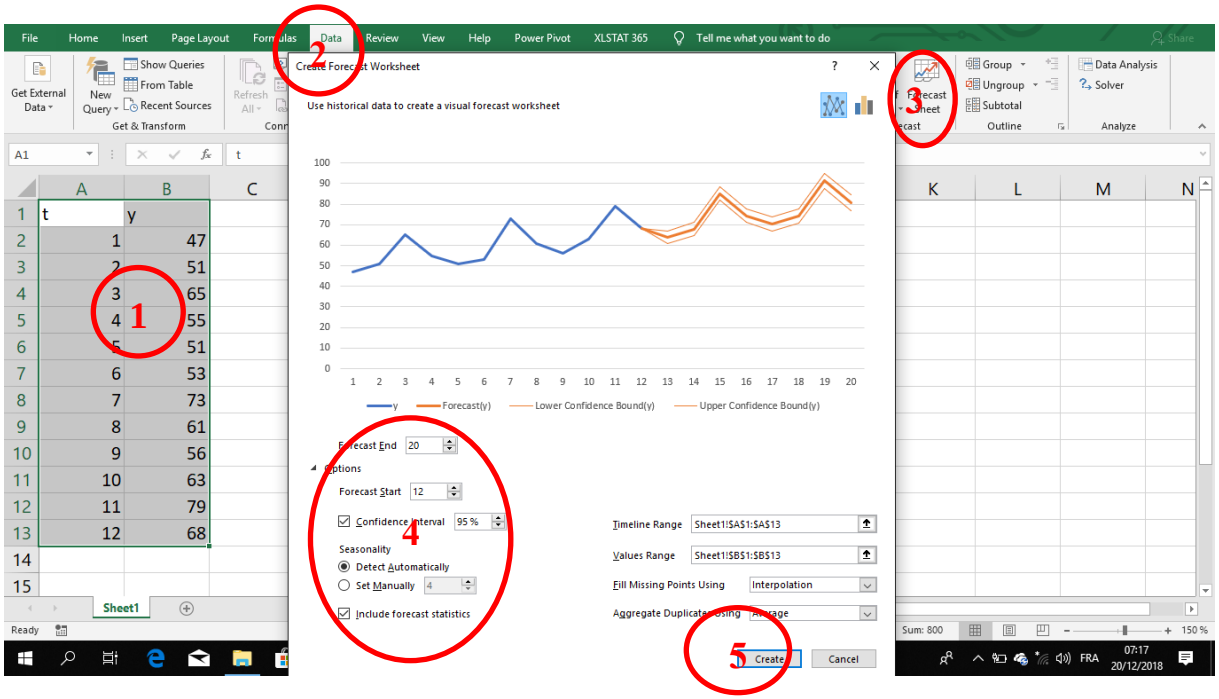
2–3. ورقة التنبؤ *Forecast Sheet*

يمكن في Excel 2016 استخدام أيقونة 'Forecast Sheet' للتنبؤ بطريقة HW. القيم المتوقعة تستخدم نفس الدالة 'Forecast.ets' للتوقع في حالة وجود الموسمية. الخطوات هي كالتالي:

1. تحديد البيانات بما فيها متغيرة الزمن في شكل مؤشر من 1 إلى n.
2. من قائمة 'Data' إختر 'Forecast Sheet'

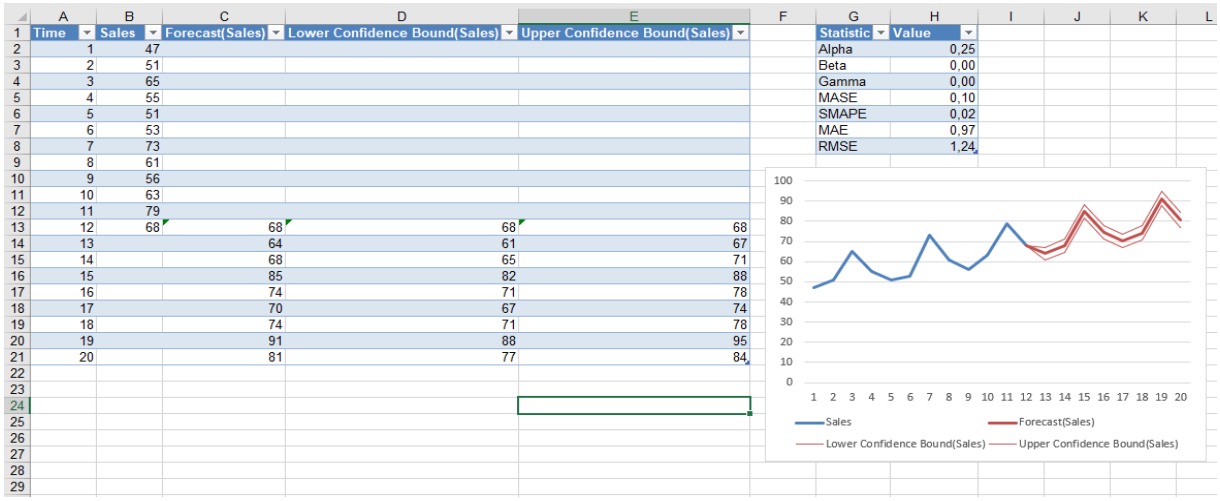
3. أدخل إلى مربع المدخلات لطلب إحصائيات التنبؤ أو لتغيير الموسمية أو تغيير نقطة انتهاء التنبؤ (Forecast End) لجعله أطول أو أبكر. نتيجة التغيير تظهر مباشرة على الرسم. يمكن أيضا تغيير نقطة بداية التنبؤ (Forecast Start) وجعلها أبكر مما يسمح بالمقارنة بين التوقع والجزء الأخير من البيانات الفعلية. يمكن أيضا الدخول إلى (Time Range) و (Values Range) لتغيير البيانات المستخدمة في التنبؤ، مثلا يمكن جعل Excel يعتمد على البيانات الحديثة ويتجاهل البيانات الأولى في السلسلة، إذا رأى أن الوضع القديم تغير ولا يأثر على المستقبل، أو أيضا الاعتماد على البيانات القديمة ويتجاهل القيم الحديثة في السلسلة، إذا شعر أن القيم الأخيرة ظرفية ولن تستمر. يمكن أيضا تغيير مستوى الثقة للحصول على دقة أعلى في التنبؤ (بمستوى ثقة أقل) أو مستوى ثقة أعلى (دقة أقل).

يعطي البرنامج مربع حوار لتحديد الموسمية أو ترك تحديدها للبرنامج (Automatique) بالإضافة إلى مدة التنبؤ، لحظة الانطلاق T ومستوى الثقة للتنبؤ (عادة يترك 95 بالمئة).



صورة 2. طلب ورقة التنبؤ Forecast Sheet من القائمة الرئيسية DATA بعد تعيين البيانات ثم تعيين خيارات ورقة التنبؤ في مربع الحوار.

تظهر البيانات في ورقة مستقلة، كما يلي:



Time	Sales	Forecast(Sales)	Lower Confidence Bound(Sales)	Upper Confidence Bound(Sales)
1	47			
2	51			
3	65			
4	55			
5	51			
6	53			
7	73			
8	61			
9	56			
10	63			
11	79			
12	68	68	68	68
13		64	61	67
14		68	65	71
15		85	82	88
16		74	71	78
17		70	67	74
18		74	71	78
19		91	88	95
20		81	77	84

Statistic	Value
Alpha	0,25
Beta	0,00
Gamma	0,00
MASE	0,10
SMAPE	0,02
MAE	0,97
RMSE	1,24

صورة 3. ورقة التنبؤ Forecast Sheet في Excel 2016: المخرجات هي: التنبؤ في العمود C وحدود مجال الثقة في العمودين D و E، معاملات التمهيد ومؤشرات الدقة في العمودين G و H، والتمثيل البياني للسلسلة والتنبؤ مع مجال الثقة.

لاحظ أن البرنامج يستخدم معاملات يحسبها، ويعرضها في أعلى الورقة مع مؤشرات الدقة للتمهيد. تظهر في الورقة التنبؤات وبجوارها عمود للقيمة الدنيا وآخر للقيمة القصوى لمجال الثقة ب 95 بالمئة.

لاحظ أن مجال الثقة يتسع مع الوقت، وهذا منطقي لأنه كلما بعد أفق التنبؤ كلما قلت دقة التقدير.

يمكن إحداث بعض التعديلات على التنبؤ في ورقة التنبؤ، مثلا يمكن تغيير نافذة الموسمية، وهذا بالدخول إلى الدوال وتغيير المدخل الذي يمثل نافذة الموسمية بإدخال عدد جديد. يتعين فعل هذا في عمود y^ ولكن أيضا في عمودي مجال الثقة. يمكن أيضا جعل التنبؤ يعتمد ليس على كل البيانات وإنما على جزء منها، مثلا القيم الأحدث في السلسلة، ويكون ذلك أيضا بالدخول إلى الدوال المستخدمة في ورقة التنبؤ وتغيير مجال البيانات في عمود y^ وعمودي مجال الثقة.

3-3. استخدام محلل البيانات للنموذج الجمعي

يمكن استخدام محلل البيانات للحصول على نموذج يربط Y بمكونيها التوجه والموسمية. في حالة وجود موسمية ندرج المواسم (الثلاثيات مثلا) كمتغيرات وهمية (Dummy variables) ثنائية (تأخذ القيمة 0 أو 1)، ويكون **عدد المتغيرات الوهمية يساوي عدد المواسم في النافذة ناقصا واحد، لأن أحد الأنماط يبقى كمرجع.**

في حالة وجود توجه مع الموسمية ندرج مع المتغيرات الوهمية متغيرة تمثل الزمن أي t. فيما يلي نفصل ما سبق من خلال مثالين؛ الأول يتضمن موسمية ولا يتضمن توجه والثاني يتضمن الاثنين.

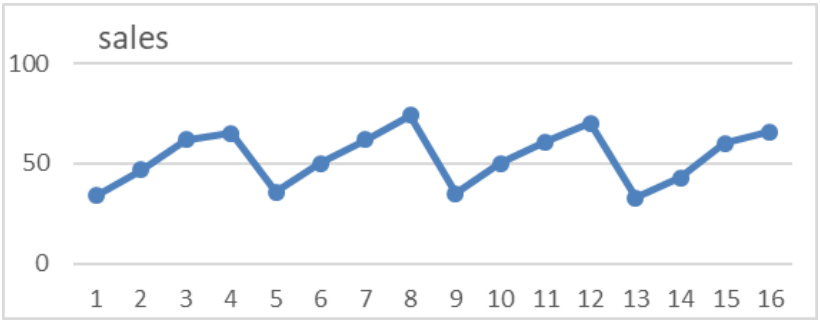
حالة وجود موسمية (مستقرة) مع عدم وجود توجه

مثال: قم بالتمثيل البياني لتفحص المكونات. هل هناك موسمية؟ ما طبيعتها ونافذتها؟ هل هناك توجه؟

Year	2001				2002				2003				2004			
Qter	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
Sales	34	47	62	65	36	50	62	74	35	50	61	70	33	43	60	66

- قم بإدراج متغيرات ثنائية للتعبير عن الثلاثي.
- استخدم محلل البيانات لاستخراج نموذج يربط y بالثلاثيات.
- فسر المعاملات.
- قم بالتنبؤ للثلاثيات الأربع المقبلة.

الحل. التمثيل البياني يبين وجود موسمية فقط ولا توجه.



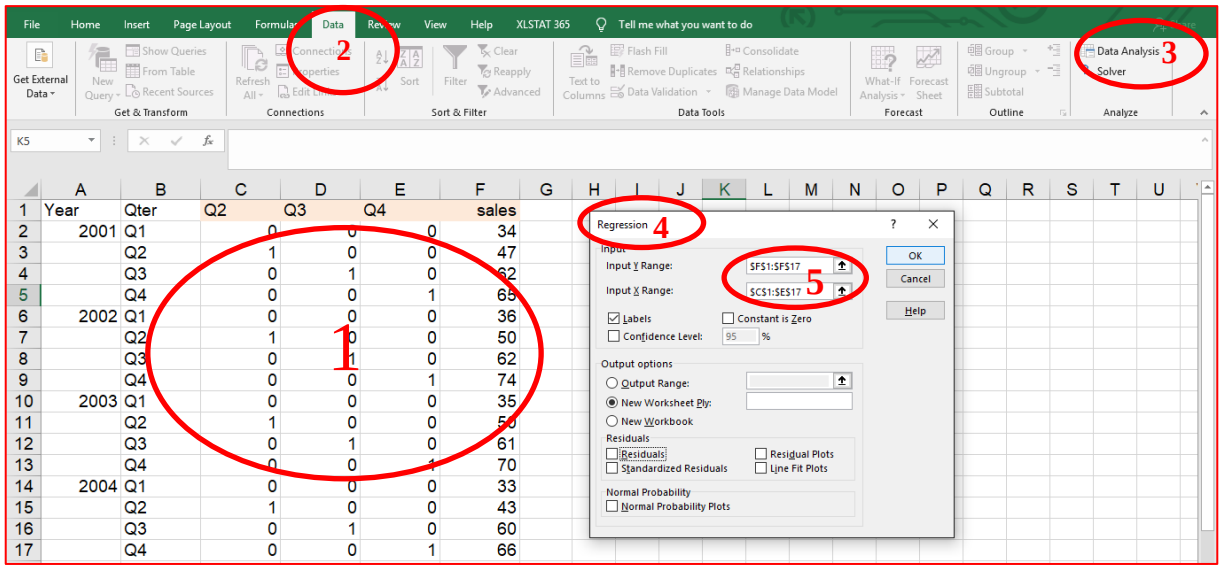
رسم توضيحي 6. سلسلة تتضمن موسمية مستقرة ولا توجه

التعبير عن الثلاثيات من خلال متغيرات ثنائية.

جدول1 التعبير عن الثلاثي الذي تنتمي إليه كل مشاهدة y من خلال ثلاث متغيرات ثنائية.

Q2	Q3	Q4	Sales
0	0	0	34
1	0	0	47
0	1	0	62
0	0	1	65
0	0	0	36
1	0	0	50
0	1	0	62
0	0	1	74
0	0	0	35
1	0	0	50
0	1	0	61
0	0	1	70
0	0	0	33
1	0	0	43
0	1	0	60
0	0	1	66

استخدام محلل البيانات data analysis لتحليل انحدار Y على الثلاثيات.



	A	B	C	D	E	F
1	Year	Qter	Q2	Q3	Q4	sales
2	2001	Q1	0	0	0	34
3		Q2	1	0	0	47
4		Q3	0	1	0	62
5		Q4	0	0	1	69
6	2002	Q1	0	0	0	36
7		Q2	1	0	0	50
8		Q3	0	1	0	62
9		Q4	0	0	1	74
10	2003	Q1	0	0	0	35
11		Q2	1	0	0	50
12		Q3	0	1	0	61
13		Q4	0	0	1	70
14	2004	Q1	0	0	0	33
15		Q2	1	0	0	43
16		Q3	0	1	0	60
17		Q4	0	0	1	66

صورة 4. التعبير بمتغيرات ثنائية عن الثلاثيات ثم طلب تحليل انحدار متعدد 'Regression' من محلل البيانات 'Data analysis'

بعد إدخال البيانات في المربعين المخصصين 'Input Y Range' (F1 :F17) و 'Input X range' (C1 :C17) نعلم على Label لأننا ضمنا البيانات عناوين المتغيرات لكي تظهر في المخرجات. من المهم أيضا طلب خطأ التنبؤ بالتأشير على 'Residuals'. يمكن من خلال التمثيل البياني للخطأ معرفة هل النموذج الخطي هو الأنسب؛ يظهر التوجه غير الخطي في نمط ما في سحابة النقاط، إذا كان التقدير جيدا فستأتي النقاط موزعة أفقيا حول خط الصفر، وبشكل عشوائي. أي نمط في توزيع نقاط سحابة الخطأ يعني أن النموذج بحاجة إلى تحسين.

تأتي المخرجات في ثلاث جداول كما يلي:

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0,983793
R Square	0,96785
Adjusted R Square	0,959812
Standard Error	2,76134
Observations	16

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	3	2754,5	918,1667	120,4153	0,0000
Residual	12	91,5	7,625		
Total	15	2846			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	34,5	1,38067	24,98787	0,0000	31,49177821	37,50822179
Q2	13	1,952562	6,657918	0,0000	8,745731951	17,25426805
Q3	26,75	1,952562	13,69995	0,0000	22,49573195	31,00426805
Q4	34,25	1,952562	17,54105	0,0000	29,99573195	38,50426805

يدل الجدول الأول أن العلاقة قوية بين المتغيرات المستقلة الثلاث Q_1,Q_2,Q_3 من جهة والمتغيرة التابعة Y. هذه العلاقة تفسر حوالي 97 بالمئة من تباين Y، وهي نسبة عالية جدا.

يظهر الجدول الثاني أن هذه العلاقة دالة إحصائيا عند مستوى معنوية 5 بالمئة(sig. <0.05) ، أي أنها ليست عائدة لمحض الصدفة.

الجدول الثالث تظهر فيه الدالة التي تربط Y بالثلاثيات الأربع وهي كما يلي:

$$\hat{Y} = 34.5 + 13\ (Q2) + 26.75(Q3) + 34.25(Q4)$$

تفسير المعاملات هو كالآتي:

- 34.5 هو الثابت ويمثل متوسط المبيعات في الثلاثي الأول.
- 13 تمثل الزيادة في المبيعات في الثلاثي الثاني مقارنة مع الثلاثي الأول.
- 26.75 تمثل الزيادة في المبيعات في الثلاثي الثالث مقارنة مع الثلاثي الأول.
- 34.25 تمثل الزيادة في المبيعات في الثلاثي الرابع مقارنة مع الثلاثي الأول.

لاحظ أن الدالة لا تتضمن المتغيرة t، فقيمة المبيعات لا تتوقف على الفترة بما انه لا يوجد توجه، وإنما تتوقف فقط على الثلاثي. هذا يعني ان التوقعات تختلف بين ثلاثيات العام الواحد لكنها تتكرر بين السنوات. للتنبؤ يمكن استخدام الدالة؛ نعوض قيمة الثلاثي المراد التنبؤ له في الدالة. للثلاثي الأول القيمة المتوقعة هي دائما قيمة الثابت.

التوقع للثلاثي الأول:

$$\hat{Y}(17) = 34.5 + 13\ (0) + 26.75(0) + 34.25(0) = 34.5$$

التوقع للثلاثي الثاني:

$$\hat{Y}(18) = 34.5 + 13\ (1) + 26.75(0) + 34.25(0) = 47.5$$

التوقع للثلاثي الثالث:

$$\hat{Y}(19) = 34.5 + 13\ (0) + 26.75(1) + 34.25(0) = 61.25$$

التوقع للثلاثي الرابع:

$$\hat{Y}(20) = 34.5 + 13\ (0) + 26.75(0) + 34.25(1) = 68.75$$

هذه التوقعات لا تتغير أيا كانت السنة، لأننا افترضنا عدم وجود توجه.

حالة وجود موسمية (مستقرة) مع وجود توجه

في هذه الحالة Y ليست مستقلة عن الزمن، لذلك جدول البيانات في هذه الحالة تضاف إليه المتغيرة t. الخطوات الأخرى تبقى تقريبا بدون تغيير ما عدا إدراج t مع المتغيرات المستقلة. اما تفسير المعاملات فيتغير. لشرح هذه الحالة نأخذ المثال التالي.

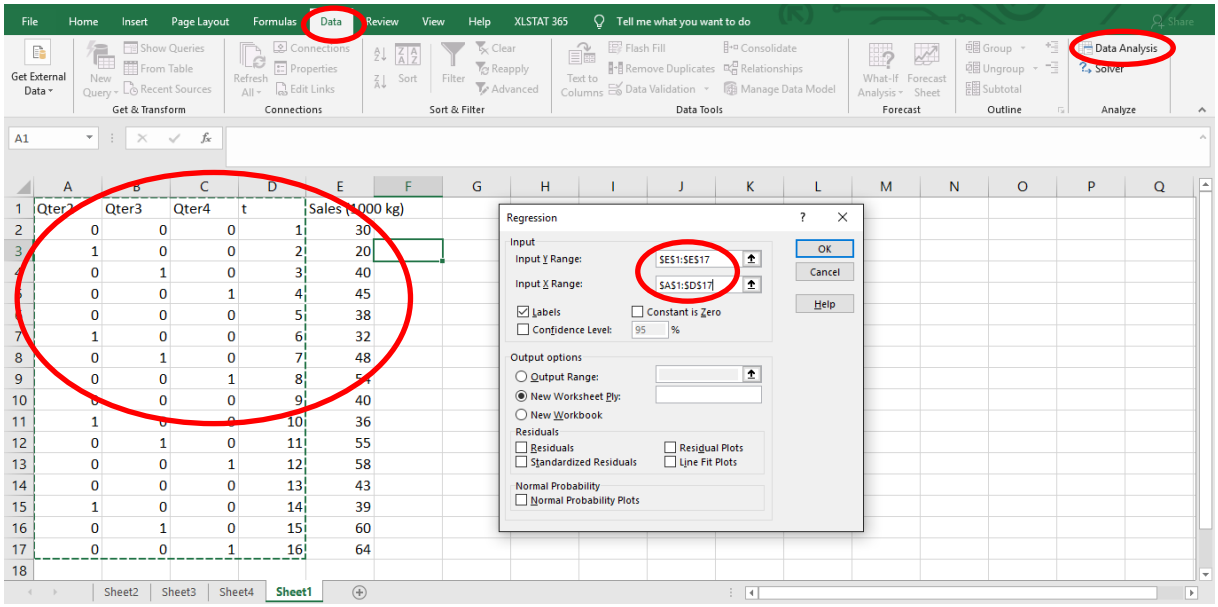
مثال2. قم بالتمثيل البياني لمبيعات منتج المؤسسة وحدد ما هي المكونات وعلق عليها.

Year	1				2				3				4			
Qter	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
sales	30	20	40	45	38	32	48	54	40	36	55	58	43	39	60	64

- استخدم محلل البيانات لاستخراج نموذج يسمح بإبراز تأثر المبيعات بالزمن t.
- استخدم محلل البيانات لاستخراج نموذج يسمح بإبراز تأثر المبيعات بالزمن وبالثلاثي من خلال إدخال متغيرات ثنائية وهمية تمثل الثلاثي.
- قم بالتنبؤ للثلاثيات الأربع المقبلة.

نقوم بصياغة ثلاث متغيرات وهمية ثنائية (تأخذ 0 أو 1 حسب كون المشاهدة تنتمي أو لا للثلاثي) للتعبير عن الثلاثي (الثلاثي الأول يترك كمرجع).

بعد ذلك نطلب محلل البيانات من Data وندخل في مربع الحوار بيانات التابع وبيانات المتغيرات المستقلة t و Qter2، Qter3، Qter4. الصورة التالية تبين كيفية إنشاء المتغيرات الوهمية وطلب تحليل الانحدار Regression من محلل البيانات ومن تعبئة البيانات.



صورة 5. إدخال البيانات في Excel وطلب تحليل انحدار متعدد باستخدام محلل البيانات data analysis من قائمة البيانات data.

تأتي المخرجات في ورقة خاصة كما يلي:

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0,986564861
R Square	0,973310225
Adjusted R Square	0,963604853
Standard Error	2,291287847
Observations	16

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	4	2106	526,5	100,2857	0,0000
Residual	11	57,75	5,25		
Total	15	2163,75			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	27,6875	1,454787356	19,03199	0,00000	24,4855346	30,8894654
Qter2	-7,4375	1,625240367	-4,57625	0,00080	-11,0146299	-3,86037007
Qter3	10,125	1,64031247	6,172604	0,00007	6,5146966	13,7353034
Qter4	13,1875	1,665129499	7,919804	0,00001	9,52257468	16,8524253
t	1,4375	0,128086885	11,22285	0,00000	1,15558267	1,71941733

يعطي الجدول الأول نسبة التباين المفسر بالنموذج، أي ب t والثلاثيات، وهي هنا نسبة عالية 0.97. النسبة أصبحت أعلى في هذا النموذج لأنه يحتسب مكون إضافي هو الموسمية.

الجدول الثاني يبين أن العلاقة دالة إحصائيا (sig. <0.05)، أي أنه يمكن الاستدلال على وجود علاقة بصرف النظر عن مدى قوتها.

الجدول الثالث يبين النموذج، وهو كما يلي:

^Sales = 27.6875 -7.4375 Qter2 + 10.125Qter3 + 13.1875Qter4 +1.4375t

معامل t يبين تأثير مكون التوجه بمعزل عن الموسمية (زيادة ب 1.437 طن في المتوسط كل ثلاثي)، ومعاملات الثلاثيات تبين تأثير كل ثلاثي (متوسط الزيادة مقارنة مع الثلاثي المستخدم كمرجع أي الأول). الإشارة الموجبة في الثلاثيين الثالث والرابع تعني أن مبيعاتهما أكبر من متوسط مبيعات الثلاثي الأول الذي استخدم كمرجع. قيمة كل معامل تمثل متوسط الفرق. الإشارة السالبة لمعامل الثلاثي الثاني تعني أن مبيعاته أقل من الثلاثي المرجع (الأول).

للتنبؤ نعوض في الدالة أعلاه[1].

$\hat{Sales}_{17}$ = 27.6875 -7.4375 (0) + 10.125(0) + 13.1875(0) +1.4375(17) = 52,125

$\hat{Sales}_{18}$ = 27.6875 -7.4375 (1) + 10.125(0) + 13.1875(0) +1.4375(18) = 46,125

$\hat{Sales}_{19}$ = 27.6875 -7.4375 (0) + 10.125(1) + 13.1875(0) +1.4375(19) = 65,125

$\hat{Sales}_{20}$ = 27.6875 -7.4375 (0) + 10.125(0) + 13.1875(1) +1.4375(20) = 69,625

[1] يمكن تسهيل حساب التوقع باستخدام الدوال في Excel. ننقل الثابت والمعاملات، ثم ننقل الثلاثيات 1، 2، 3، 4 بالأضافة إلى t المتنبأ لها في سطر آخر. بعد ذلك نستخدم الدالة : sumproduct= تحتاج هذه الدالة إلى مدخلين: مجال خلايا المعاملات والثابت، ومجال خلايا الثلاثيات وt.

4. حوصلة

درسنا في هذا الفصل تمهيد هولت–وينتر في حالتي النموذج الجدائي والجمعي، ورأينا كيف أنه يستوعب التوجه والموسمية سواء الجمعية أو الجدائية. تطرقنا أيضا إلى كيفية تقييم النموذج من خلال الرسم أو عبر مقاييس التقدير. ولأن الحسابات طويلة جدا، خاصة لمن يريد اختبار عدة قيم لمعالم النموذج، تطرقنا بالتفصيل لكيفية استخدام Excel للقيام بالتمهيد والتنبؤ، خاصة الدالة Forecast.Ets والأيقونة Forecats Sheet.

النموذج تمهيد هولت–وينتر يعد من أشهر طرق تمهيد السلسلة الزمنية وطرق التنبؤ لما له من قدرة على استيعاب التوجه والموسمية. معاملاته الثلاث تضمن له مرونة كبيرة للتكيف مع السلسلة الاصلية وتغير مكوناتها. منذ مدة تم اكتشاف صيغة لتعميم تمهيد هولت–وينتر على حالة تعدد الموسميات، وبهذا يصبح هذا التمهيد قابلا للتطبيق على طائفة واسعة من الظواهر. عدا هذا، تتميز طرق التمهيد الاسي عموما بسهولتها، رغم ما تتضمنه من حسابات، فالحواسيب كفيلة بتذليلها. من ميزاتها أيضا عدم قيامها على افتراضات تحتاج إلى أن يتم التحقق منها. تعتبر طريقة هولت–وينتر إذن بديلا معتبرا للطرق الاحتمالية التي تعتمد على الارتباط الذاتي بين المشاهدات. بعض معاهد الإحصاء يستخدم نماذج ARIMA(Auto Regressive Integrated Moving Average) والبعض يستخدم HW، والبعض يستخدم الاثنين لنفس السلسلة بهدف التأكيد. أحيانا تعطي هذه الطريقة نتائج أفضل وأحيانا يكون العكس. بعض الباحثين قارنوا بين طريقة HW وARIMA وتوصلوا إلى أن الطريقة الأولى تعطي أحيانا نتائج أدق وأكثر موثوقية من الثانية.

5. سلسلة تمارين

تمرين 1: مراجعة نظرية

في النموذج الجدائي:

- ما هي الحالات التي يستخدم فيها النموذج الجدائي لتمهيد هولت وينتر؟
- أكتب المعادلات المستخدمة للتمهيد.
- على أي أساس يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث؟
- كيف يتم حساب معاملات الموسمية للنافذة الأولى وابتداء المستوى والتوجه؟

في النموذج الجمعي:

- ما هي الحالات التي يستخدم فيها التمهيد هولت–وينتر للنموذج الجمعي؟
- أكتب المعادلات المستخدمة للتمهيد.
- على أي أساس يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث؟
- كيف يتم حساب المعاملات الموسمية للنافذة الأولى وابتداء المستوى والتوجه؟

تمرين 2. النموذج الجدائي تطبيق

لديك البيانات الثلاثية لمبيعات مؤسسة ما.

- قم بالتمثيل البياني. ناقش هل يصلح تمهيد هولت–وينتر لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.
- قم بتمهيد السلسلة بطريقة HW بالمعاملات 0.52، 0.08، 1.

	t	Quarter	Sales		t	Quarter	Sales		t	Quarter	Sales
2001	1	Q1	140	2004	13	Q1	157	2007	25	Q1	220
	2	Q2	165		14	Q2	211		26	Q2	265
	3	Q3	245		15	Q3	314		27	Q3	393
	4	Q4	545		16	Q4	706		28	Q4	855
2002	5	Q1	145	2005	17	Q1	196				
	6	Q2	170		18	Q2	232				
	7	Q3	255		19	Q3	341				
	8	Q4	585		20	Q4	763				
2003	9	Q1	150	2006	21	Q1	206				
	10	Q2	175		22	Q2	249				
	11	Q3	265		23	Q3	368				
	12	Q4	620		24	Q4	825				

تمرين 3. النموذج الجدائي تطبيق على Excel.

مثل البيانات التالية في رسم وناقش صلاحية تمهيد HW الجدائي لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.

- قم بتمهيد السلسلة بطريقة HW مع التوقع للسنة الموالية بالمعاملات:0.25، 0.001، 0.75.
- تفقد وعلق على مرونة ودقة النموذج من خلال التمثيل البياني للسلسلة والتمهيد بما في ذلك التنبؤ.
- أحسب الخطأ Et وأحسب MSE
- قم بالحساب باستخدام Excel ثم قم بتغيير المعاملات وانظر هل تتغير قيمة MSE للأفضل.

Year	Quarter	t	Y	Year	Quarter	t	Y
2001	Q1	1	75	2005	Q1	17	94
	Q2	2	106		Q2	18	147
	Q3	3	127		Q3	19	177
	Q4	4	92		Q4	20	128
2002	Q1	5	77	2006	Q1	21	102
	Q2	6	123		Q2	22	162
	Q3	7	146		Q3	23	191
	Q4	8	101		Q4	24	134
2003	Q1	9	81	2007	Q1	25	106
	Q2	10	131		Q2	26	170
	Q3	11	158		Q3	27	200
	Q4	12	109		Q4	28	142
2004	Q1	13	87	2008	Q1	29	115
	Q2	14	140		Q2	30	177
	Q3	15	167		Q3	31	218
	Q4	16	120		Q4	32	149

تمرين 4. النموذج الجمعي تطبيق على Excel.

لديك البيانات التالية لعدد الوحدات المباعة في مؤسسة ما.

- قم بالتمثيل البياني. ناقش هل يصلح تمهيد هولت–وينتر لتمهيدها؟ حدد نافذة الموسمية p.
- قم بتمهيد HW للسلسلة بالمعاملات التالية لألفا، بيتا وقاما على التوالي: 0.25، 0.01 و0.01.
- قم بالتوقع للسنة المقبلة.
- قم بتقييم التمهيد والتنبؤ من خلال MSE والتمثيل البياني، ثم اعمل على تحسين النموذج بالمعاملات.

Year	Qtr	Time	Sales	Year	Qtr	Time	Sales
2013	1	1	**25**	2015	1	9	**33**
	2	2	**30**		2	10	**49**
	3	3	**40**		3	11	**55**
	4	4	**46**		4	12	**58**
2014	1	5	**28**	2016	1	13	**38**
	2	6	**35**		2	14	**52**
	3	7	**47**		3	15	**58**
	4	8	**49**		4	16	**62**

تمرين 5. التنبؤ في Excel باستخدام الدوال

أدخل البيانات السابقة إلى ورقة في Excel ثم استخدم الدوال ...Forecast.ets لحساب ما يلي:

- عدد الوحدات المتوقع بيعها في السنة المقبلة،
- نافذة الموسمية،
- هامش الخطأ، ومن ثم مجال الثقة حول المبيعات المتوقعة بمستوى ثقة 95 بالمئة،
- معاملات التمهيد، ومؤشرات الدقة.

استخدم الدالة Forecast Sheet للقيام بالتنبؤ واستخراج المؤشرات والرسم.

تمرين 6. استخدام محلل البيانات مع سلسلة موسمية بدون توجه

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية خلال 4 سنوات.

- قم بإدخال بيانات المبيعات الثلاثية التالية إلى ورقة Excel ،
- من خلال التمثيل البياني تحقق من وجود موسمية،
- استخدم محلل البيانات Data analysis لصياغة دالة تربط المبيعات بالثلاثيات،
- فسر معاملات الدالة،
- أحسب المبيعات الثلاثية المتوقعة للسنة المقبلة.

Year	Qter	t	Sales
2001	Q1	1	101
	Q2	2	112
	Q3	3	117
	Q4	4	134
2002	Q1	5	105
	Q2	6	117
	Q3	7	127
	Q4	8	124
2003	Q1	9	93
	Q2	10	104
	Q3	11	127
	Q4	12	138
2004	Q1	13	96
	Q2	14	114
	Q3	15	116
	Q4	16	140

تمرين 7. استخدام محلل البيانات مع سلسلة بها موسمية وتوجه

لديك البيانات التالية للمبيعات الثلاثية خلال 4 سنوات.

- قم بإدخال بيانات المبيعات الثلاثية التالية إلى ورقة Excel ،
- من خلال التمثيل البياني تحقق من وجود موسمية وتوجه،
- استخدم محلل البيانات Data analysis لصياغة دالة تربط المبيعات بكل من الزمن والثلاثيات،
- فسر معاملات الدالة،
- أحسب المبيعات الثلاثية المتوقعة للسنة المقبلة.

Year	Qter	Sales	2003	Q1	58
2001	Q1	23		Q2	45
	Q2	46		Q3	76
	Q3	91		Q4	166
	Q4	106	2004	Q1	65
2002	Q1	41		Q2	90
	Q2	58		Q3	184
	Q3	76		Q4	158
	Q4	125	2003	Q1	58

تمرين 8. النموذج الجمعي

لديك بيانات البطالة الشهرية (ب 10000) في فرنسا من جانفي 1983 إلى ديسمبر 1990.

قم بالتمهيد الأسي المناسب للبيانات وقدر قيم البطالة الشهرية لسنة 1991.

month	t	y	month	t	y	Month	t	y	month	t	y
janv-83	1	1762	janv-85	25	2342	janv-87	49	2441	janv-89	73	2261
févr-83	2	1742	févr-85	26	2316	févr-87	50	2437	févr-89	74	2230
mars-83	3	1692	mars-85	27	2260	mars-87	51	2411	mars-89	75	2176
avr-83	4	1646	avr-85	28	2201	avr-87	52	2361	avr-89	76	2125
mai-83	5	1623	mai-85	29	2147	mai-87	53	2288	mai-89	77	2062
juin-83	6	1612	juin-85	30	2111	juin-87	54	2225	juin-89	78	2009
juil-83	7	1627	juil-85	31	2112	juil-87	55	2208	juil-89	79	2015
août-83	8	1677	août-85	32	2161	août-87	56	2259	août-89	80	2071
sept-83	9	1788	sept-85	33	2263	sept-87	57	2342	sept-89	81	2130
oct-83	10	1920	oct-85	34	2352	oct-87	58	2395	oct-89	82	2160
nov-83	11	1991	nov-85	35	2369	nov-87	59	2390	nov-89	83	2149
déc-83	12	2024	déc-85	36	2358	déc-87	60	2376	déc-89	84	2136
janv-84	13	2058	janv-86	37	2351	janv-88	61	2376	janv-90	85	2135
févr-84	14	2088	févr-86	38	2328	févr-88	62	2350	févr-90	86	2114
mars-84	15	2090	mars-86	39	2290	mars-88	63	2284	mars-90	87	2078
avr-84	16	2074	avr-86	40	2256	avr-88	64	2209	avr-90	88	2023
mai-84	17	2034	mai-86	41	2212	mai-88	65	2151	mai-90	89	1955
juin-84	18	1999	juin-86	42	2170	juin-88	66	2110	juin-90	90	1920
juil-84	19	2012	juil-86	43	2170	juil-88	67	2121	juil-90	91	1935
août-84	20	2057	août-86	44	2227	août-88	68	2181	août-90	92	1988
sept-84	21	2176	sept-86	45	2329	sept-88	69	2246	sept-90	93	2046
oct-84	22	2301	oct-86	46	2411	oct-88	70	2283	oct-90	94	2086
nov-84	23	2336	nov-86	47	2426	nov-88	71	2267	nov-90	95	2093
déc-84	24	2339	déc-86	48	2427	déc-88	72	2254	déc-90	96	2096

6. الحلول

تمرين 1.

في النموذج الجدائي:

- الحالات التي يستخدم فيها النموذج الجدائي لتمهيد هولت وينتر هي حين تتضمن السلسلة موسمية جدائية (مستقلة عن المكونات الأخرى).
- المعادلات المستخدمة للتمهيد:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) \times S_{t+h-p}$$

حيث:

$$L_t = \alpha\left(Y_t/S_{t-p}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(Y_t/L_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$$

- يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث على أساس المفاضلة بين أهمية الحاضر والماضي للمكونات.
- حساب معاملات الموسمية للنافذة الأولى وابتداء المستوى والتوجه:

$S_j = Y_j/m(Y_j)$, $j = 1, \ldots, p$.

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1$

$T_{p+1} = L_{p+1} - L_p = L_{p+1} - Y_p/S_p$

في النموذج الجمعي:

- يستخدم التمهيد هولت–وينتر للنموذج الجمعي في حالة وجود موسمية مستقلة.
- المعادلات المستخدمة للتمهيد والتنبؤ:

$$\hat{y}_t(h) = (L_t + hT_t) + S_{t+h-p}$$

حيث:

$$L_t = \alpha\left(Y_t - S_{t-p}\right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(Y_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$$

- يتم تحديد معاملات التمهيد الثلاث على أساس المفاضلة بين أهمية الحاضر والماضي للمكونات.
- ابتداء معاملات الموسمية وابتداء المستوى والتوجه:

$S_j = y_j - m(y_j)$, $j = 1, \ldots, p$

$L_p = y_p - S_p$

$T_p = 0$

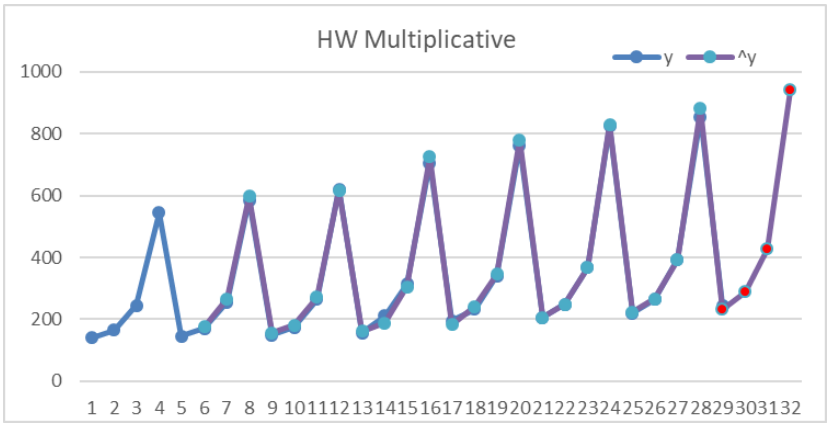
تمرين 2. النموذج الجدائي تطبيق

year	Qre	t	y	L	T	S	^y	h	E	|E|	E%
2001	Q1	1	**140**			**0,51**					
	Q2	2	**165**			**0,60**					
	Q3	3	**245**			**0,89**					
	Q4	4	**545**			**1,99**					
2002	Q1	5	**145**	**283,527**	**9,777**	0,511	**176,786**	1	- 7	7	4
	Q2	6	**170**	287,675	9,326	0,591	**265,809**	1	- 11	11	4
	Q3	7	**255**	290,962	8,843	0,876	**596,873**	1	- 12	12	2
	Q4	8	**585**	296,824	8,605	1,971	**156,201**	1	- 6	6	4
2003	Q1	9	**150**	299,366	8,120	0,501	**181,707**	1	- 7	7	4
	Q2	10	**175**	301,811	7,666	0,580	**271,226**	1	- 6	6	2
	Q3	11	**265**	305,924	7,382	0,866	**617,485**	1	3	3	0
	Q4	12	**620**	313,944	7,433	1,975	**161,029**	1	- 4	4	3
2004	Q1	13	**157**	317,357	7,111	0,495	**188,137**	1	23	23	11
	Q2	14	**211**	344,183	8,688	0,613	**305,666**	1	8	8	3
	Q3	15	**314**	357,681	9,073	0,878	**724,293**	1	- 18	18	3
	Q4	16	**706**	362,123	8,703	1,950	**183,452**	1	13	13	6
2005	Q1	17	**196**	383,508	9,717	0,511	**241,065**	1	- 9	9	4
	Q2	18	**232**	385,831	9,126	0,601	**346,724**	1	- 6	6	2
	Q3	19	**341**	391,697	8,865	0,871	**780,942**	1	- 18	18	2
	Q4	20	**763**	395,961	8,497	1,927	**206,707**	1	- 1	1	0
2006	Q1	21	**206**	403,766	8,441	0,510	**247,860**	1	1	1	0
	Q2	22	**249**	413,156	8,517	0,603	**367,096**	1	1	1	0
	Q3	23	**368**	422,192	8,559	0,872	**830,039**	1	- 5	5	1
	Q4	24	**825**	429,443	8,454	1,921	**223,414**	1	- 3	3	2
2007	Q1	25	**220**	434,552	8,187	0,506	**266,829**	1	- 2	2	1
	Q2	26	**265**	441,221	8,065	0,601	**391,616**	1	1	1	0
	Q3	27	**393**	450,080	8,129	0,873	**880,261**	1	- 25	25	3
	Q4	28	**855**	451,634	7,603	1,893	**232,497**	1	13	13	5
2008	Q1	29	**245**	471,585	8,591	0,520	**288,396**	1			
	Q2	30					**426,780**	2			
	Q3	31					**941,558**	3			
	Q4	32					**262,852**	4			

مؤشرات التقدير جيدة مقارنة مع قيم y.

RMSE	**12**	MAE	8
MSE	**138**	MAPE	3

الرسم البياني يظهر تطابقا جيدا بين القيم الحقيقية والتقديرية.

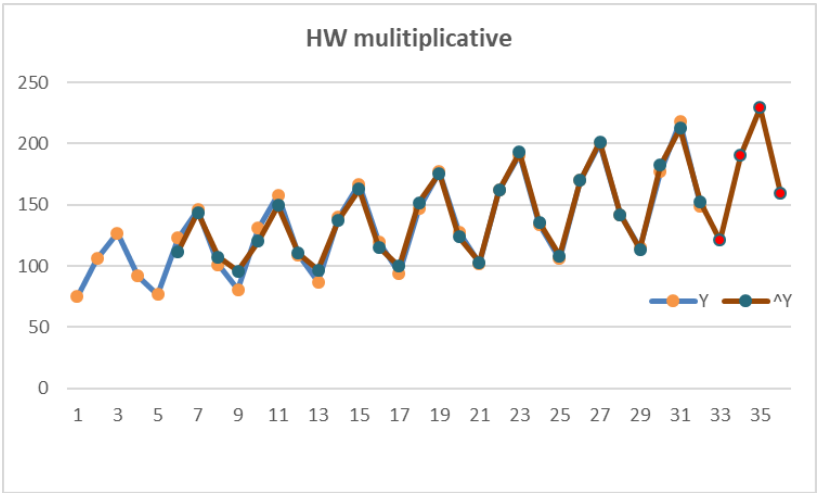


تمرين 3. النموذج الجدائي مع تطبيق على Excel.

الرسم البياني يظهر وجود موسمية، وهذا يعني عدم صلاحية التمهيد الاسي البسيط ولا المضاعف، وبالتالي نستخدم HW. يمكن استخدام النموذج الجدائي خاصة أنه بالتدقيق نلاحظ أن الموسمية متزايدة قليلا.

Year	Quarter	t	Y	L	T	S	^Y	E
2001	Q1	1	**75**			0,75		
	Q2	2	**106**			1,06		
	Q3	3	**127**			1,27		
	Q4	4	**92**			0,92		
2002	Q1	5	**77**	102,67	2,67	0,83	**111,65**	11,35
	Q2	6	**123**	110,69	2,67	1,10	**143,96**	2,04
	Q3	7	**146**	114,16	2,67	1,28	**107,49**	- 6,49
	Q4	8	**101**	113,31	2,67	0,90	**95,97**	- 14,97
2003	Q1	9	**81**	106,93	2,66	0,77	**120,38**	10,62
	Q2	10	**131**	114,43	2,67	1,13	**149,49**	8,51
	Q3	11	**158**	120,42	2,67	1,30	**110,60**	- 1,60
	Q4	12	**109**	122,20	2,67	0,89	**96,77**	- 9,77
2004	Q1	13	**87**	118,56	2,66	0,74	**137,38**	2,62
	Q2	14	**140**	122,38	2,66	1,14	**162,96**	4,04
	Q3	15	**167**	126,60	2,66	1,32	**115,51**	4,49
	Q4	16	**120**	131,77	2,67	0,91	**100,03**	- 6,03
2005	Q1	17	**94**	130,38	2,66	0,73	**151,84**	- 4,84
	Q2	18	**147**	130,92	2,66	1,13	**175,69**	1,31
	Q3	19	**177**	134,08	2,66	1,32	**123,95**	4,05
	Q4	20	**128**	138,98	2,66	0,92	**102,94**	- 0,94
2006	Q1	21	**102**	141,00	2,66	0,72	**161,97**	0,03
	Q2	22	**162**	143,68	2,66	1,13	**193,00**	- 2,00
	Q3	23	**191**	145,58	2,66	1,31	**135,99**	- 1,99
	Q4	24	**134**	147,16	2,66	0,91	**108,51**	- 2,51
2007	Q1	25	**106**	148,09	2,66	0,72	**169,97**	0,03
	Q2	26	**170**	150,76	2,66	1,13	**201,55**	- 1,55
	Q3	27	**200**	152,83	2,66	1,31	**141,85**	0,15
	Q4	28	**142**	155,57	2,66	0,91	**113,59**	1,41
2008	Q1	29	**115**	159,21	2,66	0,72	**182,52**	- 5,52
	Q2	30	**177**	159,42	2,66	1,11	**212,31**	5,69
	Q3	31	**218**	164,25	2,66	1,32	**152,33**	- 3,33
	Q4	32	**149**	165,09	2,66	0,91	**120,98**	
		33					**189,93**	**33,23**
		34					**228,94**	**MSE**
		35					**159,04**	
		36						

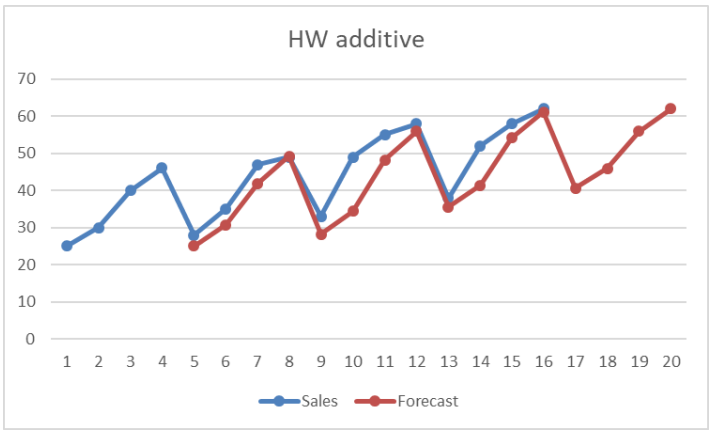
الرسم البياني يظهر تطابقا كبيرا بين القيم التقديرية والحقيقية.



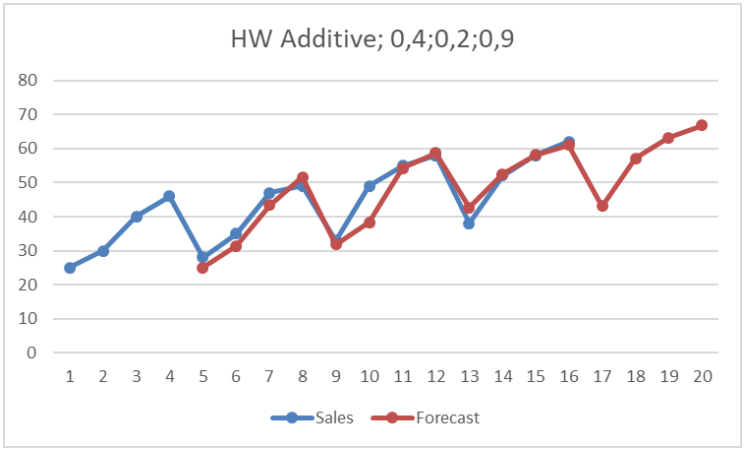
تمرين 4. النموذج الجمعي تطبيق على Excel.

				alpha	betta	gamma	m(yj)	
				0,25	0,01	0,01	35,25	
Year	**Qtr**	**t**	**y**	**L**	**T**	**S**	**^y**	E
2013	1	1	**25**			25 – 35,25 = -10,25		
	2	2	**30**			30 – 35,25 = -5,25		
	3	3	**40**			4,75		
	4	4	**46**	46 –10,75 = 35,25	0	10,75		
2014	1	5	**28**	0,25(28 +10,25) +0,75(35,25) = 36	0,01(36 – 35,25) + 0,99(0) = 0,008	0,01(28 – 10,25) + 0,99(-10,25) = -10,23	35,25 + 0 – 10,25 = 25	28 – 25 = 3
	2	6	**35**	37,07	0,018	- 5,22	30,76	4,24
	3	7	**47**	38,38	0,031	4,79	41,84	5,16
	4	8	**49**	38,37	0,031	10,75	49,16	- 0,16
2015	1	9	**33**	39,61	0,043	- 10,19	28,17	4,83
	2	10	**49**	43,29	0,079	- 5,11	34,43	14,57
	3	11	**55**	45,08	0,096	4,84	48,16	6,84
	4	12	**58**	45,70	0,101	10,76	55,93	2,07
2016	1	13	**38**	46,40	0,107	- 10,17	35,61	2,39
	2	14	**52**	49,15	0,134	- 5,03	41,39	10,61
	3	15	**58**	50,26	0,144	4,87	54,13	3,87
	4	16	**62**	50,61	0,146	10,77	61,16	0,84
2017	1	17					40,58	**39,52**
	2	18					45,87	**SME**
	3	19					55,91	
	4	20					61,96	

التمثيل البياني يظهر أن هناك إمكانية لتحسين النموذج من خلال تغيير معاملات التمهيد. المطلوب هو رفع بعض العاملات لكي يصبح التمهيد أكثر مرونة.



نجرب القيم التالية للمعاملات: 0.4، 0.2، 0.9. فنحصل على الرسم التالي، الذي يزهر تطابقا أكبر للتوقعات مع القيم الحقيقية. **MSE = 15.21** هي أقل بكثير من القيمة السابقة.



تمرين 5. استخدام Excel

الدوال المستخدمة لاستخراج التنبؤ وهامش الخطأ والمعاملات ومؤشرات التقدير:

^y	EM	LB	UB
=FORECAST.ETS(C50;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C50;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H56-I56	=H56+I56
=FORECAST.ETS(C51;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C51;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H57-I57	=H57+I57
=FORECAST.ETS(C52;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C52;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H58-I58	=H58+I58
=FORECAST.ETS(C53;D$34:D$49;C$34:C$49)	=FORECAST.ETS.CONFINT(C53;D$34:D$49;C$34:C$49)	=H59-I59	=H59+I59
p	=FORECAST.ETS.SEASONALITY(D$34:D$49;C$34:C$49)	Statistics	
alpha	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J165)	1	
beta	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J166)	2	
gamma	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J167)	3	
MASE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J168)	4	
SMAPE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J169)	5	
MAE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J170)	6	
RMSE	=FORECAST.ETS.STAT(D$34:D$49;C$34:C$49;J171)	7	

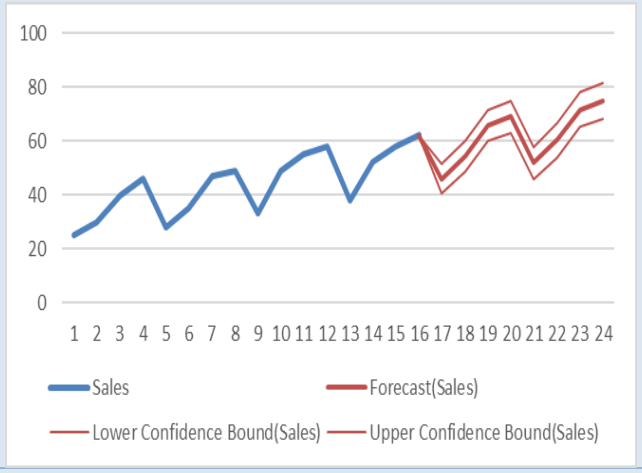
النتائج تأتي كالتالي:

^y	EM	L1	L2
45,92	5,42	40,50	51,34
54,41	5,59	48,82	60,00
65,75	5,75	60,00	71,51
68,99	5,92	63,07	74,91

p	4	Statistics
alpha	0,251	1
beta	0,001	2
gamma	0,001	3
MASE	0,18	4
SMAPE	0,04	5
MAE	1,81	6
RMSE	2,24	7

باستخدام Forecast Sheet نحصل على:

Time	Sales	Forecast(Sales)	Lower Confidence Bound(Sales)	Upper Confidence Bound(Sales)
1	25			
2	30			
3	40			
4	46			
5	28			
6	35			
7	47			
8	49			
9	33			
10	49			
11	55			
12	58			
13	38			
14	52			
15	58			
16	62	62	62	62
17		46	40	51
18		54	49	60
19		66	60	72
20		69	63	75
21		52	46	58
22		60	54	67
23		72	65	78
24		75	68	81



Statistic	Value
Alpha	0,25
Beta	0,00
Gamma	0,00
MASE	0,18
SMAPE	0,04
MAE	1,81
RMSE	2,24

المراجع

Anderson, S. W. (2007). Statistiques pour l'économie et la gestion (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Holt, C. C. (1957). Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. ONR Research Memorandum, Carnigie Institute 52.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). Etude Marketing avec SPSS (éd. 5). Paris: Pearson.

Taylor, J. (2003). Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing. Journal of the Operational Research Society. 54 (8), 799-805.

Winters, P. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. Management Science 6, 324–342.

الطرق غير الكمية للتنبؤ

فصل 7. الطرق غير الكمية للتنبؤ..... 194

1. طريقة دالفي..... 195

1-1. تعريف بالطريقة..... 195

1-2. خطوات الطريقة..... 195

1-3. إيجابيات وعيوب طريقة دالفي..... 196

1-4. توجيهات مهمة..... 197

2. طرق أخرى غير كمية للتنبؤ..... 198

2-1. طريقة دراسة السوق Market Research..... 198

2-2. استطلاع البائعين والموزعين Sales Force polling..... 199

2-3. طريقة إطارات المؤسسة Executive opinion..... 200

2-4. طريقة استطلاع الزبائن Consumer Survey..... 201

2-5. طريقة فريق الخبراء Experts opinion..... 201

2-6. طريقة المقارنة التاريخية Historical analogies..... 202

2-7. طريقة السيناريوهات Scenarios..... 202

3. خلاصة..... 203

4. سلسلة تمارين..... 205

الحلول..... 206

فصل 7. الطرق غير الكمية للتنبؤ

طريقة دالفي – طرق أخرى غير كمية – خلاصة – سلسلة تمارين

توطئة.

الطرق الكمية تعتمد على بيانات سابقة نعتقد صلاحيتها للتنبؤ للمستقبل؛ لكن في كثير من الحالات لا تتوفر للمحل بيانات سابقة يعتمد عليها، أو تكون البيانات المتوفرة غير صالحة للمستقبل. مثال ذلك تقدير المبيعات المستقبلية لمؤسسة جديدة، أو لمنتج جديد، أو سوق جديدة، أو أيضا تقدير لمستقبل في حالة التغير الجذري لمعطيات السوق بحيث تصبح البيانات التاريخية غير مجدية؛ كأن تنتقل المؤسسة إلى نشاط جديد أو منطقة جديدة، أو تطرأ تحولات كبيرة على التكنولوجيا المستخدمة، أو على اقتصاد البلد مثل نشوب حرب أو أزمة مالية أو سياسية. في مثل هذه الحالات تظهر أهمية الطرق غير الكمية في التنبؤ. تظهر أهمية الطرق غير الكمية أيضا عندما تكون المسألة المطروحة لا تتعلق بقيمة عددية لمتغيرة مثل المبيعات أو الاستهلاك، وإنما حالة أو موقف أو عواقب تترتب عن قرار أو حادث معين، مثل موقف المستهلك من تغيير معين في المنتج، أو موقف المنافسين من سياسة تتخذها المؤسسة، أو قرار حكومي، إلخ.

في هذا الفصل نتناول الطرق غير الكمية في التنبؤ ونركز على الطريقة المشهورة المسماة "دالفي" أو "دالف" Delphi ou Delphes، حيث نسخر لها المبحث الأول، ثم نعرج في المبحث الثاني على مجموعة من الطرق الأخرى.

الهدف في هذا الفصل هو فهم كيفية استخدام هذه الطرق غير الكمية في التنبؤ وإدراك عيوب وميزات كل طريقة.

1. طريقة دالفي

تعريف بالطريقة

خطوات الطريقة

إيجابيات وعيوب الطريقة

توجيهات مهمة

1-1. تعريف بالطريقة

طريقة دالفي هي "طريقة للبحث في العلوم الاجتماعية والانسانية تستهدف تجميع آراء خبراء في موضوع محدد وإبراز نقاط الاتفاق والإجماع من خلال تعريضهم لموجات متتالية من التساؤل" (Ekionea, Prosper, & Plaisent, 2011).

طورت هذه الطريقة في الولايات المتحدة في 1950، من قبل منظمة RAND (Research And Development Corporation) وهي منظمة حكومية تعنى بالبحث في أدوات لمساعدة متخذي القرار ومسطري السياسات العمومية. تستخدم الطريقة في ميادين عديدة اجتماعية واقتصادية وأخرى تهم الصحة، التكنولوجيا، التسيير، البيئة، ...

تعتمد طريقة دالفي على استشارة منهجية لخبراء من خارج المؤسسة، من خلال توجيه مجموعة من الأسئلة، يقدم كل خبير إجاباته مبررة، فيقوم فريق العمل المشرف على العملية بتسجيل الإجابات وإعادة إرسالها إلى الخبراء من دون كشف هوياتهم مع طلب خبرة ثانية. يقوم كل خبير بتقديم تقدير جديد يقوم فيه بتأكيد رأيه الأول أو تعديله على ضوء ما اطلع عليه من آراء نظرائه، وهكذا إلى أن يتم التوصل إلى إجماع أو تقدير نهائي (These-Antithese-Synthese).

المبدأ الذي تقوم عليه الطريقة هو أنه إذا طلبنا من خبراء مستقلين عن بعضهم البعض إعطاء تقدير عن أمر ما، فستأتي آراؤهم في البداية متباينة، لكن إذا كررنا العملية مع إعطائهم إمكانية الاطلاع على آراء وحجج بعضهم البعض فإن تقديراتهم ستتقارب شيئا فشيئا وتستقر.

1-2. خطوات الطريقة

1 – تعيين فريق لتنظيم الاستشارة.

2- صياغة دقيقة لمسألة البحث في مجموعة من الأسئلة (استبيان) ومراجعتها مع عينة من الأفراد للتحقق من خلوها من الغموض وأنها تفهم فعلا كما قصد منها.
3- تعيين مجموعة كافية ومتنوعة من الخبراء من الأكاديميين والمهنيين لتمثيل فئات ووجهات نظر مختلفة.
4- إرسال الأسئلة إلى الخبراء وطلب إجابات مدعمة بالحجج.
5- تسجيل وتحليل نتائج الخبرة الأولى وتلخيصها.
6- إرسال الأسئلة مرة ثانية إلى كل خبير مرفقة بآراء نظراءه، وطلب مراجعة أو تأكيد رأيه الأول.
7- مواصلة العملية إلى أن يتم التوصل إلى استقرار في التوقعات وتقاربها.
8- عند التوصل إلى إجماع أو توافق تتم صياغة حوصلة وتقديمها للجهة المعنية ثم إعداد تقرير نهائي.

3-1. إيجابيات وعيوب طريقة دالفي

1- **الإيجابيات** (Amdouni-Boursier & Livoreil, 2018)

- كون الخبراء من خارج المؤسسة يسمح بالتحرر من التأثر بالمصالح الشخصية على عكس طريقة استطلاع آراء إطارات المؤسسة.
- عدم كشف هوية الخبراء يحفظ استقلالية الرأي، فيمنع تأثر البعض بالرأي السائد أو بأفراد معينين لهم شهرة أو مرتبة علمية أعلى، وهذا يفيد في تنوع الآراء وفي بروز الرأي على أساس الحجة.
- الطريقة مفيدة في جلب وجهات نظر جديدة للمؤسسة من الخبراء الخارجيين.
- لا تتطلب الطريقة جمع الخبراء في مكان محدد، وبالتالي يمكن اختيار الخبراء من أي مكان بصرف النظر عن بعدها.
- تسمح المراحل المتتالية بتنقيح الآراء والتقديرات وتوليد أفكار جديدة ومناقشتها.
- تسمح هذه الطريقة بالاستفادة من نوع من المعارف المستعصية، كالخبرات غير المكتوبة، أو المهارات التقليدية المحلية أو خبرات المستهلكين ...
- نسبيا تعتبر الطريقة غير مكلفة؛ ما عدا تكلفة الخبرة ليس هناك تكاليف أخرى كبيرة، فعملية التنسيق وتنظيم الاتصال والتحليل واستخلاص النتائج يمكن أن يقوم بها فرد (coordinator) أو فريق صغير من المؤسسة.

2- **السلبيات**

- يمكن أن تكون طريقة دالفي مكلفة إذا تطلبت عددا من المستشارين ذوي الأتعاب العالية. في بعض الحالات يمكن أن تتضمن العملية انتقال المنسق إلى الخبراء (دالفي وجها لوجه) للاستماع إليهم

مباشرة، في هذه الحالة تتضمن التكلفة تنقل وإيواء المنسق ومكان المقابلة. تكلفة التنسيق لا تكون كبيرة إذا أوكلت لفريق عمل من المؤسسة، لكن قد تكون عالية إذا أوكلت إلى مكتب خارجي مختص.

- قد تتطلب الطريقة وقات طويل ويتوقف الأمر على عدد المشاركين وسرعة استجابتهم في مختلف مراحل الاستشارة.
- الخبراء الخارجيين قد لا يعرفون خصوصيات المؤسسة.
- استخدام خبراء خارجيين يعني أحيانا المخاطرة بكشف استراتيجية المؤسسة أو أسرارها للمنافسين.
- ليس من السهل دائما إيجاد الخبراء الذين لديهم فعلا الدراية اللازمة. أحيانا ليس هناك من هو أكثر اطلاعا وخبرة من إطارات المؤسسة نفسها، أو إطارات المؤسسات المنافسة.
- الاعتماد على المراسلة وليس المقابلة قد يترتب عنه سوء فهم أو غموض في صياغة الأسئلة أو الأجوبة وكذلك الطريقة التي يتم بها تنظيم العملية برمتها.

4-1. توجيهات مهمة

لكي تتم العملية بنجاح من المهم الالتزام بعدد من القواعد (Amdouni-Boursier & Livoreil, 2018):

- الحفاظ على سرية هوية المشاركين في الاستشارة.
- التسجيل الآني لكل مراحل الاستشارة، لكي يمكن الرجوع إليها خلال العملية وعند صياغة الخلاصة.
- النزاهة بالسماح لجميع الآراء بالبروز ويترك إنضاجها للمناقشة، وألا يدفع البحث عن إجماع إلى تجاهل الآراء المختلفة، مما يأدي إلى عزوف البعض عن المشاركة أو الوصول إلى إجماع شكلي.
- الالتزام بالحياد بألا يفرض المنسق توجها على المشاركين ويستحسن ألا يظهر آرائه الخاصة.
- الصياغة المناسبة للأسئلة لألا توجه الخبير نحو إجابات معينة أو تقبل أكثر من تأويل أو تكون مشوبة بالغموض.
- التدقيق والتنوع في تعيين الخبراء فهذه عملية حساسة يجب أن تتم بطريقة موضوعية وأن يكون فريق الخبراء متنوعا بحيث يمثل مختلف التوجهات الموجودة.
- يستحسن أن يكون العدد كبيرا نسبيا، فيجب أن نتوقع أن عدد من الخبراء سيرفضون وبعضهم سينقطعون في منتصف الطريق أي في أثناء العملية.
- الشفافية في إجراءات الاستشارة وإذا كانت الاستشارة تتم من قبل هيئة غير ربحية فمن المهم التصريح بالجهة الممولة وأي ارتباطات فائدة (liens d'intérêts).
- التوازن بين المرونة والانضباط بالوقت.
- التعويض المادي المناسب للخبراء لضمان التزامهم.

2. طرق أخرى غير كمية للتنبؤ

دراسة السوق

استطلاع الموزعين والبائعين

تقدير إطارات المؤسسة

فريق الخبراء

إستطلاع الزبائن

المقارنة التاريخية

طريقة السيناريوهات

2-1. طريقة دراسة السوق *Market Research*

دراسة السوق لا تستهدف فقط تقديرا كميا لقيمة متغيرة ما، كالمبيعات، وإنما ترمي إلى تخفيف المخاطرة المترتبة عن قرار أو استراتيجية معينة من خلال الإجابة على أسئلة قد تكون متعددة: مثلا ما هو السعر المناسب؟ ما هو التغليف المناسب؟ ما هي مخاطر رفع السعر على ولاء الزبائن؟ ما هو سبب انخفاض المبيعات أو تقلص الحصة السوقية، أو ماهي فعالية حملة إشهارية ما أو ما هي السوق المحتملة لمنتج جديد أو ما هي أفضل طريقة لترقية خدمة أو منتج؟

لا يكتفي المكلف بالدراسة بهذه الأسئلة الأولية "التسييرية" التي يطرحها متخذ القرار وإنما يعمل على ترجمتها بالاتفاق مع المسير إلى أسئلة بحثية أكثر دقة وقابلة للقياس والاختبار: مثلا، كم من الوقت يتذكر المتلقي لمضمون الرسالة الإشهارية، أو نية الشراء؟ من خلال تحديد وإعادة صياغة أسئلة الدراسة يتمكن المحلل من تحديد أهداف عملية لدراسته قابلة للتحقيق (Giannelloni & Vernette, 2012).

يمكن ان توكل دراسة السوق إلى شخص من المؤسسة (مصلحة التسويق) ولكن كثيرا ما يتم طلب خدمات جهة خارجية لإنجاز الدراسة، مكتب دراسات أو خبير، ويتم الاتفاق على دفتر شروط معينة. لذلك يمكن القول أن هناك ثلاثة أطراف في دراسة السوق: الطالب، والمنجز والمستفيد. الطالب هو الجهة التي تطلب الدراسة؛ مؤسسة، أو هيئة رسمية أو غير رسمية أو إدارة أو نقابة أو جمعية ... والمنجز هو مكتب أو معهد أو خبير من داخل المؤسسة، ويقوم هذا الأخير بتصميم الدراسة ومتابعة القيام بخطواتها، وقد يوكل أطراف آخرين ببعض المهام، مثل استقبال الخبراء أو عمليات التحليل الإحصائي. الجهة المستفيدة يمكن أن تكون الجهة الطالبة أو جهات أخرى مثل الزبائن أو أعضاء في المنظمة، حيث أن نتائج دراسات السوق أحيانا تنشر لأغراض الدعاية أو لأغراض مختلفة أخرى (Giannelloni & Vernette, 2012).

تعتمد دراسات السوق بالدرجة الأولى على التحقيقات الميدانية عبر الاستبيان لاستطلاع آراء ومواقف وتوقعات وحاجات الزبائن. يتم جمع البيانات عبر الهاتف أو البريد الالكتروني أو العادي، أو من خلال المقابلة المباشرة مع المستجوبين. تستخدم دراسات السوق أيضا المصادر الأخرى من منشورات علمية ونشرات وتقارير الهيئات الرسمية، و وسائل الإعلام المختلفة. كما يمكن أن تستخدم مجموعات النقاش أو آراء الخبراء. يمكن أيضا أن تستخدم المعلومات المنشورة على مواقع الانترنت للمنافسين، أو في نقاط البيع. بعض المؤسسات تستخدم مواقع الانترنت لفتح حوار مع المستهلكين والحصول منهم على أفكار جديدة بهدف تطوير منتج جديد أو حل معضلة ما.

أحيانا تلجأ المؤسسات إلى وسائل أكثر تعقيدا، فتقوم باستكشاف سلوك الزبائن من خلال استهداف عينة أو سوق تجريبية (test-market) بعروض أولية، قبل عملية العرض النهائية. أي أن المؤسسة تقوم بعرض منتجها في حيز جغرافي محدود ثم تراقب استجابة وسلوك المستهلكين ثم تستخلص النتائج قبل النزول النهائي بمنتجها إلى السوق.

البعض ينتقد دراسات السوق ويرى أنها قليلة الفائدة عندما يتعلق الأمر بالإبداع أو بإطلاق منتجات جديدة، في مقولة شهيرة لفورد: "لو سألت الزبائن عما يريدون لقالوا نريد حصانا أسرع!" في المقابل هناك الكثير من الأمثلة عن منتجات جديدة لقت فشلا ذريعا بسبب عدم توافقها مع رغبات المستهلك.

2-2. استطلاع البائعين والموزعين *Sales Force polling*

تعتمد المؤسسات على بائعيها ومزعيها في تقدير المبيعات أو الطلب على منتجات المؤسسة أو خدماتها. يقدم كل رجل بيع أو موزع تقديرا للطلب في منطقته، ويتم تجميع هذه التنبؤات لتقدير حاجات المؤسسة للمواد أو الطاقة أو الموارد البشرية. يتم تجميع التوقعات وفق رزنامة دورية، غالبا كل شهر، وعبر الهيكل الإداري للمؤسسة ابتداء من أسفل السلم، أي البائعين المباشرين أو الموزعين حسب الحالة، ومن ثم يتم تجميع هذه التنبؤات على مستوى إطارات المؤسسة في المستويات الأعلى. الغرض طبعا في هذه الهرمية، هو استخراج المعلومة من أقرب جهة إلى المستهلكون، فرجال البيع هم الأقرب إلى الزبائن وإلى واقع محيطهم.

في حالة التعدد الكبير لمنتجات المؤسسة أو مبيعاتها، يتم تقسيم هذه الأخيرة إلى مجموعات متجانسة وليس التنبؤ لكل منتج على حدة. التقسيم يكون على أساس التكلفة والأهمية للمؤسسة وأيضا على أساس دورة الطلب والإنتاج والتخزين.

ميزة هذه الطريقة هي سهولتها النسبية، واعتمادها على رجال الميدان، فهم أقرب إلى الزبون وإلى الواقع الميداني. رجال البيع كل في منطقته وفي المنتجات التي يختص بها يمكنه ان يقدم معلومات خاصة بمنتج محدد ومنطقة محددة، فهي طريقة تقدم معلومات مفصلة. عيب هذه الطريقة هو ذاتية رجال البيع، فقد

تكون لهم دوافع خاصة لتضخيم التوقعات أو تدنيتها، ويمكن أن تكون توقعاتهم مبنية على الحدس وغير مبنية على معلومات حقيقية.

يمكن أن تأخذ الطريقة وقتا طويلا نسبيا إذا اتسعت شبكة رجال البيع والمخازن وتعددت المستويات التي تنتقل عبرها المعلومة... ليس بسبب البطء في وصول المعلومة وإنما بسبب البطء في إعدادها وإرسالها من قبل البعض على الأقل من ممثلي المؤسسة على مستوى القاعدة.

3-2. طريقة إطارات المؤسسة *Executive opinion*

تختار المؤسسة أحيانا الاكتفاء باستشارة إطارات وخبراء المؤسسة في المستويات العليا والمتوسطة من مصالح مختلفة: الإنتاج، التسويق، التموين، المالية ... يتم بعد ذلك تجميع التقديرات لتشكيل تنبؤ واحد. يمكن أن تكون الاستشارة بشكل منفصل لكل إطار على حدة، من أجل الحصول على آراء مستقلة؛ ويمكن أن تكون بشكل جماعي، بحيث يتم تجميع الإطارات المشاركة في ورشة عمل للخروج بشكل جماعي بتقدير موحد. في هذه الحالة، يمكن أن يحسن العمل الجماعي التوقعات لإنه يساعد على تبادل المعلومات، والتي قد لا تتوفر للجميع، لكنه في الوقت نفسه يمكن أن يأدي إلى هيمنة رأي الإطارات الأكثر نفوذا. من عيوب التفكير الجماعي أيضا التأثر بالرأي السائد لدى الأغلبية، مما يقمع الأفكار الجديدة أو المختلفة.

للسماح ببروز مختلف الأفكار في اجتماع الإطارات، يمكن استخدام طريقة "العصف الذهني"، وهي طريقة مشهورة يعمل فيها مسير النقاش في البداية على استخراج كل الأفكار بدون نقد أو مناقشة ويدونها في صبورة، ثم بعد ذلك تعرض الأفكار للتنقيح جماعيا. شيئا فشيئا يعمل مسير النقاش (facilitator) على التوصل إلى إجماع أو توافق.

ميزة طريقة استطلاع آراء إطارات المؤسسة هي السرعة والسهولة، وقلة التكلفة. عندما لا يتوفر الوقت الكافي لإجراء استشارة موسعة، فإن حصر عدد المتدخلين يوفر وقتا ثمينا في التوصل إلى تقدير نهائي يقدم لمتخذ القرار، مما يسمح بتسريع الاستجابة لتغيرات السوق والمحيط عموما.

من ميزات الطريقة أيضا كونها تعتمد على الأفراد الداخليين فهي لا تعرض أسرار المؤسسة للكشف.

من عيوب الطريقة أنها تعتمد على الحكم الذاتي للإطارات، كما أن الآراء التي يقدمونها يمكن أن تتأثر بمصالحهم الشخصية.

كثيرا ما تستخدم هذه الطريقة بمعية الطرق الكمية، مثل معادلة التوجه، حيث يتم تعديل نتائج هذه الأخيرة على ضوء تقديرات الطريقة الكيفية.

2-4. طريقة استطلاع الزبائن *Consumer Survey*

تقوم المؤسسات بدراسات استطلاعية، فتقوم بصياغة استبيان يتضمن الأسئلة المرغوبة ويستخدم في دراسة استقصائية للاطلاع على آراء وتوجهات الزبائن. يمكن أن يكون التواصل مع الزبائن وجها لوجه أو عبر وسائط متعددة كالهاتف أو البريد أو البريد الالكتروني. بعد جمع البيانات تستخدم أدوات إحصائية متطورة لتحليلها واختبار الفرضيات الموضوعة بشأن سلوك أو موقف أو توقعات الزبون. أحيانا يتم دعوة مجموعة من الزبائن للمشاركة في مجموعة نقاش حول المسألة المطروحة، ولتوسيع دائرة النقاش تستخدم المؤسسات أحيانا موقعا للتواصل الاجتماعي على الانترنت، للصول على أفكار جديدة للمؤسسة. مثلا تستخدم الشركة الإسبانية للسيارات SEAT هذه الطريقة لاختيار إسم للنموذج الجديد للسيارات. تقوم بعملية الاستطلاع مصالح التسويق أو توكل مكاتب مختصة.

من إيجابيات هذه الطريقة أنها تعتمد على تحصيل المعلومة من المعني المباشر وهو الزبون. من سلبياتها أن النتائج التي يتم التوصل إليها يمكن أن تكون متحيزة بسبب اختلالات في عملية اختيار العينة، أو في صياغة الأسئلة. من أجل ذلك يجب أن تعطى لعملية اختيار نوع العينة عناية كبيرة، وتفضل العينات الاحتمالية (العشوائية) لكونها أكثر تمثيلا للمجتمع، خاصة العينة العشوائية البسيطة والعينة العشوائية الطبقية. العينات غير الاحتمالية يتم استخدامها بتحفظ، وفي جميع الحالات يستحسن تجنب ما أمكن العينة "السهلة" أو "الاعتراضية" وإذا كان لا بد فيتعين التزام ضوابط معينة في توزيع الاستبيان بما يضمن الاقتراب من خصائص العينة الاحتمالية.

من المهم أيضا العناية بتحديد الحجم الملائم للعينة، وفي هذا تتم الاستعانة بصيغ رياضية مستخدمة وبرمجيات إحصائية (مثل GPower).

2-5. طريقة فريق الخبراء *Experts opinion*

كثيرا ما تكون أول خطوة تخطر على بال المسير هي استشارة خبير أو مجموعة خبراء من المهنيين أو الأكاديميين، يتراوح عددهم بين 5 و20، من داخل وخارج المؤسسة. يمكن أن يتم استشارتهم على انفراد أو من خلال مجموعات نقاش أو استخدام أساليب مثل العصف الذهني لتجميع أكبر قدر من الأفكار الجديدة. هذه الطريقة أقل تطلبا من طريقة دالفي من حيث الوقت والتكلفة، لكن طريقة دالفي أكثر عمقا في التحليل وأكثر ضمانا لاستقلال الآراء.

2-6. طريقة المقارنة التاريخية *Historical analogies*

تفترض هذه الطريقة أن التاريخ "يعيد نفسه"، لذلك ينظر في حادثة مشابهة وقعت في الماضي، أو منتج مشابه للتنبؤ بمسار أو مستقبل الظاهرة الجديدة أو المنتج الجديد. مثلا: لتقدير مبيعات النسخة الأخيرة من منتج معين تستخدم المؤسسة مبيعات النسخة السابقة. كذلك، لتقدير حالة السوق بعد أزمة معينة يمكن أن ننظر في أزمة مشابهة في الماضي. كل هذا طبعا مع اعتبار التغييرات في المحيط التي تكون قد طرأت منذ ذلك الوقت. مثلا بعد الحرب العالمية الثانية توقع الجميع أن تحدث أزمة كالتي وقعت بعد الحرب العالمية الأولى.

تعتبر هذه الطريقة سريعة وسهلة نسبيا، وقد تكون دقيقة إذا تمت مراعاة الفروقات بين المنتجات وبين الوقائع والتغيرات في المحيط وفي المؤسسة نفسها.

2-7. طريقة السيناريوهات *Scenarios*

السيناريو هو حكاية مألفة كتوقع لما سيصير عليه محيط المؤسسة خلال فترة من ثلاث أو أربع أو حتى 10 سنوات. أولا، تكتب مجموعة من السناريوهات حول النتائج المحتملة لسياسة أو قرار معين وذلك انطلاقا من تنبؤات متباينة، عادة: تنبؤ متشائم، تنبؤ متفائل وتنبؤ معتدل. تقدم السيناريوهات لمتخذ القرار ويترك له الحكم على أيها أكثر احتمالا. في جميع الأحوال، تقوم المؤسسة في الواقع بالاستعداد للسيناريوهات المختلفة، وخاصة للأسوء منها.

على سبيل المثال، تواجه المؤسسات الاقتصادية في بريطانيا حاليا (نهاية جانفي 2019) مستقبلا مجهولا في الأشهر المقبلة، بسبب اقتراب موعد مغادرة الاتحاد الأوروبي بدون ووجود اتفاق مبرم ومصادق عليه (بعد أن رفض البرلمان الاتفاق المبرم مع الاتحاد الأوروبي الذي قدمته رئيسة الوزراء "تيريزا ماي"). لا تعرف المؤسسات إن كان البلد سيخرج من الاتحاد الأوروبي باتفاق جديد، وإن كان ذلك فماذا ستكون شروطه، أم أن البلد سيخرج بدون اتفاق، أم أن استفتاء سيحدث حول الخروج من عدمه... في ظل حالة عدم اليقين هذه تعمل المؤسسات الاقتصادية والمالية على الاستعداد للسيناريوهات المختلفة، ... من ذلك، شرعت بعض المؤسسات في تخزين منتجات لمواجهة الندرة التي قد تطرأ عند فرض مراقبة وقيود جمركية، وبعض المؤسسات الأخرى نقلت وحدات لها إلى خارج المملكة.

3. خلاصة

التنبؤ ليس فقط وظيفة من وظائف المسير بل هو بمثابة "الخبز اليومي". التقنيات الكمية التي درسناها تستخدم بالدرجة الأولى للمدى القصير، وهي تعتمد على بيانات الظاهرة في الماضي، وتستخرج الأنماط الموجودة وتتوقع أنها تستمر في المستقبل القريب. هذه الطرق الكمية لا تصلح عندما تكون الظاهرة جديدة: منتج جديد أو ظروف جديدة في القوانين أو المنافسة ... كما لا تصلح الطرق الكمية كثيرا للمستقبل البعيد. كلما طال الأجل الذي نتطلع إليه كلما قلت فائدة بيانات الماضي، ونحتاج إلى كم مترابط من المعارف والمعلومات والخبرات التي تحيط بالظاهرة من مختلف جوانبها. غالبا تكون المعلومات في هذه الحالة متفرقة بين مصادر متعددة من خبراء وإطارات بالإضافة إلى الزبائن والمصادر المكتوبة العلمية والمهنية. بصفة عامة تتميز الطرق الكمية بالموضوعية فهي تستند إلى البيانات، بينما الطرق غير الكمية تشوبها الذاتية لأنها تعتمد على الحكم الشخصي. غير أن الطرق الكمية قد تكون نظرتها قاصرة لأنها تعتمد على الماضي ولا تنظر إلى التغيرات التي قد تطرأ في المحيط، بينما الطرق الكيفية تستخدم كل الخبرة التي يمتلكها المسير أو الإطار أو الخبير عن المحيط إضافة إلى خبراته عن ماضي الظاهر أو السوق.

ينتقد البعض الطرق الكيفية ويرى أنه يتعين الاعتماد على حدس متخذ القرار المبني على الخبرة والمعرفة بالسوق والمحيط عموما؛ الكثير من المنتجات الجديدة والإبداعات التي كان لها وقع هائل لم تنتج عن دراسات سوقية أو استشارات للخبراء وإنما عن حس المسير بما هو صواب وإدراكه لمتطلبات المحيط.

تطرقنا في هذا الفصل لطريقة دلفي للتنبؤ، وهي طريقة اثبتت جدارتها في عدة مجالات من البحث العلمي والمهني في مجال العلوم الاجتماعية والإنسانية. تصلح هذه الطريقة لاستكشاف آفاق ومجالات مجهولة أو للتنبؤ بنتائج سياسة أو استراتيجية جديدة ما، مثل إطلاق منتج جديد أو اقتحام سوق جديدة. تستخدم الطريقة أيضا للتنبؤ للمدى البعيد وتعتمد على إشراك عدد من الخبراء في عملية من عدة مراحل من النقاش إلى غاية التوصل إلى إجماع أو الاستقرار على رأي.

تطرقنا أيضا لعدد من الطرق الكيفية الأخرى التي تستخدم خبرات إطارات المؤسسة نفسها أو طريقة الخبراء، أو تستخدم بحوث استطلاع الزبائن. عرضنا أيضا لمحة عن دراسات السوق التي هي طريقة أكثر شمولية من حيث الأدوات والأهداف.

المفاضلة بين الطرق المختلفة

المفاضلة بين الطرق المختلفة تتم على أساس معايير متعددة. بعض الطرق مكلفة بشكل استثنائي، مثل دراسة السوق، أو تتطلب وقتا طويلا، مثل طريقة دالفي، لذلك يجب أن يعطى لها الوقت اللازم والإمكانيات المناسبة. المدى الذي نريد التنبؤ له هو معيار آخر للمفاضلة بين طرق التنبؤ (مدى قريب – متوسط أم بعيد). في المدى القصير (أشهر) نهتم بالتذبذبات والموسمية لا بالتوجه، ويكون التنبؤ لفائدة تسيير المخزون

والإنتاج؛ في المدى المتوسط (إلى غاية 3 سنوات عادة) يدخل التوجه في الحسبان، وتتأثر الميزانية بالتنبؤ؛ في المدى البعيد (أكثر من 3 سنوات حسب القطاع، قطاع التكنولوجيا ليس كقطاع الحديد والصلب مثلا)، يكون المعني بالتنبؤ هو الإدارة العامة لتخطيط استراتيجياتها، وتظهر أهمية الطرق الكيفية في التنبؤ.

من معايير التمييز بين طرق التنبؤ توفر البيانات، فبدون بيانات سابقة لا يمكن استخدام الطرق الكمية. كذلك توفر حالات مشابهة ضروري لاستخدام طريقة المقارنة التاريخية. من المعايير المستخدمة في اختيار طريقة التنبؤ درجة تعقيد وشمولية المسألة، فهناك فرق بين تقدير المبيعات وبين تقدير استجابة السوق أو المستهلكين لمنتج جديد أو لتغيير السعر.

ملاحظات عامة

- أيا كانت الطريقة المستخدمة فلابد من الاحتياط للخطأ، مثلا، مع تقدير المبيعات أو الطلب على المخزون نحتفظ بمخزون احتياطي لمواجهة احتمال أن يأتي الطلب أو الاستهلاك أكبر من المتوقع.
- التقدير بمجال (بهامش خطأ) أفضل من التقدير بقيمة واحدة، والتقدير بمجال يأتي معه احتمال أو مستوى الثقة، ومن خلال اتساع المجال نحكم على دقة التقدير نفسه.
- لكل طريقة عيوبها وميزاتها، الطرق المكلفة والأكثر تعقيدا تراعي جوانب أكثر في الظاهرة والمحيط (مثلا طريقة بوكس–جانكينز أو طريقة دالفي)، لكن ليست بالضرورة هي التي تعطي دائما النتائج الصحيحة.
- الطرق الكمية تعطي تقديرا واضحا ومحددا وبمجال ثقة، لكنها تقف عاجزة عند التغيرات الجذرية؛ الطرق الكيفية لا تعطي تقديرا بمجال لكنها تستوعب حالات التغير الكبير في المحيط (Thoplan, 2014). التنبؤ بالطرق الذاتية ليس بالضرورة أقل دقة من الطرق الإحصائية، بل هناك حالات يكون هو الأدق(Lawrence, Edmundson, & O'Connor, 1985) .
- تحديد هامش الخطأ يكون قبل التقدير؛ من أجل تحديد الإمكانيات المطلوبة (حجم عينة البيانات)، فكلما كان هامش الخطأ المطلوب مسبقا صغيرا كلما زاد حجم العينة اللازم وبالتالي زادت التكلفة.
- التقدير لمجموعات يكون أكثر موثوقية من التقدير لمفردة واحدة؛ مثلا التقدير لمجموعة من المنتجات يكون موثوقا أكثر من التقدير لمنتج واحد، والتقدير لقطاع يكون أوثق من التقدير لمؤسسة، وذلك لأن الخطأ داخل المجموعة يميل إلى أن يلغي بعضه بعضا.
- التقدير للمدى القريب هو دائما أكثر موثوقية من التقدير للمدى البعيد.

4. سلسلة تمارين

التمارين

تمرين 1.

أعط تعريفا مختصرا لكل من طرق التنبؤ التالية:

- طريقة دالفي
- طريقة دراسة السوق
- طريقة استطلاع البائعين والموزعين
- طريقة آراء إطارات المؤسسة
- طريقة استطلاع الزبائن
- طريقة فريق الخبراء
- طريقة المقارنة التاريخية
- طريقة السيناريوهات

تمرين 2.

1. أذكر بعض الميزات والسلبيات لكل من طرق التنبؤ سالفة الذكر.
2. أذكر من بين الطرق السابقة أيها أنسب في كل من الحالات التالية:
   - عندما يكون الوقت المتاح قصيرا.
   - عندما تكون الميزانية المتاحة للتنبؤ ضئيلة.
   - عندما تكون القرارات ذات أهمية استراتيجية للمؤسسة.

تمرين 3.

- أذكر بعض التوجيهات حول كيفية الاختيار بين الطرق غير الكمية.
- أذكر بعض العناصر في المفاضلة بين الطرقة الكمية والطرق غير الكمية في التنبؤ.

تمرين 4.

أجب بصحيح أم خطأ وعلل:

- الطرق الكمية أكثر موضوعية بينما الطرق الكيفية تمتاز بالذاتية؟
- الطرق الكمية تتطلب وجود بيانات سابقة؟
- الطرق الأكثر تعقيدا تعطي دائما تقديرات أصح مقارنة مع الطرق البسيطة؟

- التقدير بمجال أفضل من التقدير بقيمة واحدة؟
- التقدير للمدى البعيد أقل دقة من التقدير للمدى القريب ويتطلب طرق أكثر تعقيدا؟

الحلول

جواب تمرين 4.

- الطرق الكمية أكثر موضوعية بينما الطرق الكيفية تمتاز بالذاتية؟ صحيح، لأن الطرق الكمية تعتمد على البيانات، بينما الطرق غير الكمية تستخدم من بين ما تستخدم الخبرة الشخصية.
- الطرق الكمية تتطلب وجود بيانات سابقة؟ صحيح.
- الطرق الأكثر تعقيدا تعطي دائما تقديرات أصح مقارنة مع الطرق البسيطة؟ غير صحيح، استخدام طريقة معقدة لا يعني بالضرورة التوصل للتقدير الصحيح.
- التقدير بمجال أفضل من التقدير بقيمة واحدة؟ صحيح، التقدير بمجال يتضمن معلومات أكثر من التقدير النقطي، ثم هو يسمح بمعرفة دقة التقدير المتوصل إليه.
- التقدير للمدى البعيد أقل دقة من التقدير للمدى القريب ويتطلب طرق أكثر تعقيدا؟ صحيح، كلما بعد أفق التنبؤ كلما زادت صعوبة التنبؤ لاحتمال حصول تغيرات كبيرة مجهولة وغير متوقعة.

مراجع

Amdouni-Boursier, L., & Livoreil, B. (2018). *La méthode Delphi*. Paris: FRB.

Anderson, S. W. (2007). *Statistiques pour l'économie et la gestion* (éd. 2). (A. David R., W. Dennis J., & A. Thomas A., Trads.) Bruxelles: De Booeck.

Ekionea, J.-P. B., Prosper, B., & Plaisent, M. (2011). Consensus par la méthode Delphi sur les concepts clés des capacités organisationnelles spécifiques de la gestion des connaissances. *Qualitative Researches, Vol. 29(3)*, 168-192. Retrieved from http://www.recherche-qualitative.qc.ca/Revue.html

Giannelloni, J.-L., & Vernette, É. (2012). *Etude de marché, 4me édition, p 4.* Vuibert.

Lawrence, M. J., Edmundson, R. H., & O'Connor, M. J. (1985). An examination of the accuracy of judgmental extrapolation of time series. *International Journal of Forecasting, 1*(1), 25-25.

Malhotra, N., Décaudin, J.-M., & Bouguerra, A. (2007). *Etude Marketing avec SPSS* (éd. 5). Paris: Pearson.

Thoplan, R. (2014). Qualitative v/s Quantitative Forecasting of Yearly Tourist Arrival in Mauritius. *International Journal of Statistics and Applications, 4(4)*, 198-203. Retrieved Jan 11, 2019, from http://journal.sapub.org

استخدم 3 أرقام بعد الفاصلة. بالتوفيق للجميع.

المسألة 1. (3 ن)

أكتب رقم العبارة ثم أكتب صح أم خطأ، مع تصحيح العبارة في حالة الخطأ:

1. **الموسمية في النموذج الجدائي تكون غير مستقلة عن الزمن فهي متزايدة باستمرار.**
2. **نمط الموسمية أقصر من نمط الدورة لأن الموسمية تشاهد في المدى المتوسط والدورة تشاهد في المدى البعيد.**
3. **الموسمية أكثر انتظاما من الدورة غير أن الدورة أكثر شيوعا في ظواهر التسيير.**
4. **لا يمكن للتنبؤ البسيط أن يأخذ في الاعتبار الموسمية أو التوجه لأنه يأخذ دائما آخر قيمة كتوقع للفترة المقبلة.**
5. **لاختيار درجة المتوسطات المتحركة (k) نستخدم نافذة الموسمية لكي نتمكن من إبرازها.**
6. **تقيس مؤشرات الفروق مرونة التمهيد بينما تقيس مؤشرات التشتت دقة التقدير.**

مسألة 2. (3 ن)

كانت أول صفقة تمت بالعملة الافتراضية "البتكوين" في سنة 2010 ، وتمثلت في شراء قطعتي بيتزا ب 10000 وحدة بتكوين، حيث كانت قيمة البتكوين 0.001 دولار. اليوم اتخذت تلك القيمة كقيمة أساس لمؤشر غير رسمي لقيمة البتكوين.

1. **في ديسمبر 2017 أصبحت وحدة البتكوين تباع ب 19500 دولار. أحسب مؤشر سعر البتكوين في هذا التاريخ؟**
2. **لو ادخر الرجل ثمن قطعتي البيتزا في 2010، كم كانت ستكون قيمتها في ديسمبر 2017 ؟**

مسألة 3. (6 ن)

أحصت شركة تأمين عدد الحوادث التي قامت بتعويضها في السنوات الثمان الأخيرة فكانت كما يلي:

السنوات	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
عدد الحوادث	70	90	110	130	147	166	180	195

1. **أكتب دالة التوجه الخطي للتنبؤ بعدد الحوادث بطريقة المربعات الصغرى.**
2. **فسر قيم معاملي الدالة.**
3. **قم بحساب معامل التحديد والتعليق عليه، علما أن تباين Y هو 1702.75**
4. **قدر باستخدام الدالة عدد الحوادث المعوضة في 2019.**

مسألة 4 (8 ن)

لديك البيانات التالية لمبيعات مؤسسة ما.

السنة	2016				2017				2018			
الثلاثي	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
المبيعات	47	51	65	55	52	55	73	61	56	63	79	68

1. **قم بتمهيد HW الجدائي للسلسلة بالمعاملات التالية: $\alpha = 0.8; \beta = 1; \gamma = 0$**
2. **قم بالتوقع لثلاثيات السنة المقبلة.**
3. **أكتب الدالة المستخدمة في Excel (إسم الدالة بدون ذكر المدخلات): - للتقدير في حالة وجود توجه وموسمية.**
   - للتقدير في حالة وجود توجه ولا موسمية.
4. **أذكر البرنامج المستخدم في Excel لتحديد أفضل قيم لمعاملات التمهيد.**

الإجابة النموذجية

المسألة 1.

1. الموسمية في النموذج الجدائي تكون غير مستقلة عن الزمن فهي متزايدة أو متناقصة !.
2. نمط الموسمية أقصر من نمط الدورة لأن الموسمية تشاهد في المدى القصير والدورة تشاهد في المدى المتوسط والبعيد.
3. الموسمية أكثر انتظاما من الدورة وهي أكثر شيوعا من الدورة في ظواهر التسيير (الدورة تلاحظ في المتغيرات الاقتصادية).
4. يمكن للتنبؤ البسيط أن يأخذ في الاعتبار الموسمية من خلال استخدام الموسم نفسه في النافذة السابقة ويمكنه احتساب التوجه من خلال إضافة آخر زيادة محققة.
5. لاختيار درجة المتوسطات المتحركة (k) نستخدم نافذة الموسمية لكي نتمكن من طمسها.
6. تقيس مؤشرات الفروق دقة التقدير بينما تقيس مؤشرات التشتت درجة التشتت.

مسألة 2.

- في ديسمبر 2017 أصبحت وحدة البتكوين تباع ب 19500 دولار. مؤشر سعر البتكوين في هذا التاريخ:

19500(100)/0.001= 1 950 000 000

- لو ادخر الرجل ما بحوزته من بتكوين بدل إنفاقها على البيتزا، واشترى بها دولارات في ديسمبر 2017، سيجني:

10000*19500 = $195 000 000 !!

مسألة 3.

السنوات	t	عدد الحوادث	$(t-mt)^2$	(t-mt)(y-my)
2011	1	70	12,25	231
2012	2	90	6,25	115
2013	3	110	2,25	39
2014	4	130	0,25	3
2015	5	147	0,25	5,5
2016	6	166	2,25	45
2017	7	180	6,25	110
2018	8	195	12,25	206,5
	4,5	136	5,25	94,375
	mt	my	V(t)	Cov(t, y)

a	94,375/5,25	17,976
b	136-17,976(4,5)	55,107

$\hat{y} = 17.976(t)+55.107$

تفسير الميل: عدد الحوادث المعوضة يزيد في المتوسط ب 18 حادث تقريبا في السنة

الثابت ليس له تفسير اقتصادي هنا.

S^2_y =1702,75=> R^2 =(94.375/√(5.25*1702.75))²= 0.996; Méthode 2: $R^2 = 17.976^2(5.25/1702.75)$

معامل التحديد قريب من 1، إذن العلاقة قوية جدا بين الزمن وعدد الحوادث، وبالتالي يمكن الاعتماد على النموذج في التنبؤ.

$\hat{y}_{2019}$=17.976(9)+55.107=217

نتوقع 217 حادث يتم تعويضه في 2019.

المسألة 4

$\hat{y}_t(h) = (L_t + h * T_t) * S_{t+h-p}$ ....(1)

$L_t = \alpha(Y_t/S_{t-p}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$ ...(2)

$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$ ...(3)

$S_t = \gamma(Y_t/L_t) + (1-\gamma)S_{t-p}$ ...(4)

$S_j = Y_j/m(Y_j)$, j = 1, ... , p.

$L_{p+1} = Y_{p+1}/S_1$

$T_{p+1} = L_{p+1} - Y_p/S_p$

P = 4; α = 0.8; β = 1; γ = 0

t	Y	L	T	S	^Y
1	**47**			47/54.5=0.86	
2	**51**	**218/4=54.5**		51/54.5=0.94	
3	**65**			65/54.5=1.19	
4	**55**			55/54.5=1.01	
5	**52**	52/0.86= 60.30	60.46-55/1.01= 5.8	0+0.86	(60.3+5.8)*0.86 = 57
6	**55**	.8(55/.94)+.2(60.30+5.8)=60.24	60.24-60.30=- 0.06	0+0.94	(60.24 - 0.06)*.94 = 56.31
7	**73**	61	0.76	1.19	73.67
8	**61**	60.71	- 0.315	1.01	60.97
9	**56**	64,03	3,32	0,86	58,09
10	**63**	67,33	3,30	0,94	66,09
11	**79**	67,12	- 0,21	1,19	79,79
12	**68**	67,29	0,17	1,01	68,07
13					(67.29+.17)*.86= 58,17
14					(67.29+2*.17)*.94= 63,28
15					(67.29+3*.17)*1.19=80,86
16					(67.29+3*.17)*1.01=68,59

الدالة للتنبؤ في حالة وجود موسمية وتوجه: Forecast.ets

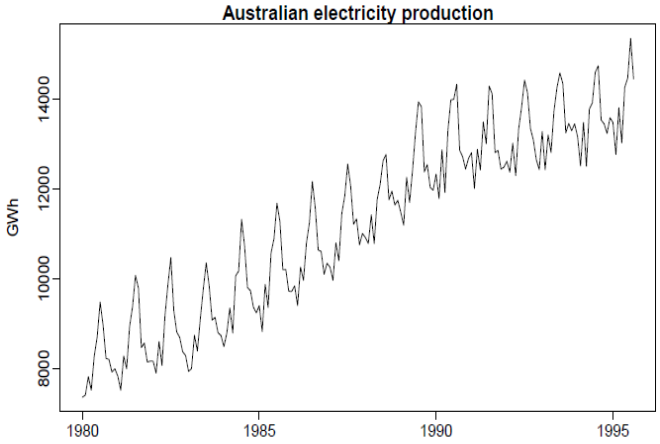
الدالة للتنبؤ في حالة وجود توجه فقط: Forecast.linear

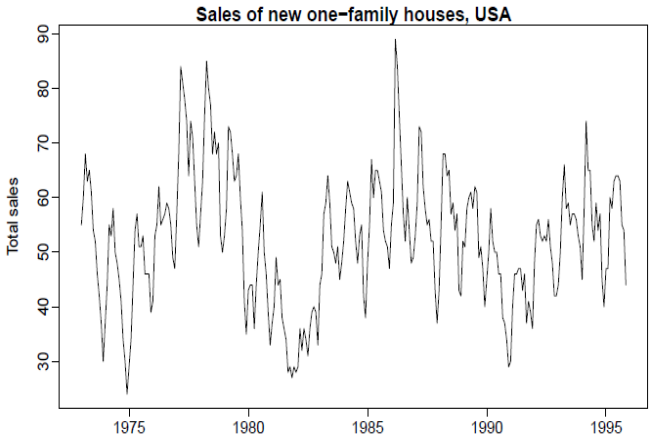
البرنامج المستخدم في Excel لتحديد أفضل قيم لمعاملات التمهيد هو SOLVER

الامتحان التعويضي

المسألة 1. (5 ن)

1. **ما هو الفرق بين النموذج الجمعي والنموذج الجدائي. أكتب النموذجين رياضيا.**
2. **كيف يمكن تحويل النموذج الجدائي إلى نموذج جمعي؟**
3. **إشرح في كل من السلسلتين التاليتين (استهلاك الكهرباء ومبيعات المنازل) المكونات الموجودة ونوع النموذج.**





مسألة 2 (4 ن)

1. **أذكر كل المخرجات التي يمكن الحصول عليها بالتعليمة Forecastsheet في Excel2016؟**
2. **أكتب إسم الدالة المستخدمة في Excel (بدون ذكر المدخلات) للتقدير بطريقة هولت وينترز.**

مسألة 3. (6 ن)

لديك عدد حوادث المرور المسجلة في مدينة ما على مدى 10 اسابيع.

											المتوسط	الانحراف المعياري
الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	***5.5***	2,87
عدد الحوادث	16	10	20	15	15	25	26	20	25	28	***20***	5,62

1. **أكتب دالة التوجه الخطي للتنبؤ بعدد الحوادث بطريقة المربعات الصغرى.**
2. **فسر قيم معاملي الدالة.**
3. **أحسب معامل التحديد وعلق عليه.**
4. **قدر باستخدام الدالة عدد الحوادث في الأسبوع المقبل.**

مسألة 4 (5 ن)

لديك البيانات التالية للمبيعات الفصلية لمؤسسة ما.

Year	2008				2009				2010			
Qtr	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Sales	25	29	43	33	30	33	51	39	34	41	57	46

3. **قم بتمهيد HW الجدائي للسلسلة بالمعاملات التالية: $\alpha = 0.8; \beta = 1; \gamma = 0$**
4. **قم بالتوقع لثلاثيات السنة المقبلة.**

الامتحان الاستدراكي

المسألة 1. (6 ن)

1. **أذكر بعض العوامل التي تأخذ في الاعتبار عند الاختيار بين استخدام الطرقة الكمية أم غير الكمية في التنبؤ.**
2. **أجب بصحيح أم خطأ وعلل:**

- **الطرق الكمية أكثر موضوعية بينما الطرق الكيفية تمتاز بالذاتية؟**
- **الطرق الأكثر تعقيدا تعطي دائما تقديرات أصح مقارنة مع الطرق البسيطة؟**
- **التقدير بمجال أفضل من التقدير بقيمة واحدة؟**
- **التقدير للمدى البعيد أقل دقة من التقدير للمدى القريب ويتطلب طرق أكثر تعقيدا؟**

3. **أكتب المعادلة المستخدمة لحساب القيمة المتوقعة بطريقة التمهيد هولت وينتر الجدائي، وأذكر حالات استخدامها.**

مسألة 2. (7 ن)

لديك المبيعات المسجلة في مؤسسة ما على مدى 10 سنوات.

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
المبيعات (بالمليون)	**15**	**9**	**20**	**16**	**18**	**25**	**24**	**20**	**25**	**28**

1. **أحسب معاملات دالة التوجه بطريقة المربعات الصغرى علما أن متوسط المبيعات 20 والانحراف المعياري 5.44.**
2. **فسر القيم المحصل عليها لمعاملات الدالة.**
3. **استخدم الدالة للتنبؤ بمبيعات 2019.**

مسألة 3. (7 ن)

لديك بيانات المبيعات الفصلية لمؤسسة ما.

السنة	2015				2016				2017				2018			
الفصل	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
المبيعات	**20**	**30**	**40**	**45**	**32**	**38**	**48**	**54**	**36**	**40**	**55**	**58**	**39**	**43**	**60**	**64**

1. **قم بالتمثيل البياني للمبيعات وحدد ما هي المكونات وعلق عليها.**

لإبراز تأثر المبيعات بالزمن t وبالثلاثيات (هذه الأخيرة ممثلة بمتغيرات ثنائية) تم استخدام محلل البيانات في Excel وحصلنا على الجدول التالي.

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*
Intercept	21,6875	1,454787	14,90768	0,000	18,48553462	24,8894654
Q2	4,5625	1,62524	2,807277	0,017	0,985370071	8,13962993
Q3	16,125	1,640312	9,830444	0,000	12,5146966	19,7353034
Q4	19,1875	1,665129	11,52313	0,000	15,52257468	22,8524253
t	1,4375	0,128087	11,22285	0,000	1,155582668	1,71941733

2. **أكتب النموذج.**
3. **قم بالتنبؤ حسب هذا النموذج بالمبيعات في كل من الثلاثيين الثالث والرابع للسنة 2019.**

الإجابة على الامتحان الاستدراكي

المسألة 1. (6 ن)

1- بعض عوامل الاختيار بين الطرقة الكمية وغير الكمية: توفر بيانات شرط لاستخدام الطرق الكمية – المدى البعيد تناسبه أكثر الطرق غير الكمية – الطرق الكيفية أكثر ملائمة للمسالة المعقدة، مثلا تقدير ردة فعل الزبائن لتصميم جديد...

2-

- **الطرق الكمية أكثر موضوعية بينما الطرق الكيفية تمتاز بالذاتية؟ صحيح، لأن الطرق الكمية تعتمد على البيانات، بينما الطرق غير الكمية تستخدم من بين ما تستخدم الخبرة الشخصية.**
- **الطرق الأكثر تعقيدا تعطي دائما تقديرات أصح مقارنة مع الطرق البسيطة؟ غير صحيح، استخدام طريقة معقدة لا يعني بالضرورة التوصل للتقدير الصحيح.**
- **التقدير بمجال أفضل من التقدير بقيمة واحدة؟ صحيح، لأنه يتضمن معلومات أكثر من التقدير النقطي.**

التقدير للمدى البعيد أقل دقة من التقدير للمدى القريب ويتطلب طرق أكثر تعقيدا؟ صحيح، كلما بعد أفق التنبؤ كلما زادت صعوبة التنبؤ لاحتمال حصول تغيرات كبيرة مجهولة وغير متوقعة.

مسألة 2. (7 ن)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$m_t=5.5$
المبيعات (بالمليون)	15	9	20	16	18	25	24	20	25	28	$m_y=20$
$(t-m_t)(y-m_y)$	22,5	38,5	0	6	1	2,5	6	0	17,5	36	$S_{ty}=13$
$(t-m_t)^2$	20,25	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25	20,25	$S^2_t=8,25$

$m_t = 11/2 = 5.5;\ m_y = 20$

$a = S^2_{ty} / S^2_t = 13/ 8.25 = 1.57$

$b = m_y - am_t = 20 - 1.57(5.5) = 11.33,\quad \hat{y}(t) = 1.57(t) + 11.33$

a هي الميل وتمثل مقدار الزيادة في المبيعات في المتوسط من سنة للسنة الموالية.

b هو ثابت الدالة وليس له هنا معنى اقتصادي وإنما له دور حسابي فقط.

مبيعات 2019 حسب الدالة: $\hat{y} = 1.57(11) + 11.33 = 28.6$

مسألة 3. (7 ن)

الرسم البياني يبين وجود موسمية مستقرة نافذتها 4 وتوجه خطي صاعد.

$\hat{y}(t) = 21.687 + 4.56Q2 + 16.125Q3 + 19.187Q4 + 1.437\ t$

$\hat{y}(19) = 21.687 + 4.56\ (0) + 16.125(1) + 19.187(0) + 1.437\ (19) = 65.115$

$\hat{y}(20) = 21.687 + 4.56\ (0) + 16.125(0) + 19.187(1) + 1.437\ (20) = 69.614$

Chapitre 1

Méthodes de base pour l'analyse des séries temporelles

1.1 L'étude des séries temporelles et de leurs composantes

On peut voir une série temporelle comme une suite d'observations répétées d'un même phénomène à des dates différentes (par exemple la température moyenne journalière en un lieu donné, la consommation moyenne en électricité chaque mois en France, le prix du baril de pétrole chaque jour...). Les dates sont souvent équidistantes (séries mensuelles, trimestrielles ou annuelles) sauf dans quelques cas (par exemple les données journalières en économie ne sont pas toujours disponibles les jours non ouvrables). On représente habituellement une série temporelle $(x_t)_{1\leq t\leq T}$ (t désigne le numéro de l'observation) à l'aide d'un graphique avec en abscisse les dates et en ordonnée les valeurs observées.
Les figures 1.1 et 1.2 représentent deux séries temporelles qui correspondent respectivement au trafic voyageur SNCF et à la consommation mensuelle d'électricité.

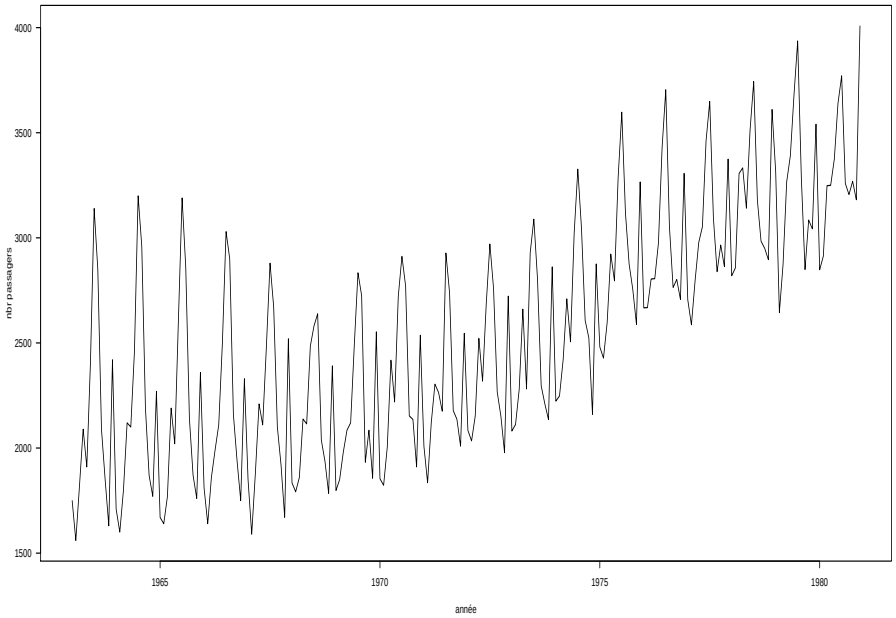


FIGURE 1.1 – Trafic voyageur SNCF en millions de voyageurs kilomètres (observations mensuelles entre 1963 et 1980)

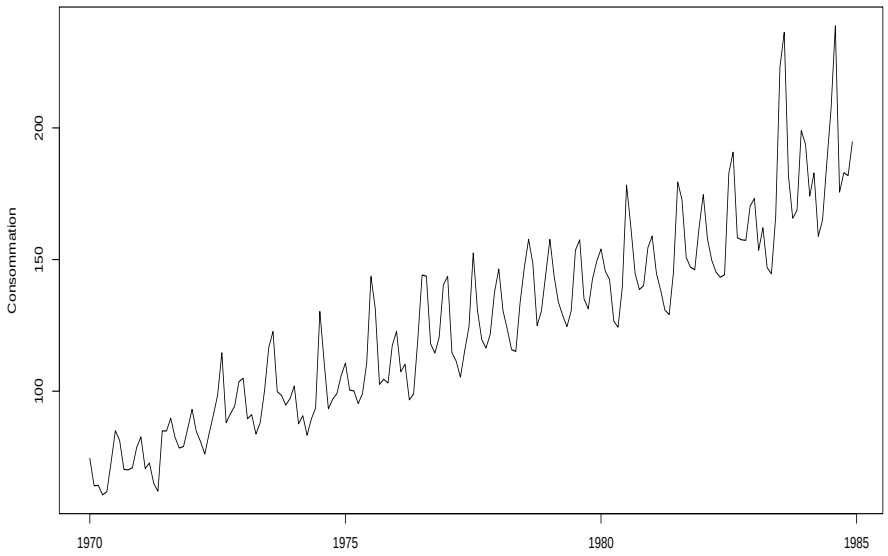


FIGURE 1.2 – Consommation mensuelle d'électricité (en kwh) entre 1970 et 1985

Quelques problèmes posés par les séries temporelles

- Un des problèmes majeurs est celui de la prévision. Peut-on à partir des valeur $x_1, \ldots, x_T$ avoir une idée des valeurs futures $x_{T+1}, x_{T+2} \ldots$? Evidemment on ne peut pas connaitre en pratique la dynamique exacte de la série ; dynamique à travers laquelle les valeurs passées influencent la valeur présente. On pourra toujours tenir compte des valeurs passées ou d'une information auxilliaire (par exemple la consommation d'électricité pourrait être expliquée en tenant compte des températures) mais il existera toujours une composante aléatoire dont il faudra tenir compte d'autant plus que cette composante est en général autocorrélée. Ainsi les valeurs observées $x_1, \ldots, x_T$ seront supposées être des réalisations de variables aléatoires $X_1, \ldots, X_T$ dont il faudra spécifier la dynamique. La prévision pourra alors se faire en estimant la projection de X_{T+1} sur un ensemble de fonctionnelles de $X_1, \ldots, X_T$ (projection linéaire, espérance conditionnelle...). La modélisation doit aussi permettre d'obtenir des intervalles de confiance pour ce type de prévision.
- Résumer la dynamique des valeurs considérées en enlevant les détails de court terme ou les fluctuations saisonnières. On est intéressé ici par l'estimation d'une tendance (on constate à l'oeil une augmentation linéaire pour la consommation d'électricité). Les fluctuations saisonnières correspondent captent elles un comportement qui se répètent avec une certaine périodicité (périodicité annuelle très nette pour l'exemple du trafic voyageur).
- L'interprétation du lien entre plusieurs variables (par exemple des variables économiques) ou de l'influence des valeurs passées d'un d'une variable sur sa valeur présente demande de retrancher les composantes tendancielles et saisonnières (sinon on trouverait des corrélations importantes alors qu'un caractère explicatif est peu pertinent).
- Les séries temporelles multivariées (qui correspondent à l'observation simultanée de plusieurs séries temporelles à valeurs réelles) mettent en évidence les effets de corrélation et de causalité entre différentes variables. Il peut alors être intéressant de savoir si les valeurs prises par une variable $x^{(1)}$ sont la conséquence des valeurs prises par la variable $x^{(2)}$ ou le contraire et de regarder les phénomènes d'anticipation entre ces deux variables.
- D'autres problèmes plus spécifiques peuvent aussi se poser : détection de rupture de tendance qui permettent de repérer des changements profonds en macoréconomie, prévision des valeurs extrêmes en climatologie ou en finance, comprendre si les prévisions faites par les entreprises sont en accord avec la conjoncture...

1.2 Modélisation de base pour les séries temporelles

La décomposition additive

Une des décompositions de base est la suivante

$$X_t = m_t + s_t + U_t, \quad 1 \leq t \leq T$$

où

- $(m_t)_t$ est une composante tendancielle déterministe qui donne le comportement de la variable observée sur le long terme (croissance ou décroissance linéaire, quadratique...). Cette composante peut aussi avoir une expression différente pour différentes périodes (affine par mor-

ceaux par exemple). Par exemple, la consommation en électricité représentée Figure 1.2 fait apparaître une tendance affine $m_t = at + b$. Plus généralement, on peut voir cette composante comme une fonction lisse du temps t.

– $(s_t)_t$ est une suite péridiodique qui correspond à une composante saisonnière (par exemple de période 12 pour les séries du trafic voyageur et de la consommation d'électricité, on peut avoir une période 4 pour les séries trimestrielles, 24 pour des séries horaires en météorologie...). Une somme de plusieurs suites de ce type peuvent être pertinentes (par exemple une série de températures horaires observées sur plusieurs années nécessite la prise en compte d'une péridoicité quotidienne et annuelle).
– $(U_t)_t$ représente une composante irrégulière et aléatoire, le plus souvent de faible variabilité par rapport à la composante saisonnière mais importante en pratique puisque ce terme d'erreur sera le plus souvent autocorrélé (c'est à dire que la covariance entre U_t et U_{t+h} sera non nulle). Nous verrons quels types de modèles peuvent être utilisés pour l'étude de cette composante.

La décomposition multiplicative

On décompose la série temporelle sous la forme $X_t = m_t s_t U_t, \quad 1 \leq t \leq T$. Les composantes $(m_t)_t$ et $(s_t)_t$ sont de la même forme que pour le modèle additif et la composante irrégulière $(U_t)_t$ a pour moyenne 1. Par une transformation logarithmique, on se ramène à une décomposition additive. Cette décomposition multiplicative est intéressante lorsqu'on observe une variation linéaire des effets saisonniers comme le montre la Figure 1.2. On peut aussi combiner l' approche additive et l'approche multiplicative en décomposant $X_t = m_t s_t + U_t$.

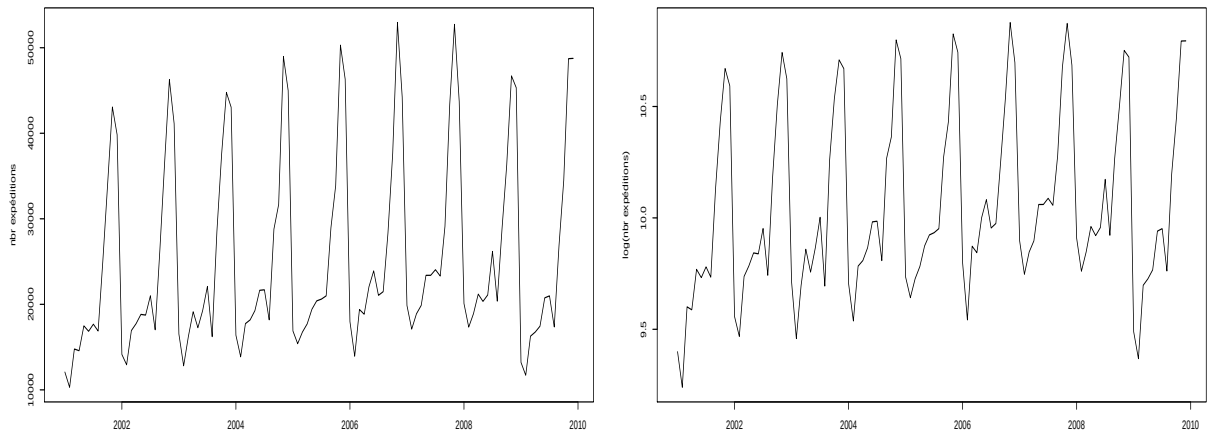


FIGURE 1.3 – Expédition mensuelle de champagne en milliers de bouteilles entre 2001 et 2010 (série intiale à gauche et son logarithme à droite)

Dynamique autorégressive

La dynamique de la série temporelle est basée sur des équations récursives du type

$$X_t = f\left(X_{t-1}, \ldots, X_{t-p}, \varepsilon_t\right), \quad p+1 \leq t \leq T$$

où f est une fonction mesurable qui dépend d'un paramètre inconnu et $(\varepsilon_t)_t$ est une perturbation aléatoire non observée. Comme nous le verrons dans ce cours, l'utilisation de fonctions f linéaires est souvent pertinente pour modéliser la dynamique de la composante irrégulière $(U_t)_t$ des décompositions additives et multiplicatives. Notons que des modélisations de ce type peuvent faire intervenir d'autres variables observées (information auxilliaire) $(Z_t^{(1)})_t, \ldots, Z_t^{(k)}$ à travers la fonction f. Ces modèles sont aussi souvent utilisées pour étudier la dynamique des rendements des séries financières (voir la série de l'indice du CAC40, Figure 1.4).

FIGURE 1.4 – Indice boursier du CAC40 du 01/01/2006 au 10/10/2014

1.3 Désaisonnaliser par la méthode de la régression linéaire

On supposera dans cette partie que

$$X_t = a + bt + s_t + U_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T,$$

où s est un suite périodique de période k connue (saisonnalité) et $(U_t)_{1 \leq t \leq T}$ correspond à un bruit. Pour simplifier, on supposera que $U_1, \ldots, U_T$ sont i.i.d bien que cette hypothèse sera relâchée par la suite. Nous allons écrire un modèle linéaire qui permet d'estimer conjointement les deux coefficients de tendance (a, b) ainsi que la saisonnalité (c'est à dire les valeurs $s_1, s_2, \ldots, s_k$). Pour

simplifier, nous supposerons que $T = Nk$ pour un entier N (la taille de l'échantillon est proportionnelle à la période). Pour $1 \leq j \leq k$, soit e^j le vecteur de $\mathbb{R}^T$ composé de 0 sauf pour les coordonnées n°$j + \ell k$ qui valent 1. En posant $\alpha_j = s_j$, on a

$$S_t = \sum_{j=1}^{k} \alpha_j e_t^j.$$

En posant $Y = (X_1, X_2, \ldots, X_T)'$, $z = (1, 2, \ldots, T)$ et en notant $\mathbb{1}$ le vecteur formé uniquement de 1, on a l'écriture vectorielle

$$Y = a\mathbb{1} + bz + \sum_{j=1}^{k} \alpha_j e^j + U.$$

Mais il y a trop de paramètres, la somme des vecteurs e^j coïncide avec le vecteur $\mathbb{1}$. Pour que le modèle soit identifiable, on supposera que $\sum_{j=1}^{k} \alpha_j = 0$ ce qui revient à imposer que

$$s_{t+1} + s_{t+1} + \ldots + s_{t+k} = 0, \quad t \in \mathbb{Z}, \tag{1.1}$$

au niveau du facteur saisonnier. En remplaçant $\mathbb{1}$ par $\sum_{j=1}^{k} e^j$ et en posant $\beta_j = a + \alpha_j$, on obtient

$$Y = bz + \sum_{j=1}^{k} \beta_j e^j + \varepsilon = bz + E\beta + \varepsilon,$$

où E est la matrice dont les vecteurs colonnes sont $e^1, \ldots, e^k$ et $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_k)'$. Les relations entre les différents coefficients sont

$$a = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} \beta_j, \quad \alpha_j = \beta_j - a.$$

Les vecteurs $z, e^1, \ldots, e^k$ sont libres et on peut estimer b, β par moindres carrés sans contrainte. On pose

$$\left(\hat{b}, \hat{\beta}\right) = \arg \min_{b \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}^k} \|Y - bz - E\beta\|^2,$$

où $\|\cdot\|$ désigne la norme euclidienne sur $\mathbb{R}^T$.
On définit alors

$$\hat{a} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} \hat{\beta}_j, \quad \hat{\alpha}_j = \hat{\beta}_j - \hat{a}.$$

Proposition 1 *Posons pour $n = 1, \ldots, N$ et $j = 1, \ldots, k$,*

$$\widetilde{x_n} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} X_{(n-1)k+j}, \quad \bar{x}_j = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} X_{(n-1)k+j}.$$

Si $\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} X_t$, on a les formules

$$\hat{b} = \frac{12}{k} \frac{\sum_{n=1}^{N} n\widetilde{x_n} - \frac{N(N+1)}{2} \bar{x}}{N(N^2-1)},$$

$$\hat{a} = \bar{x} - \frac{Nk+1}{2}\hat{b},$$

$$\hat{\alpha}_j = \bar{x}_j - \bar{x} + \hat{b}\left(\frac{k+1}{2} - j\right).$$

Preuve. Le couple $\left(\hat{b}, \hat{\beta}\right)$ vérifie les deux équations

$$z'z\hat{b} + z'E\hat{\beta} = z'Y, \quad E'z\hat{b} + E'E\hat{\beta} = E'Y.$$

On tire de la deuxième relation l'égalité

$$\hat{\beta} = (E'E)^{-1}\left(E'Y - E'z\hat{b}\right). \tag{1.2}$$

En reportant dans la première équation, on obtient

$$\hat{b} = \left(z'z - z'E(E'E)^{-1}E'z\right)^{-1}\left(z'Y - z'E(E'E)^{-1}E'Y\right). \tag{1.3}$$

On a

$$\begin{aligned} z'Y &= \sum_{t=1}^{T} tX_t \\ &= \sum_{n=1}^{N}\sum_{j=1}^{k}((n-1)k+j)\,X_{(n-1)k+j} \\ &= N\sum_{j=1}^{k} j\bar{x}_j + k^2\sum_{n=1}^{N} n\widetilde{x}_n - kT\bar{x}. \end{aligned}$$

A partir des formules

$$z'z = \frac{1}{6}T(T+1)(2T+1), \quad E'Y = \begin{pmatrix} N\bar{x}_1 \\ \vdots \\ N\bar{x}_k \end{pmatrix}, \quad E'z = \left(Nj + \frac{k}{2}N(N-1)\right)_{1\le j\le k}, \quad E'E = NI_k$$

et de quelques calculs, l'expression (1.3) devient

$$\hat{b} = \frac{12}{k}\frac{\sum_{n=1}^{N} n\widetilde{x}_n - \frac{N(N+1)}{2}\bar{x}}{N(N^2-1)}.$$

En reportant cette expression dans (1.2), les expressions annoncées pour les $\hat{\beta}_j$, $\hat{a}$ et $\hat{\alpha}_j$ se déduisent aisément.□

1.3.1 Application au trafic SNCF

Nous considérons ici une application à l'étude de la série du trafic voyageur de la SNCF. En effectuant une régression linéaire à partir d'une saisonnalité mensuelle (donc $k = 12$) et d'une tendance affine, nous obtenons

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= 6.44 \times t + 1531.43 \times S_t^1 + 1431.27 \times S_t^2 + 1633.16 \times S_t^3 + 1872.55 \times S_t^4 + 1799.89 \times S_t^5 \\ &+ 2192.22 \times S_t^6 + 2547.17 \times S_t^7 + 2219.68 \times S_t^8 + 1711.07 \times S_t^9 + 1637.35 \times S_t^10 \\ &+ 1477.19 \times S_t^{11} + 2126.63 \times S_t^{12}.\end{aligned}$$

Le coefficient de détermination vaut $R^2 \approx 0.99$. Toutefois les résidus présentent des aspects atypiques (résidus négatifs au milieu de la série, convexité du graphe). Une tendance quadratique pourrait être considérée pour la série initiale.

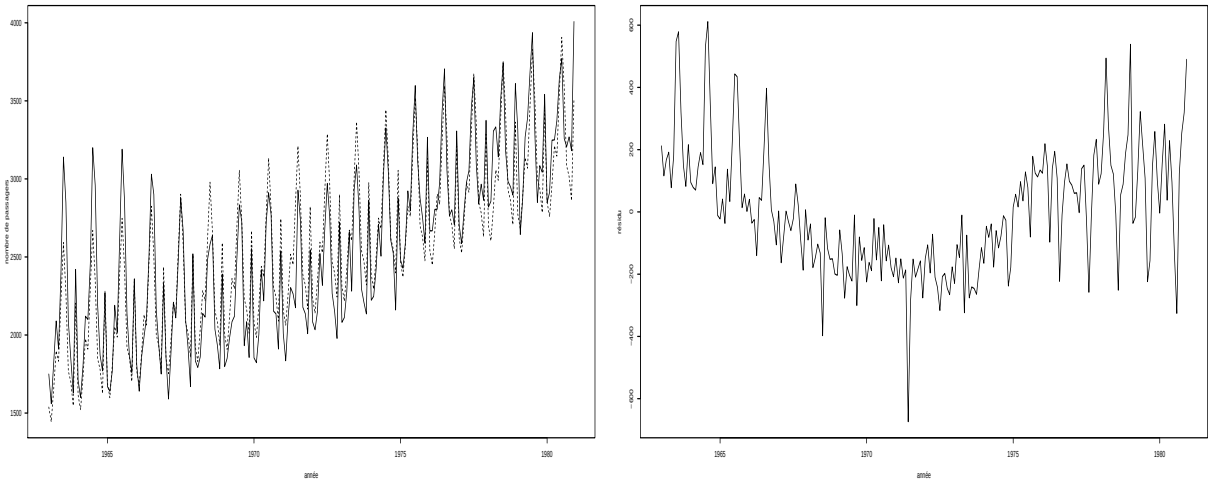


FIGURE 1.5 – Comparaison de la série avec la série des valeurs ajustées (à gauche, les valeurs ajustées sont représentées en pointillés) et graphe des résidus (à droite)

L'inclusion de la variable t^2 dans la régression permet de corriger ces problèmes. Mais le résultat est loin d'être parfait. Au vu des graphes des résidus (et même des données initiales), on pourrait appliquer une transformation logarithmique (utile aussi pour stabiliser la variance). Mais la stabilité des coefficients de saisonnalité est aussi mise en doute (les résidus ne montrent pas une absorption complète de la composante saisonnière).

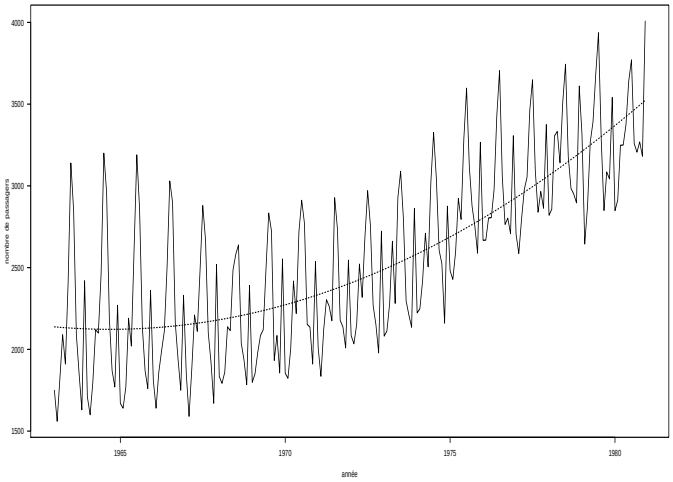


FIGURE 1.7 – Tendance estimée pour la deuxième régression (en pointillé)

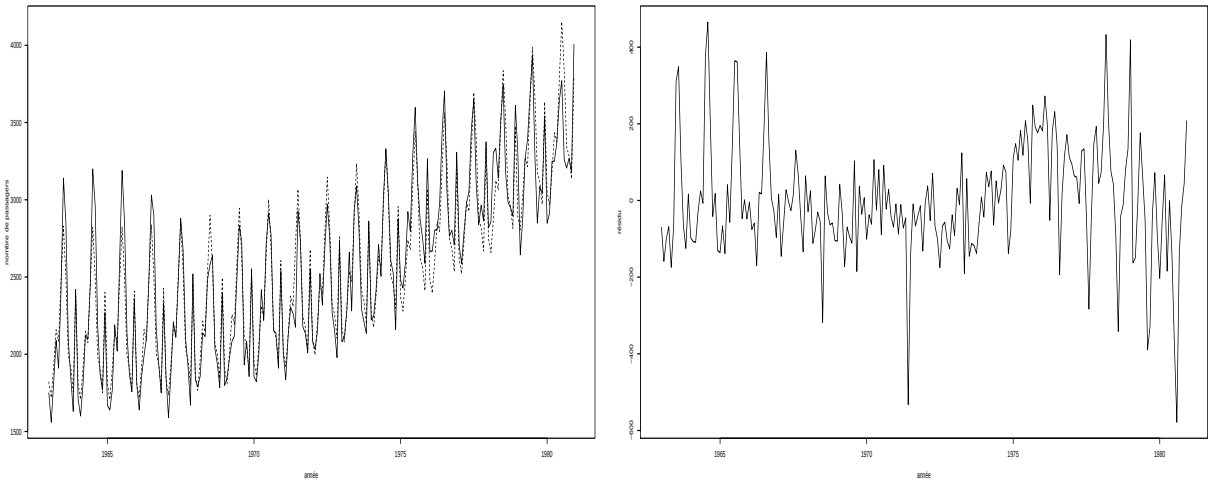


FIGURE 1.6 – Incorporation d'une tendance quadratique. Comparaison de la série avec la série des valeurs ajustées (à gauche, les valeurs ajustées sont représentées en pointillés) et résidus (à droite)

1.4 Désaisonnalisation à partir de moyennes mobiles

Dans cette section, on considère une décomposition additive de la série temporelle,

$$X_t = m_t + s_t + u_t, \quad 1 \leq t \leq T.$$

On supposera dorénavant que la composante saisonnière $(s_t)_t$ vérifie la condition (1.1) c'est à dire que sa moyenne est nulle sur une période. Supposons que l'on veuille estimer une des compo-

santes de la série, par exemple la tendance. Un moyen est d'appliquer une transformation linéaire f à la série qui conserve la tendance T, élimine la saisonnalité s et ce sans trop amplifier la partie stochastique u. Les transformations utilisées sont les moyennes mobiles et l'utilisation de ces transformations peut s'interpréter comme des régressions locales sur des constantes. Un des intérêts majeurs de cette méthode est d'être plus robuste aux changements de régime (e.g des ruptures de tendances).

1.4.1 Moyennes mobiles et régressions locales

Définition 1 *Une moyenne mobile M est un opérateur linéaire du type $M = \sum_{i=-p_1}^{p_2} \theta_i B^{-i}$ où*

- *p_1 et p_2 sont deux entiers positifs,*
- *$\theta_{-p_1}, \dots, \theta_1, \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{p_2}$ sont des nombres réels (les coefficients de M).*
- *B est l'opérateur retard (backward) qui a une suite de nombres réels $(x_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ associe la suite $(x_{t-1})_{t\in\mathbb{Z}}$ et B^{-1} désigne son inverse.*

L'ordre de la moyenne mobile M est le nombre de coefficients $p_1 + p_2 + 1$ qui la compose.

On a donc pour une suite $(x_t)_{t\in\mathbb{Z}}$,

$$M(x)_t = \sum_{i=-p_1}^{p_2} \theta_i x_{t+i}.$$

Pour la série temporelle $(X_t)_{1\leq t\leq T}$, on ne peut définir $M(X)_t$ que si $p_1 + 1 \leq t \leq T - p_2$. Dans un premier temps nous occulterons les problèmes de bord qui empêchent de définir $M(X)_t$ pour $1 \leq t \leq p_1$ et $T - p_2 + 1 \leq t \leq T$ (en supposant que la série initiale est définie sur $\mathbb{Z}$ par exemple).

Définition 2 *Soit $M = \sum_{i=-p_1}^{p_2} \theta_i B^{-i}$ une moyenne mobile. On dit que M est centrée si $p_2 = p_1 = p$. De plus, si M est centrée, on dira que M est symétrique si $\theta_i = \theta_{-i}$.*

Par exemple la moyenne mobile M telle que $M(X)_t = 2X_{t-1} + X_t + 2X_{t+1}$ est centrée symétrique. Notons qu'une moyenne mobile centrée est automatiquement d'ordre impair.

Exercice 1 Si M_1 et M_2 sont des moyennes mobiles, la moyenne mobile composée, notée M_2M_1, est définie par $M_2M_1(X) = M_2(M_1(X))$. Vérifier que $M_2M_1 = M_1M_2$ (la composition est commutative). Vérifier également que l'ensemble des moyennes mobiles, des moyennes mobiles centrées ou des moyennes mobiles symétriques est stable par composition.

Définition 3 *Soit M une moyenne mobile.*

1. *On dit M conserve $(X_t)_t$ (ou que $(X_t)_t$ est invariante par M) si $M(X) = X$.*
2. *On dit que qu'une série (X_t) est absorbée par M si $M(X) = 0$.*

Exercice 2 Montrer qu'une moyenne mobile M centrée conserve les suites constantes ssi la somme de ses coefficients valent 1. Si M est symétrique et conserve les constantes, montrer que M conserve les polynômes de degré 1 (i.e $X_t = at + b$).

Exercice 3 Si I est l'application identité (i.e $I(X) = X$) soit $M = (I-B)^p$ (on itère p fois l'opérateur $I - B$). Décrire $M(X)_t$ pour $p = 1, 2, 3$. Montrer que M transforme un polynôme de degré p en une constante. On peut ainsi éliminer les tendances de bas degré.

Exercice 4 Montrer qu'une moyenne mobile centrée conserve tout polynôme de degré d si et seulement si ses coefficients vérifient les équations

$$\sum_{i=-p}^{p} \theta_i = 1, \quad \sum_{i=-p}^{p} i^\ell \theta_i = 0, \quad 1 \leq \ell \leq d.$$

Elimination de la tendance et de la saisonnalité

Si la série se décompose sous la forme $X_t = m_t + s_t + U_t$ avec $(m_t)_t$ polynomial et $(s_t)_t$ de période k, on peut toujours éliminer la tendance et la saisonnalité en appliquant une moyenne mobile du type $M = \left(I - B^k\right)(I - B)^d$. C'est le moyen le plus simple de se ramener à une composante résiduelle qui ne présente ni périodicité, ni tendance.

Liens avec la régression

Si M est une moyenne mobile centrée et à coefficients positifs et dont la somme vaut 1, alors $M(X)_t$ minimise la fonction $a \mapsto \sum_{i=-p}^{p} \theta_i (X_{t+i} - a)^2$. On parle de régression locale (au point t) sur une constante puisqu'on n'utilise que quelques valeurs de la série (dont les indices sont proches de t) dans le critère des moindres carrés. Pour une série sans saisonnalité $X_t = m_t + u_t$, $M(X)_t$ peut s'interprêter comme une estimation locale de la tendance (on fait en sorte que M préserve la forme de la tendance, par exemple les polynômes de degré 1). Par rapport à la méthode de régression (non locale) vue à la section précédente, l'utilisation des moyennes mobiles rend les estimations plus robustes à des changements de régime tels que par exemple des ruptures de tendance. Une comparaison des deux méthodes est illustrée Figure 1.8 à partir de la série $(X_t)_{1 \leq t \leq 50}$ définie par

$$X_t = \begin{cases} t + U_t \text{ si } 1 \leq t \leq 25 \\ 2t - 25 + U_t \text{ si } 26 \leq t \leq 50 \end{cases}$$

où les U_t sont i.i.d de loi gaussienne $\mathcal{N}(0, 4)$.

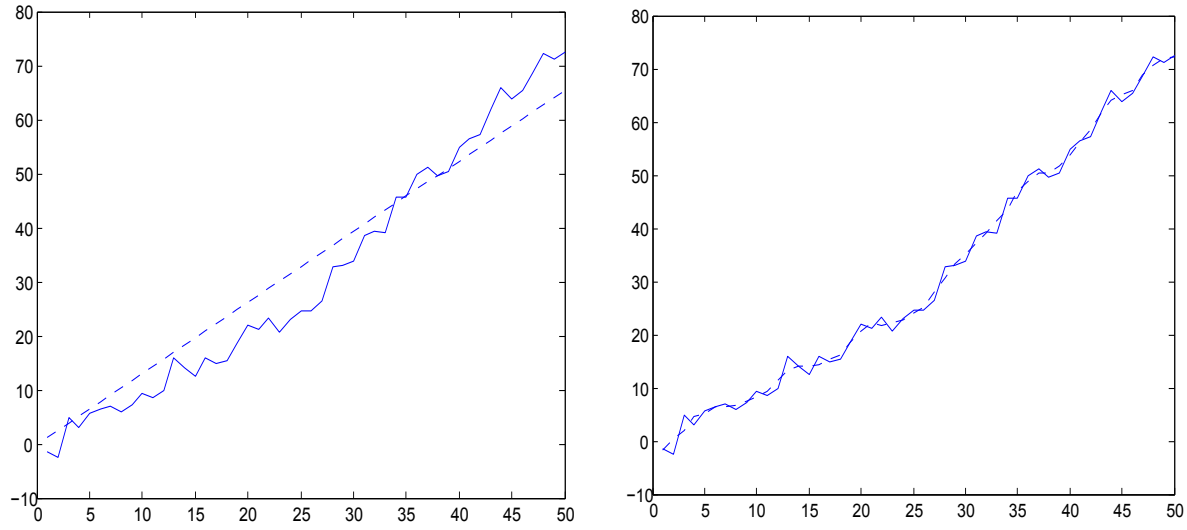


FIGURE 1.8 – Estimation de la tendance par régression (en ignorant la rupture, graphe de gauche) puis par l'application de $M(X)_t = \frac{X_{t-1}+X_t+X_{t+1}}{3}$ qui conserve les droites (la tendance estimée figure en pointillés)

Typiquement, on essaie d'utiliser les moyennes mobiles de la façon suivante. On applique d'abord une moyenne mobile qui laisse la tendance invariante et qui absorbe la saisonnalité. Ceci permet d'avoir une première estimation de la tendance. Ensuite, on retranche cette estimation à la série initiale pour pouvoir estimer la saisonnalité à l'aide d'une autre moyenne mobile (qui conserve la saisonnalité et atténue le bruit). On retranche l'estimation de la saisonnalité à la série initiale pour estimer plus précisément la tendance et ainsi de suite.

Un des critères importants quant à l'utilisation des moyennes mobiles est le critère du rapport de variance qui correspond au quotient

$$\frac{\mathrm{Var}\left(\sum_{i=-p_1}^{p_2} \theta_i \varepsilon_i\right)}{\mathrm{Var}\left(\varepsilon_1\right)} = \sum_{i=-p_1}^{p_2} \theta_i^2,$$

où $(\varepsilon_i)_i$ correspond à un bruit blanc (i.e variables aléatoires centrées, décorrélées deux à deux et de même variance).

Définition 4 *Le rapport de variance d'un moyenne mobile M est la quantité $\sum_{i=-p_1}^{p_2} \theta_i^2$.*

1.4.2 Suites récurrentes linéaires

Soit M une moyenne mobile centrée. Alors $(y_t)_t$ est absorbée par M ssi $(y_t)_t$ vérifie l'équation de récurrence

$$\sum_{i=-p}^{p} \theta_i y_{t+i} = 0.$$

Lorsque tous les θ_i sont non nuls, l'ensemble des suites solutions est un espace vectoriel de dimension $2p$ (tous les termes de la suite peuvent s'écrirent comme combinaison linéaire de $y_1, y_2, \ldots, y_{2p}$. Si on cherche des solutions de la forme $y_t = \lambda^t$ où λ est un nombre complexe non nul, on voit que λ doit vérifier

$$\mathcal{P}(\lambda) = \theta_p \lambda^{2p} + \theta_{p-1}\lambda^{2p-1} + \cdots + \theta_{-p+1}\lambda + \theta_{-p} = 0.$$

Le polynôme $\mathcal{P}$ est appelé polynôme caractéristique de M et λ est forcément racine de $\mathcal{P}$. Si $m(\lambda)$ désigne la multiplicité de la racine λ, toute suite $(y_t)_t$ de la forme $y_t = t^\ell \lambda^t$ où $\ell \leq m(\lambda) - 1$ est une solution et on obtient l'ensemble des solutions à partir de combinaisons linéaires de solutions de ce type. Remarquons que si λ est une racine complexe alors $\bar{\lambda}$ est aussi une racine de $\mathcal{P}$ et on obtient $2m(\lambda)$ solutions réelles de la forme $y_t = t^\ell \rho^t \cos(\phi t)$ ou $y_t = t^\ell \rho^t \sin(\phi t)$, $0 \leq \ell \leq m(\lambda) - 1$.

Exemples

– Toute moyenne mobile telle que $\theta_i = \theta$ pour $-p \leq i \leq p$ aborbe les suites $(y_t)_t$ telles que

$$\sum_{i=1}^{2p+1} y_{t+i} = 0.$$

Ceci signifie que M absorbe toutes les saisonnalités de période impaire $k = 2p + 1$. De plus

$$\mathcal{P}(\lambda) = \theta \sum_{i=0}^{2p} \lambda^i = \theta \frac{1 - \lambda^{2p+1}}{1 - \lambda}.$$

Une base de solutions est constituée de $y_t = \cos\left(\frac{2\pi}{2p+1} jt\right)$ et $y_t = \sin\left(\frac{2\pi}{2p+1} jt\right)$ pour $1 \leq j \leq p$. De plus si M est une moyenne mobile qui absorbe les saisonnalités de période k nulles en moyenne alors il est clair que le polynôme caractéristique de M est divisible par $1 + \lambda + \cdots + \lambda^{k-1}$.

– Une moyenne mobile M absorbe les polynômes de degré d ssi 1 est racine de $\mathcal{P}$ avec une multiplicité $\geq d + 1$ et donc ssi $\mathcal{P}$ est divisible par $(1 - \lambda)^{d+1}$.

1.4.3 Les moyennes mobiles arithmétiques

Si on s'intéresse aux moyennes mobiles centrées qui conservent les constantes (i.e $\sum_{i=-p}^{p} \theta_i = 1$) et qui minimisent le rapport de réduction de la variance $\sum_{i=-p}^{p} \theta_i^2$, on trouve la solution $\theta_i = \frac{1}{2p+1}$ et on a

$$M(X)_t = \frac{1}{2p+1}\left(X_{t-p} + \cdots + X_{t+p}\right).$$

D'après la sous-section précédente, on a le résultat suivant.

Proposition 2 *Une moyenne arithmétique d'ordre* $2p + 1$ *absorbe les saisonnalités de périodes* $k = 2p + 1$ *qui sont nulles en moyenne et préserve les polynômes de degré* 1.

Toutefois, en pratique, il est souvent nécessaire de considérer des saisonnalités de période paire (données trimestrielles ou mensuelles). Pour cela, si la période est $k = 2p$, on utilise la moyenne mobile $M = \frac{1}{2}M_1 + \frac{1}{2}M_2$ avec

$$M_1(X)_t = \frac{1}{2p}\left(X_{t-p} + X_{t-p+1} + \cdots + X_{t+p-1}\right), \quad M_2(X)_t = \frac{1}{2p}\left(X_{t-p+1} + X_{t-p+1} + \cdots + X_{t+p}\right).$$

Les moyennes mobiles M_1 et M_2 absorbent les saisonnalités de période $2p$ et de moyenne nulle mais elles ne sont pas symétriques. En revanche

$$M(X)_t = \frac{1}{2p}\left(\frac{1}{2}X_{t-p} + X_{t-p+1} + \cdots + X_{t+p-1} + \frac{1}{2}X_{t+p}\right)$$

et M est symétrique, annule les saisonnalités de période $2p$ et de moyenne nulle et préserve les polynômes de degré 1. On peut aussi montrer que cette moyenne mobile possède des propriétés d'optimalité concernant la réduction du rapport de variance.

Estimation de la tendance et de la saisonnalité

Une façon simple d'estimer une tendance linéaire (ou même linéaire par morceaux) est d'appliquer une moyenne mobile arithmétique qui annule la saisonnalité. On obtient une estimation $\hat{m}_t$ de la tendance et $X_t - \hat{m}_t$ est une estimation de $s_t + U_t$. On définit ensuite pour $1 \leq \ell \leq k$, w_ℓ comme la moyenne sur j des $X_{\ell+kj} - \hat{m}_{\ell+kj}$ et on pose $\hat{s}_\ell = w_\ell - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} w_i$ (pour que la moyenne sur une période soit bien nulle). On peut alors appliquer ensuite une moyenne mobile à $X_t - \hat{s}_t$ pour estimer plus précisément la tendance puis de nouveau la saisonnalité.

1.4.4 Moyenne mobile d'Henderson

Une des propriétés souhaitées pour une moyenne mobile est la réduction des oscillations de la série initiale. Soit par exemple la série $X_t = \mathbb{1}_{t=0}$. Si M est une moyenne mobile centrée d'ordre $2p + 1$, on voit que $M(X)_t = \theta_{-t}\mathbb{1}_{-p\leq t\leq p}$. La régularité de $t \mapsto M(X)_t$ est équivalente à la régularité des coefficients dans ce cas.

Henderson a proposé de trouver des moyennes mobiles M d'ordre $2p + 1$, qui conservent les polynômes de degré 2 et qui minimise la quantité

$$C(M) = \sum_{i=-p+3}^{p} \left((I - B)^3(\theta)_i\right)^2.$$

L'annulation de $(I-B)^3(\theta)$ a lieu lorsque les points (i, θ_i) sont situés sur une parabole. On peut alors interpréter $C(M)$ comme un écart des coefficients de M avec la forme parabolique et donc comme un indicateur de régularité pour $i \mapsto \theta_i$. Il faut alors minimiser $C(M)$ sous les contraintes

$$\sum_{i=-p}^{p} \theta_i = 1, \quad \sum_{i=-p}^{p} i\theta_i = 0, \quad \sum_{i=-p}^{p} i^2\theta_i = 0.$$

On peut montrer que ce problème se résout explicitement.

1.4.5 Procédures disponibles et traitement des extrémités de la série

Les procédures $X11$ et $X12$ (implémentées notamment sous SAS) sont basées sur des applications successives de moyennes mobiles avec au final une estimation des trois termes m_t, s_t et U_t (ou des trois facteurs puisqu'il existe une version multiplicative) Les moyennes mobiles utilisées correspondent à celles vues aux sous-sections précédentes (arithmétique, de Henderson et des moyennes qui permettent de recentrer les coefficients saisonniers estimés sur une période). On pourra consulter [4] pour un exposé détaillé de ces procédures. Mais, comme évoqué au début de cette section, l'application d'une moyenne mobile symétrique ne peut se faire si $t \leq p$ ou $t \geq T - p + 1$ ce qui empêche de connaitre les valeurs récentes de la série corrigée des variations saisonnières. On peut considérer deux solutions pour y remédier. La première est d'utiliser des moyennes mobiles asymétriques au bord (c'est ce que fait la méthode $X11$ initiale). La seconde est de prévoir $X_{T+1}, \ldots, X_{T+k}$ à partir de $X_1, \ldots, X_T$ à l'aide d'une méthode de prévision puis d'augmenter la série avec ces prévisions. Remarquons que si la prévision est linéaire, appliquer une moyenne mobile sur la série augmentée revient en fait à appliquer directement une moyenne mobile asymétrique en $t = T - k + 1, \ldots, T$ (et donc à la première solution). C'est cette deuxième solution qui est utilisée dans les méthodes $X11$ ARIMA et $X12$ ARIMA. Les modèles ARIMA seront étudiés plus loin dans ce cours. Notons aussi que ces procédures ont des options permettant la correction des valeurs aberrantes ou encore la prise en compte des jours fériés.

1.4.6 Illustration de la méthode $X - 11$ sur les données SNCF

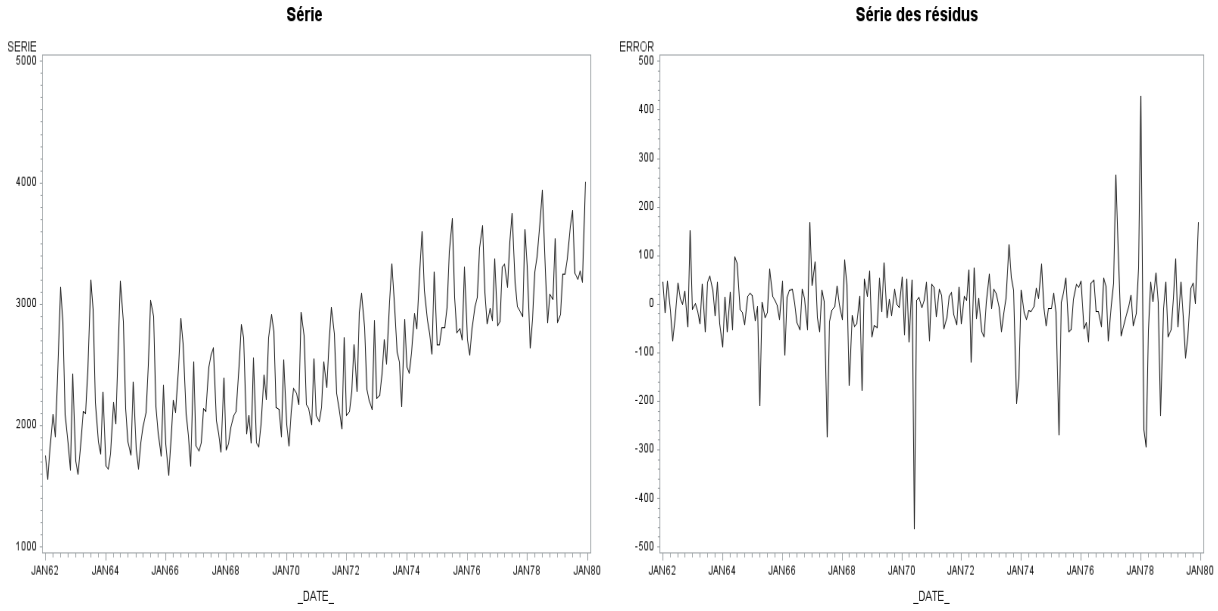


FIGURE 1.9 – La série et les résidus après application de la procédure $x11$

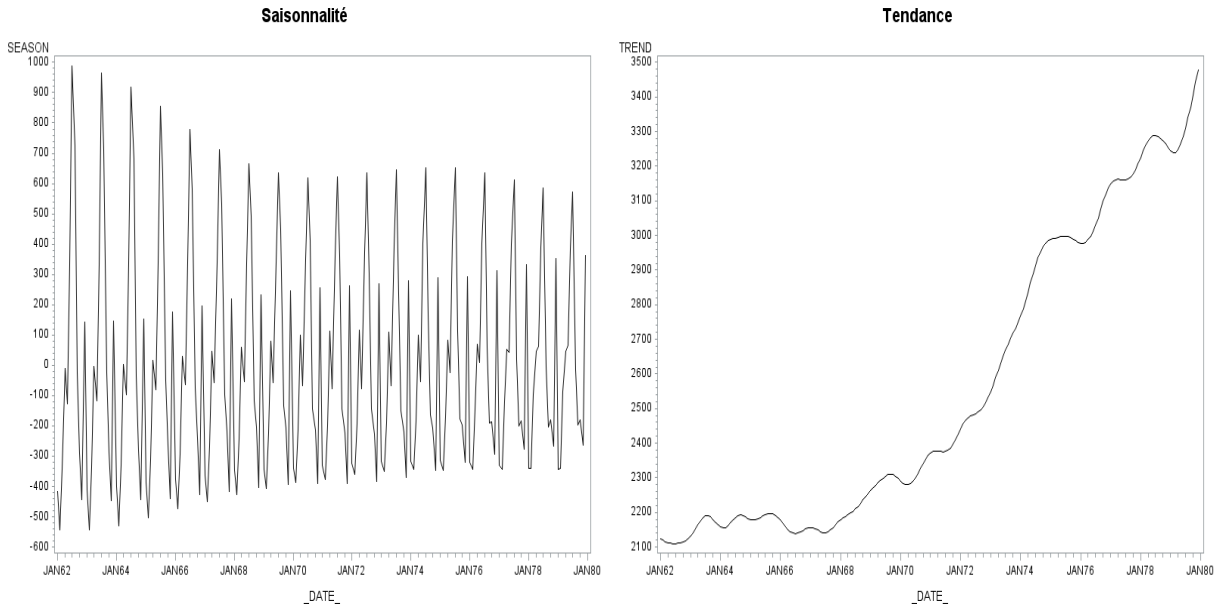


FIGURE 1.10 – Estimations de la tendance et de la saisonnalité obtenues à partir de la procédure $x11$

1.5 Lissage exponentiel

On dispose d'une série temporelle $X_1, X_2, \ldots, X_T$ et on souhaite prévoir les valeurs futures : X_{T+1},X_{T+2},.... On note $\hat{X}_T(h)$ la prévision de X_{T+h} pour $h \in \mathbb{N}^*$. L'entier h est appelé horizon de la prévision.

1.5.1 Lissage exponentiel simple

Pour une constante β appelée constante de lissage ($0 < \beta < 1$), on définit

$$\hat{X}_T(h) = (1-\beta) \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j X_{T-j}. \tag{1.4}$$

Cette prévision ne dépend de h qu'à travers β. Lorsque β est proche de 1, la prévision tient compte d'un grand nombre de de valeurs passées. Lorsque β est proche de zéro, seules les valeurs récentes de la série ont une importance. Dans la suite, on oublie l'entier h dans la notation et on note $\hat{X}_T$ au lieu de $\hat{X}_T(h)$. Une autre écriture de (1.4) est

$$\hat{X}_T = \hat{X}_{T-1} + (1-\beta)\left(X_T - \hat{X}_{T-1}\right). \tag{1.5}$$

La formule (1.5) montre que la prévision $\hat{X}_T$ s'interprète comme la prévision faite à l'instant précédent corrigée par un terme proportionnel à l'erreur de prévision correspondante. On obtient aussi une formule de mise à jour, que l'on peut initialiser par exemple par $\hat{X}_1 = X_1$ (noter que comme $0 < \beta < 1$, le valeur initiale aura peu d'influence lorsque T est grand).

L'interprétation suivante conduira à des généralisations de cette méthode. Si on souhaite minimiser en $C \mapsto \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j \left(X_{T-j} - C\right)^2$, on trouve l'expression

$$\hat{C} = \frac{1-\beta}{1-\beta^T} \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j X_{T-j}$$

qui correpond à peu près à $\hat{X}_T$ lorsque T est grand. La valeur $\hat{X}_T(\omega)$ s'interprète alors comme la constante qui approxime le mieux la série au voisinage de T (les β^j pondèrent l'importance de la j-ième observation). **Il est donc préférable de ne pas appliquer cette méthode lorsque la série présente une tendance non constante ou d'importantes fluctuations (de sorte qu'une approximation localement constante soit peu réaliste).**

Choix de la constante de lissage β

Une méthode naturelle et utilisée en pratique est de minimiser la somme des carrés des erreurs de prévision :

$$\hat{\beta} = \arg\min_{\beta} \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} \left[X_{t+1} - (1-\beta) \sum_{j=0}^{t-1} \beta^j X_{t-j} \right]^2 \right\}.$$

Lien avec la notion de modèle

Les équations de prévision s'appliquent indépendamment du modèle considéré pour $(X_1, \ldots, X_T)$. Le désavantage est de ne pouvoir bénéficier d'intervalle de confiance pour la prévision. Considérons le cas de la prévision à l'horizon 1 et considérons le processus des prévisions et des erreurs. En posant $\varepsilon_t = X_t - \hat{X}_{t-1}$, on a les deux équations suivantes.

$$\hat{X}_t = \hat{X}_{t-1} + (1-\beta)\varepsilon_t, \quad X_t = \hat{X}_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Ces deux équations peuvent s'écrire en une seule,

$$X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t - \beta\varepsilon_{t-1}. \tag{1.6}$$

Nous verrons que l'équation (1.6) correspond à un cas particulier des modèles ARIMA que nous étudierons plus loin dans ce cours. Des intervalles de confiance peuvent être obtenus en supposant les ε_t i.i.d de loi gaussienne centrée réduite ce qui permet d'estimer le paramètre β dans (1.6) par maximum de vraisemblance.

Exercice 5 On suppose la suite $(X_t)_t$ centrée, de variance 1 et qu'il existe $-1 < \alpha < 1$ tel que $\mathrm{Cov}\,(X_t, X_{t+h}) = \alpha^h$ pour $h \in \mathbb{N}$ (on verra plus loin dans ce cours l'existence d'une telle suite). Montrer que

$$\mathbb{E}\left[X_{T+1} - \hat{X}_T(1)\right]^2 = \frac{2(1-\alpha)}{(1+\beta)(1-\alpha\beta)}.$$

Déterminer la valeur optimale du paramètre β suivant la valeur de α. Pour quelles valeurs de α la méthode du lissage exponentiel simple est-elle inadaptée ?

1.5.2 Lissage exponentiel double

Une façon de généraliser le lissage exponentiel simple est de supposer que la série s'approche localement par une fonction affine du temps (au lieu d'une fonction constante). Pour une constante de lissage β, il s'agit alors de minimiser la fonction

$$(a,b) \mapsto \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j \left(X_{T-j} - b + aj\right)^2.$$

En annulant les dérivées partielles, on a le système

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j X_{T-j} - b\sum_{j=0}^{T-1} \beta^j + a\sum_{j=0}^{T-1} j\beta^j = 0 \\ \sum_{j=0}^{T-1} j\beta^j X_{T-j} - b\sum_{j=0}^{T-1} j\beta^j + a\sum_{j=0}^{T-1} j^2\beta^j = 0 \end{cases}$$

Pour simplifier, on fait les approximations

$$\sum_{j=0}^{T-1} \beta^j \approx \frac{1}{1-\beta}, \quad \sum_{j=0}^{T-1} j\beta^j \approx \frac{\beta}{(1-\beta)^2}, \quad \text{`} \sum_{j=0}^{T-1} j^2\beta^j \approx \frac{\beta(1+\beta)}{(1-\beta)^3}.$$

De plus, pour obtenir des formules de mise à jour, on note $S_1(T) = (1-\beta)\sum_{j=0}^{T-1} \beta^j X_{T-j}$ et on réécrit

$$\begin{aligned} (1-\beta)\sum_{j=0}^{T-1} j\beta^j X_{T-j} &= (1-\beta)\sum_{k=0}^{T-2}\sum_{j=k+1}^{T-1} \beta^j X_{t-j} \\ &= \sum_{k=0}^{T-2} \beta^{k+1} S_1(T-k-1) \\ &= \sum_{k=0}^{T-1} \beta^k S_1(T-k) - S_1(T). \end{aligned}$$

En posant $S_2(T) = (1-\beta)\sum_{k=0}^{T-1} \beta^k S_1(T-k)$, le système d'équations se réécrit

$$\begin{cases} S_1(T) - b + \frac{a\beta}{1-\beta} = 0 \\ S_2(T) - (1-\beta)S_1(T) - b\beta + \frac{a\beta(1+\beta)}{1-\beta} = 0 \end{cases}$$

On trouve les solutions

$$\hat{b}(T) = 2S_1(T) - S_2(T), \quad \hat{a}(T) = \frac{1-\beta}{\beta}\left(S_1(T) - S_2(T)\right),$$

ces deux égalités étant équivalentes à

$$S_1(T) = \hat{b}(T) - \frac{\beta}{1-\beta}\hat{a}(T), \quad S_2(T) = \hat{b}(T) - \frac{2\beta}{1-\beta}\hat{a}(T).$$

La prévision $\hat{X}_T$ est donnée à l'horizon h par $\hat{X}_T(h) = \hat{b}(T) + h\hat{a}(T)$. Pour choisir β, on peut, comme pour le lissage exponentiel simple, minimiser $\sum_{t=2}^{T} \left(X_t - \hat{X}_{t-1}(1)\right)^2$ (pour une prévision à l'horizon 1). Il existe aussi des formules de mise à jour :

$$\begin{cases} \hat{b}(T) = \hat{b}(T-1) + \hat{a}(T-1) + (1-\beta^2)\left[X_T - \hat{X}_{T-1}(1)\right] \\ \hat{a}(T) = \hat{a}(T-1) + (1-\beta)^2\left[X_T - \hat{X}_{T-1}(1)\right] \end{cases} \tag{1.7}$$

Pour interpréter ces formules de mise à jour, on pourra noter que si la prévision de X_T était exacte (i.e $\hat{X}_{T-1}(1) = X_T$) alors on conserve la même droite à l'étape suivante. Pour intialiser ces formules de mise à jour, on remarque que les solutions du problème de minimisation sont données pour $T = 2$ par $\hat{b}_2 = X_2$ et $\hat{a}(2) = X_2 - X_1$.

1.5.3 Le lissage de Holt-Winters

Méthode non saisonnière

Reprenons les formules de mise à jour (1.7) du lissage exponentiel double. Dans la première égalité, on remplace $\hat{X}_{T-1}(1)$ par $\hat{b}(T-1) + \hat{a}(T-1)$ et dans la deuxième, on utilise l'expression

$$X_T - \hat{X}_{T-1}(1) = \frac{\hat{b}(T) - \hat{a}(T-1) - \hat{b}(T-1)}{1-\beta^2},$$

déduite de la première égalité. On obtient alors

$$\begin{cases} \hat{b}(T) = \beta^2\left(\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)\right) + \left(1-\beta^2\right)X_T \\ \hat{a}(T) = \hat{a}(T-1)\left(1 - \frac{(1-\beta)^2}{1-\beta^2}\right) + \frac{(1-\beta)^2}{1-\beta^2}\left(\hat{b}(T) - \hat{b}(T-1)\right) \end{cases}$$

On peut alors généraliser ces formules en supposant que pour deux paramètres $0 < \alpha, \delta < 1$ à calibrer,

$$\begin{cases} \hat{b}(T) = \alpha\left(\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)\right) + (1-\alpha)X_T \\ \hat{a}(T) = \gamma\hat{a}(T-1) + (1-\gamma)\left(\hat{b}(T) - \hat{b}(T-1)\right) \end{cases}$$

Les deux paramètres α et γ peuvent être choisis en minimisant la somme des carrés des erreurs de prévision, comme pour le lissage exponentiel simple ou double. L'initialisation des formules récursives de mise à jour est identique à celle pour le lissage exponentiel double.

Méthode saisonnière additive

Ici on suppose que $X_{t+h} \approx b + ah + s_t$ où s_t est un facteur saisonnier de période k. Les formules de mise à jour sont les suivantes et dépendent de trois paramètres $0 < \alpha, \gamma, \delta < 1$.

$$\begin{cases} \hat{b}(T) = \alpha\left(\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)\right) + (1-\alpha)\left(X_T - \hat{s}_{T-k}\right) \\ \hat{a}(T) = \gamma\hat{a}(T-1) + (1-\gamma)\left(\hat{b}(T) - \hat{b}(T-1)\right) \\ \hat{s}_T = (1-\delta)\left[X_T - \hat{b}(T)\right] + \delta\hat{s}_{T-k} \end{cases}$$

Les deux premières équations sont naturelles et correspondent à celles de la méthode non-saisonnière. La dernière équation montre que la prévision de S_T est une combinaison linéaire de la prévision précédente $\hat{S}_{T-k}$ et de l'écart entre X_T et l'ordonnée à l'origine de la droite de prévision utilisée au temps T (terme de correction). La prévision est donnée par

$$\hat{X}_T(h) = \hat{b}(T) + h\hat{a}(T) + \hat{s}_{T+h-k}, \quad 1 \leq h \leq k.$$

Le choix des trois paramètres α, γ, δ peut toujours se faire en minimisant $\sum_{t=1}^{T-h} \left[X_{t+h} - \hat{X}_t(h)\right]^2$. Les valeurs d'initialisation doivent être choisies. On peut par exemple définir $\hat{b}(k)$, $\hat{b}(k-1)$ par $M(X)_k$, $M(X)_{k-1}$ où M est une moyenne mobile qui annule la saisonnalité, puis $\hat{a}(k) = \hat{a}(k-1) = \hat{b}(k) - \hat{b}(k-1)$, $\hat{s}_k = X_k - \hat{b}(k)$, $\hat{s}_{k-1} = X_{k-1} - \hat{b}(k-1)$ et enfin $\hat{s}_{k-i} = X_{k-i} - \hat{b}(k-1) + \hat{a}(k)(i-1)$ pour $2 \leq i \leq k-1$.

Méthode saisonnière multiplicative

On suppose l'approximation

$$X_{t+h} \approx [b + ah]\, s_t$$

au voisinage de t. Les formules de mise à jour sont alors pour trois paramètres α, γ, δ à calibrer

$$\begin{cases} \hat{b}(T) = \alpha\left(\hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1)\right) + (1-\alpha)\frac{X_T}{\hat{S}_{T-k}} \\ \hat{a}(T) = \gamma\hat{a}(T-1) + (1-\gamma)\left(\hat{b}(T) - \hat{b}(T-1)\right) \\ \hat{S}_T = (1-\delta)\frac{X_T}{\hat{b}(T)} + \delta\hat{s}_{T-k} \end{cases}$$

Les initialisations sont analogues à celles du paragraphe précédent (on calcule la tendance linéaire à partir de $t = k, k-1$ puis on estime s_i en divisant X_i par la tendance linéaire évaluée en $t = i$).

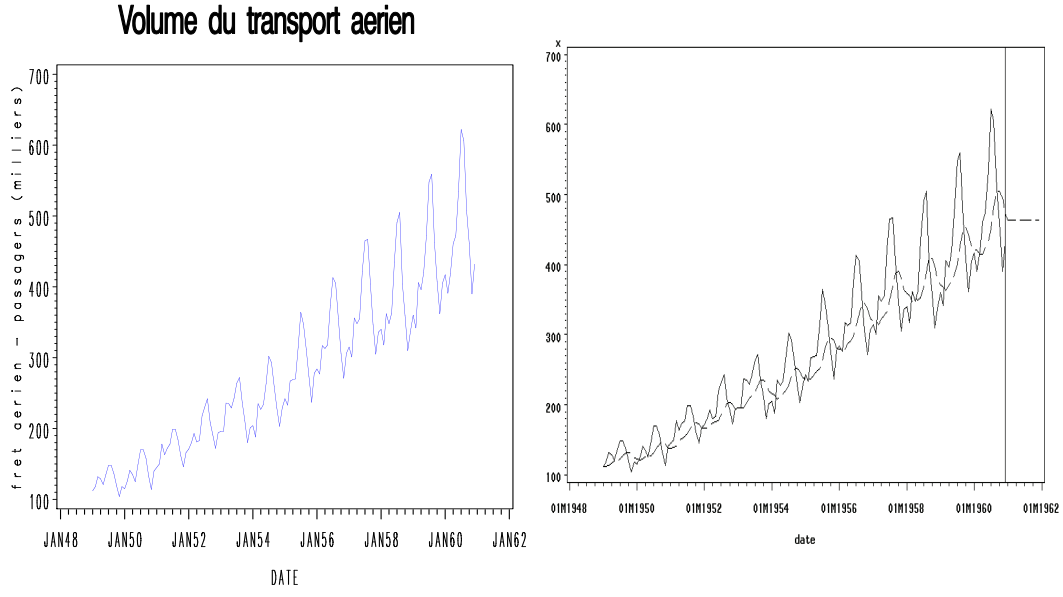


FIGURE 1.11 – Données de traffic aérien (à gauche) et lissage exponentiel simple (à droite en pointillés)

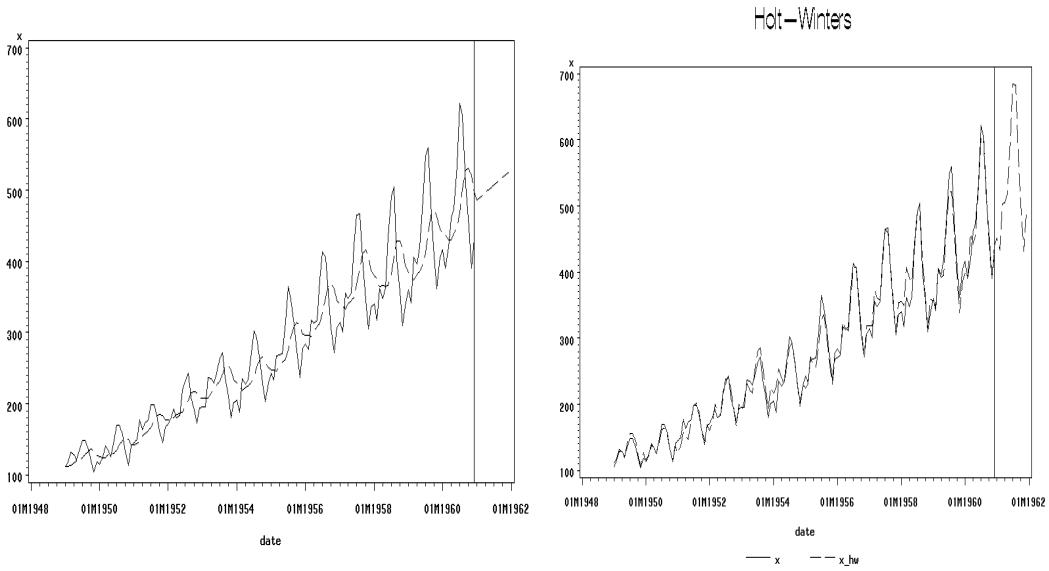


FIGURE 1.12 – Lissage exponentiel double (à gauche) et méthode de Holt-Winters saisonnière multiplicative (à droite)

Bibliographie

[1] Aragon, Y. (2011) *Séries temporelles avec R.* Springer.

[2] Brockwell, P. J., Davis, R. A. (2006) *Time series, theory and methods.* Second edition. Springer.

[3] Gouriéroux, C., Monfort, A. (1995) *Séries temporelles et modèles dynamiques.* Economica.

[4] Ladiray, D., Quenneville, B. (2000) *Désaisonnaliser avec la méthode X − 11.*