

تمرين 4-1

1/ ما المقصود بمناذج الاتجاه العام في السلاسل الزمنية

هي مجموعة من النماذج التي تهتم بالمركبة النظامية في السلسلة الزمنية والمتمثلة في شكل اتجاه عام والذي يكون متمثلا في شكل الدالة الخطية او غير الخطية ..بالاضافة الي المركبة العشوائية ضعيفة الذبذبة وتفسر هذه النماذج المتغير المراد دراسته بواسطة الزمن .

2/ اذكر بعض الدوال غير الخطية لنماذج الاتجاه العام وكيف يمكن معالجتها قياسيا بطريقة المربعات الصغرى.

أ/ النموذج الاسي: تحويل المعادلة الى الشكل الخطي وذلك باذخال الاوغاريتيمات الطبيعية للقيم المشاهدة في المعادلة الاصلية. ب/ دالة القطع المكافئ: حيث ان هذا الشكل لا يطرح مشكلة في التقدير ، يمكن تحويله الي الشكل الخطي بإعادة تسمية (مربع المتغير المستقل) الي (المتغير الثاني).

ج/ النماذج اللوجستية: تتميز بانها لا يمكن تحويلها الي الشكل الخطي. لهذا يتم تقديرها بالطرق غير الخطية.

3/ ماهي شروط تطبيق طريقة المربعات الصغرى في نماذج الاتجاه العام وماهي الافتراضات الخاصة بها.

من اهم الشروط هي ان تكون الظاهرة قابلة للقياس وان تتمثل هذه الظاهرة بشكل الدالة الخطية.

افتراضات طريقة المربعات الصغرى:

أ/ المتغير العشوائي هو متغير حقيقي قد يأخذ قيم موجبة او سالبة او صفرية ويتبع للتوزيع الطبيعي.

ب/ القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي تساوي الصفر.

ج/ تباين حد الخطأ العشوائي قيمة ثابتة.

د/ القيمة التي يأخذها حد الخطأ العشوائي في فترة ما تكون غير مرتبطة او غير متعلقة بقيمته في اي فترة أخرى.

هـ/ المتغير العشوائي مستقل أيضا من قيم المتغير المفسر المتمثل بعنصر الزمن.

4/ ماذا يقصد بمعامل التحديد وماهي علاقته بمعامل الارتباط ومعامل الانحدار... وضع ذلك رياضيًا.

يعرف معامل التحديد بأنه نسبة التغير في المتغير التابع (الظاهرة المدروسة) الذي يفسره انحدار الظاهرة على الزمن الى التغير الكلي في الظاهرة. وبذلك يعتبر مقياس للقدرة التفسيرية للنموذج (

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} = \frac{[(\hat{\alpha} + \hat{\beta}t) - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}\bar{t})]^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

ويعرف معامل الارتباط البسيط بين متغيرين بأنه مقياس لتوافق التغيرات في المتغيرين، ويحسب من خلال خارج قسمة التغيرات

للمتغيرين على حاصل ضرب الانحرافات المعيارية لهما $(r = \text{cov} = \frac{\sum (t-t)(y-y)}{n} = \frac{\sum (t-t)(y-y)}{\sum (t-t)^2 \sum (y-y)^2})$ اما معامل الانحدار فيعرف بأنه مقدار التغيير الذي يحدث في المتغير التابع اذا تغير المتغير المستقل بوحدة واحدة، ويكون

حسابه من خلال خارج قسمة تباين المتغيرين على تباين المتغير المستقل $(\hat{b} = \frac{\text{cov}(y,t)}{\text{var}(t)} = \frac{\sum (t-t)(y-y)}{\sum (t-t)^2})$

العلاقة الرياضية بين المعاملات الثلاثة (معامل التنبؤ: R^2 - معامل الارتباط: r - معامل الانحدار: \hat{b}):

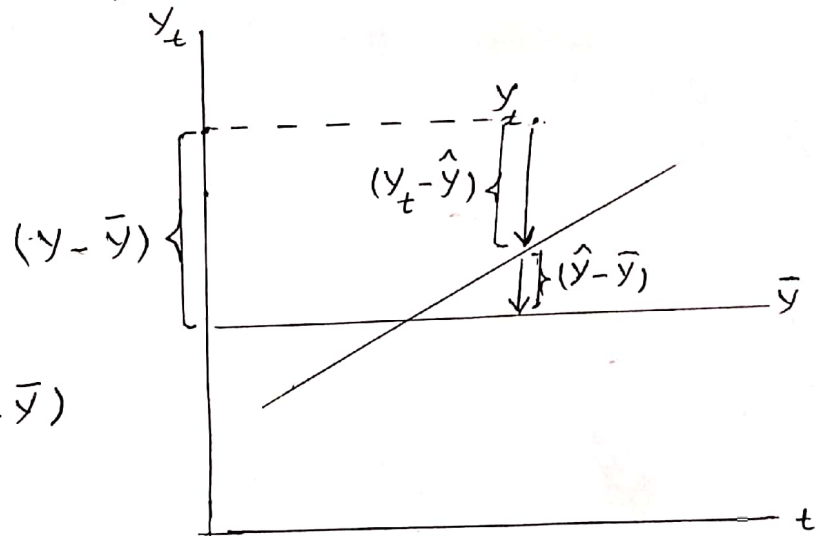
$$R^2 = \frac{\sum [(a+bt) - (a+b\bar{t})]^2}{\sum (y-\bar{y})^2} = \hat{b}^2 \cdot \frac{\sum (t-\bar{t})^2}{\sum (y-\bar{y})^2} = \frac{[\sum (t-\bar{t})(y-\bar{y})]^2}{[\sum (t-\bar{t})^2]^2} \cdot \frac{\sum (t-\bar{t})^2}{\sum (y-\bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{[\sum (t-\bar{t})(y-\bar{y})]^2}{\sum (t-\bar{t})^2 \sum (y-\bar{y})^2} = \frac{\sum (y-\bar{y})(t-\bar{t})}{\sum (t-\bar{t})^2} \cdot \frac{\sum (t-\bar{t})(y-\bar{y})}{\sum (y-\bar{y})^2} = \hat{b} \cdot \hat{b}^2$$

$$R^2 = \frac{[\sum (t-\bar{t})(y-\bar{y})]^2}{\sum (t-\bar{t})^2 \sum (y-\bar{y})^2} = r^2$$

$$r^2 = \hat{b} \cdot \hat{b} = R^2 \therefore$$

5/ التغير الكلي = التغير المفسر + التغير غير المفسر \Leftrightarrow اشرح مستعينا بالرسم البياني.



$$\therefore (y_t - \bar{y}) = (y_t - \hat{y}) + (\hat{y} - \bar{y})$$

6/ وضع المقصود باختبار المعنوية الاحصائية لنموذج الاتجاه العام في السلاسل الزمنية.

عند الكشف عن مركبة الاتجاه العام باستخدام الاختبارات غير الحرة، وقبل الانتقال الى عملية التنبؤ، يمكن الاستعانة بأسلوب التقييم لمعرفة وجود او عدم وجود هذه المركبة. حيث تنقسم عملية تقييم النموذج الى تقييم جودة النموذج وتقييم معنوية معاملات النموذج. وهذا ما يعرف بالاختبار الاحصائي للنموذج او اختبار المعنوية الاحصائية للنموذج.

تمرين 4-2

1/ إيجاد معادلة الاتجاه العام واختبار المعنوية الإحصائية الكلية للنموذج باستخدام معامل التحديد واختبار فشر ::

Σ	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
0	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	t - t̄
60	16	9	4	1	0	1	4	9	16	(t - t̄)²
569	54	57	60	61	65	64	69	68	71	y
0	-9.2	-6.2	-3.2	-2.2	1.8	0.8	5.8	4.8	7.8	y - ȳ
259.56	-36.8	-18.6	-6.4	-2.2	0	-0.8	-11.6	-14.4	-31.2	(t - t̄)(y - ȳ)
-122	84.64	38.44	10.24	4.84	3.24	0.64	33.64	23.04	60.84	(y - ȳ)²

$$\hat{b} = \frac{\sum (y - \bar{y})(t - \bar{t})}{\sum (t - \bar{t})^2} = \frac{-122}{60} = -2.03$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{n} = 63.2$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t} = 63.2 + 2.03(5) = 73.35$$

$$\bar{t} = \frac{n+1}{2} = 5$$

$$\therefore \hat{y} = 73.35 - 2.03(t)$$

$$R^2 = \hat{b}^2 \cdot \frac{\sum (t - \bar{t})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} = \frac{(2.03)^2 \cdot (60)^2}{259.56} = 0.95$$

$$k = 2$$

$$n = 9$$

$$F = \frac{R^2 / (k - 1)}{1 - R^2 / (n - k)} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot (n - k) = \frac{(0.95)(7)}{(0.05)} = 133$$

جدول توزيع فشر عند درجتان حرية البسط (1) والقائم (7) $F = 5.59$ الجدول

و مستوى معنوي $\alpha = 0.05$

نرفض $H_0 \rightarrow F$ الجدول F المحسوبه

نقبل H_1 : تنبأ على عبوره التوفيقا .

2/ تقدير معادلة الاتجاه العام للمعادلة عبر الزمن ومن ثم دراسة صلاحية النموذج المقدر باستخدام معامل التحديد.

Σ	6	5	4	3	2	1	t
//////////	60.8	40.5	27	18	12	8	y
18.558	4.107	3.701	3.296	2.890	2.485	2.097	$\ln Y_t = z_t$
0	1.014	0.608	0.203	-0.203	-0.608	-1.014	$z_t - \bar{z}$
2.878	1.0282	0.3697	0.0412	0.0412	0.3697	1.0282	$(z_t - \bar{z})^2$
0	2.5	1.5	0.5	-0.5	-1.5	-2.5	(t-t)
17.5	6.25	2.25	0.25	0.25	2.25	6.25	$(t-1)^2$

$$\hat{y}_t = \hat{a} e^{bt} \rightarrow \ln Y = \ln \hat{a} + b(t)$$

$$\Sigma z \cdot t = (2.097)(1) + (2.485)(2) + \dots + (4.107)(6) = 72.05$$

$$\hat{b} = \frac{\Sigma \bar{z} \cdot t}{\left(\frac{n^2-1}{12}\right)} - (\bar{z})(\bar{t}) = \frac{[(72.05)/9] - (3.093)(3.5)}{\left(\frac{36-1}{12}\right)}$$

$$\bar{z} = \frac{\Sigma z_t}{n} = 3.093$$

$$\bar{t} = \frac{n+1}{2} = 3.5$$

$$\therefore \hat{b} = 0.405 \quad \ln \hat{a} = \bar{z} - \hat{b}(\bar{t}) = 3.093 - (0.405)(3.5)$$

$$\ln \hat{a} = 1.6755 \quad \therefore \hat{a} = 5.34$$

$$\therefore \hat{y}_t = (5.34) e^{(0.405)(t)}$$

$$R^2 = \hat{b}^2 \cdot \frac{\Sigma (t - \bar{t})^2}{\Sigma (z - \bar{z})^2} = \frac{(0.405)^2 (17.5)}{2.878} = 0.99$$

الإحصاء / علي العري