

السلسلة رقم 02

المسألة 01: البيانات التالية تعكس تطور رقم مبيعات مؤسسة ما خلال الثمانية سنوات الأخيرة:

2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	السنة
2235	2240	2200	2015	2210	2045	2040	2014	رقم المبيعات (ألف دج)

1- قدر رقم مبيعات المؤسسة لسنة 2020 باستخدام:

أ- طريقة التمهيد الآسي الثنائي، حيث $\alpha=0.4$ ، $\beta=0.2$.

ب- طريقة الاتجاه العام.

ج- قدر التأثيرات الدورية، ثم ضع مخطط تسويقي للمؤسسة للسنوات الثلاث المقبلة.

2- أدرس مدى صلاحية نموذج التنبؤ.

المسألة 02: لنكن لدينا معادلة الاتجاه العام التالية:

$$y_t - e_t = 20.4 x_t + 1400$$

$$n = 20$$

$$R^2 = 0,82$$

$$S_{b^{\wedge}} = 2.4$$

1- أحسب قيمتي \hat{y} و ta_{n-k}^2 .

2- اختبر المعنوية الإحصائية لميل المعادلة بمستوى دلالة 5%.

المسألة 03: لنكن لدينا الدالة التالية:

$$y_t = 1,251 x_t - 32,95 + e_t$$

$$n = 20$$

$$R^2 = 0,23$$

$$\hat{\sigma}_e = 10,66$$

1- على ضوء المعلومات المقدمة أحسب:

أ- \hat{y} ، ESS، و TSS.

ب- قيمة إحصائية فيشر والانحراف المعياري للمعلمة \hat{b}_1 ، حيث $\sum(xt - \bar{x}) = 8.6$

2- اختبر المعنوية الكلية للنموذج بمستوى دلالة 5%.

3- اختبر سلامة النموذج من الارتباط الذاتي، علماً بأن: $\sum(e_t - e_{t-1})^2 = 80.5$.

الحل النموذجي – السلسلة 02

حل المسألة 01: البيانات التالية تعكس تطور رقم مبيعات مؤسسة ما خلال الثمانية سنوات الأخيرة:

السنة	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
رقم المبيعات (ألف دج)	2014	2040	2045	2210	2015	2200	2240	2235

1- تقدر رقم مبيعات المؤسسة لسنة 2020 باستخدام:

أ- طريقة التمهيد الآسي الثنائي، حيث $\alpha=0.4$ ، $\beta=0.2$:

السنة	Y_t	C_t	T_t	\hat{Y}_t	et
2012	2014	-	-	-	-
2013	2040	2014	26	2014	26
2014	2045	2042	21.8	2040	5
2015	2210	2122.28	33.49	2063.8	146.2
2016	2015	2099.46	22.23	2155.77	-140.77
2017	2200	2153.01	28.49	2121.69	78.31
2018	2240	2204.90	33.17	2181.50	58.5
2019	2235	2236.84	32.92	2238.07	-3.07
2020	-	-	-	2269.76	

- القيمة التقديرية لرقم مبيعات المؤسسة لسنة 2020: **2269760** دج.

ب- طريقة الاتجاه العام:

- معادلة الاتجاه العام يتم الحصول عليها بالطريقة المعتاد عليها وهي كالتالي:

$$\hat{Y}_t = 1973.96 + 33.53X_t$$

- القيمة التقديرية لرقم مبيعات المؤسسة لسنة 2020: **22757300** دج.

- القيم التقديرية لمبيعات المؤسسة للثلاث سنوات المقبلة قبل عزل التأثيرات الدورية مبينة في الجدول التالي:

السنة	رقم المبيعات المقدر \hat{Y}_t (ألف دج)
2020	2275.73
2021	2309.26
2022	2342.79

ج- تقدير التأثيرات الدورية، وذلك بإتباع الخطوات المذكورة في الدرس وكما هو مبين في الجدول التالي:

السنة	Y_t	\hat{Y}_t	$\frac{Y_t}{\hat{Y}_t}$	المتوسط المتحرك MA
2012	2014	2007.49	1.003	-
2013	2040	2041.02	0.999	0.995
2014	2045	2074.55	0.985	1.010
2015	2210	2108.08	1.048	0.991
2016	2015	2141.61	0.940	0.999

2017	2200	2175.14	1.011	0.988
2018	2240	2208.67	1.014	1.007
2019	2235	2242.20	0.996	-

$$\overline{MA} = \frac{\sum MA}{n} = \frac{5.99}{6} = 0.998$$

تأثير العامل الدوري يساوي: $1 - \overline{MA} = 1 - 0.998 = 0.002$ ، أي أن تأثير العمال الدوري في المتوسط يساوي إلى 0.2%.

- المخطط التسويقي المؤسسة للثلاث سنوات المقبلة بعد عزل التأثيرات الدورية مبيّن في الجدول التالي:

السنة	رقم المبيعات المقدر (آلاف دج) \hat{Y}_t
2020	2271.17
2021	2304.64
2022	2338.10

3- دراسة صلاحية النموذج من خلال قياس الارتباط ودراسة المعنوية الإحصائية:
أ- الارتباط:
نعلم أن معامل التحديد:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_t^2}{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}$$

السنة	Y_t	\hat{Y}_t	$e_t^2 = (Y_t - \hat{Y}_t)^2$	$(Y_t - \bar{Y})^2$	$(X_t - \bar{X})^2$	e_t	e_{t-1}	$(e_t - e_{t-1})^2$
2012	2014	2007.49	37.21	15221.39	12.25	6.51	-	-
2013	2040	2041.02	1.04	9481.89	6.25	-1.02	6.51	56.70
2014	2045	2074.55	873.20	8533.14	2.25	-29.55	-1.02	934.52
2015	2210	2108.08	10387.68	5274.39	0.25	101.92	-29.55	17284.36
2016	2015	2141.61	16030.09	14975.64	0.25	-125.39	101.92	51669.83
2017	2200	2175.14	618.02	3921.89	2.25	-126.61	-125.39	1.48
2018	2240	2208.67	981.56	10531.89	6.25	31.33	-126.61	24945.04
2019	2235	2242.20	51.84	9530.64	12.25	-7.20	31.33	1484.56

Σ 17099 28980.64 77470.87 42 96376.49

$$\bar{Y} = 2137.375$$

$$\bar{X} = 4.5$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_t^2}{\sum (Y_t - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{28980.64}{77470.87} = 0.625$$

$$r = 0.79$$

ومنه معامل الارتباط:

ب- اختبار معنوية المعلمتين: $\hat{b}_1 = 33.53$ و $\hat{b}_0 = 1973.96$

$$t_{\hat{b}_0} = \frac{1973.96 - b_0}{S_{\hat{b}_0}} = \frac{1973.96}{130.02} = 15.18$$

$$t_{\hat{b}_1} = \frac{33.53 - b_1}{S_{\hat{b}_1}} = \frac{33.53}{10.72} = 3.12$$

وحيث أن القيمة الجدولية ($T=0.025$ $n-2=6$) تساوي 2.447، ومادامت القيم المحسوبة للمعلمتين أكبر من القيمة الجدولية، تم قبول الفرضية البديلة أنهما تختلفان عن الصفر ولهما معنوية إحصائية بمستوى ثقة 95%.

ج- إخبار المعنوية الكلية للنموذج:

$$F_{1, 6} = \frac{0.625}{\frac{0.375}{6}} = 10$$

وحيث أن القيمة الجدولية $F_{tab} = 5.99$ ، ونظرا لأن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية، يتم قبول الفرضية البديلة H_1 أنه توجد على الأقل معلمة من المعلمتين تختلف عن الصفر، وهو ما يدل أن النموذج ذو معنوية إحصائية بمستوى دلالة 5%.

د- اختبار الارتباط الذاتي:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{96376.49}{28980.64} = 3.32$$

وحيث أن: $du = 1.40$ و $dL = 0.61$ ، تكون $\rho = 0$ بمستوى معنوية 5% وقبول فرضية العدم فقط عند تحقق الشرط التالي:

$$du = 1.40 < d < 4 - du = 2.60$$

وما دامت $d = 3.32$ لا تحقق الشرط، فإننا نقبل بالفرضية البديلة H_1 أن هناك ارتباط ذاتي سالب بين بواقي النموذج، $\rho < 0$ ، وهو ما يقلل من أهمية النموذج المستخدم في عملية التنبؤ.

حل المسألة 02: لتكن لدينا معادلة الاتجاه العام التالية:

$$\begin{aligned} y_t - e_t &= 20.4 x_t + 1400 \\ n &= 20 \\ R^2 &= 0.82 \\ S_{\hat{b}} &= 2.4 \end{aligned}$$

1- حساب قيمتي \hat{y} و $t_{n-k}^{\alpha/2}$:

$$\hat{y} = y_t - e_t = 20.4 x_t + 1400$$

$$t_{n-k}^{\alpha/2} = t_{18}^{0.025} = 2.101$$

2- اختبر المعنوية الإحصائية لميل المعادلة بمستوى دلالة 5%:

$$t_{\hat{b}_1} = \frac{20.4 - b_1}{S_{\hat{b}_1}} = \frac{20.4}{2.4} = 8.5$$

وحيث أن القيمة الجدولية تساوي: 2.101 (موجودة أعلاه)، فإنه يتم قبول الفرضية البديلة H_1 ، وأن: $\hat{b}_1 \neq 0$ بمستوى معنوية 5%.

حل المسألة 03: لتكن لدينا الدالة التالية:

1- على ضوء المعلومات المقدمة نجد:

$$\hat{y} = y_t - e_t = 1.251 x_t - 32.95$$

$$USS = \frac{\sum(Y_t - \hat{Y})^2}{\sum(Y_t - \bar{Y})^2} = 1 - R^2 = 1 - 0.23 = 0.77$$

$$ESS = 1 - USS = R^2 = 0.23$$

$$TSS = USS + ESS = 1$$

ب- حساب قيمة إحصائية فيشر:

$$F_{1, 18} = 0.23 / (0.77 / 18) = 5.376$$

- حساب الانحراف المعياري للمعلمة \hat{b}_1 حيث $\sum(x_t - \bar{x}) = 8.6$

نعلم أن:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{n} \sum(Y_t - \bar{Y})^2} = 10.66 \Rightarrow n \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 113.63$$

ونعلم أيضا:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_t^2}{\sum(Y_t - \bar{Y})^2} \Rightarrow 0.23 = 1 - \frac{\sum e_t^2}{113.63} \Rightarrow \sum e_t^2 = 87.49$$

$$S_{\hat{b}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2 / (n-2)}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{87.49 / 18}{8.6^2}} = 0.25$$

2- اختبر المعنوية الكلية للنموذج بمستوى دلالة 5%:

القيمة الجدولية ($F_{tab} = 4.41$)، وحيث أن القيمة المحسوبة تساوي 5.376 كما ذكرنا سابقا، يتم قبول الفرضية

البديلة H_1 ، حيث أنه توجد على أقل معلمة واحدة تختلف عن الصفر، وهو ما يؤكد أن النموذج معنوي بنسبة 5%.

3- اختبر سلامة معادلة الاتجاه العام من الارتباط الذاتي، علما بأن: $\sum(e_t - e_{t-1})^2 = 80.5$

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{80.5}{87.49} = 0.92$$

وحيث أنه عند $K = 1$ متغير وطول سلسلة $n = 20$ ، فإننا نجد من جدول إحصائية $D.W$:

$$d_U = 1.118 \text{ و } d_L = 0.902$$

القيمة المحسوبة $d = 0.92$ وهي منحصرة بين القيمتين: $d_U = 1.118$ و $d_L = 0.902$ ، وهو ما يجعلنا نقع في مجال عدم اليقين، أي أن إحصائية $D.W$ لا تعطي قرارا يقينيا لوجود أو عدم وجود ارتباط ذاتي لبواقي المعادلة.