جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

القسم : LMD — كلية العلوم الاقتصادية و علوم التسيير والعلوم التجارية — المستوى الأول

المقياس : الاحصاء 2 . — سلسلة تمارين رقم 01 — السداسي : الثاني

التمرين الأول:

نرمي قطعة نقدية مرتين، نسمي A "ظهور مرتين كتابة" وB "ظهور كتابة في المرة الأولى"، عبر عن الحدث:

A ، B ، $\bar{A}$ ، $A \cap B$ ، $A \cup B$ ، $A - B$ ، $B - A$

التمرين الثاني:

أرادت الكلية تكوين ثلاثة بعثات علمية :

1- لقسم التجارة: أربعة أساتذة و أستاذتين ، فتقدم ستة أساتذة و خمسة أستاذات.

2- لقسم الاقتصاد: ثلاثة أساتذة و أستاذتين ، فتقدم خمسة أساتذة و أربع أستاذات.

3- لقسم التسيير: أستاذين و أستاذتين ، فتقدم ستة أساتذة و أربع أستاذات.

ما هو القسم الذي لديه أقل الطرق الممكنة لتكوين البعثة ؟

التمرين الثالث:

(A-B-C-D) أربع أعضاء من مجلس إدارة شركة، مرشحين لإختيار إثنين منهم لتمثيل الشركة في أحد المؤتمرات:

1- ما هو احتمال اختيار العضو A ؟ 2- ما هو احتمال اختيار أحد العضوين A أو D؟

3- ما هو احتمال اختيار العضوين A و D؟ 4- ما هو احتمال عدم اختيار العضو A ؟

التمرين الرابع:

في أحدى الأفواج يوجد سبعة طلبة و ثلاثة طالبات أردنا اختيار ممثلين اثنين للفوج (دون إعادة):

1- ما هو احتمال اختيار في المرة الأولى طالب وفي المرة الثانية طالب ؟

2- ما هو احتمال اختيار في المرة الأولى طالب وفي المرة الثانية طالبة ؟

3- ما هو احتمال اختيار في المرة الأولى طالبة وفي المرة الثانية طالب ؟

4- ما هو احتمال اختيار في المرة الأولى طالبة وفي المرة الثانية طالبة ؟

التمرين الخامس:

وظفت أمينة مكتب (A1) بمكتب للمحاسبة و تولت طبع 20 % من الفواتير، يشغل المكتب عاملتين أخريين : (A2) تطبع 30% من الفواتير والأخرى (A3) 50%.،ترتكب الموظفة الجديدة أخطاء في 5% من الفواتير، بينما نسبة الخطأ لدى الثانية (A2) 2% ولدى الثالثة (A3) 1%.

أخذت فاتورة بشكل عشوائي فتبين أن بها أخطاء، استبعدت الأولى أن تكون هي من أنجزت الفاتورة بحجة أنها لا تنجز إلا 20% من الفواتير، وردت عليها العاملات الأخريات بأن نسبة الأخطاء لديها هي الأكبر(5%).

1- أحسب احتمال أن تكون الموظفة الجديدة هي التي حررت الفاتورة وقارن مع احتمال أن يكون مصدر الخطأ هو A2 أو A3.

2. أحسب مجموع الاحتمالات الثلاث.

3. أحسب احتمال أن تكون فاتورة مختارة عشوائبا من مجموع المراسلات، أن تكون بها أخطاء.

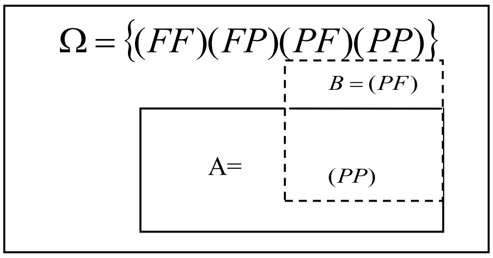
حل السلسلة الأولى

حل التمرين الأول: نظرية المجموعات

نرمي قطعة نقدية مرتين، نسمي A "ظهور مرتين كتابة" وB "ظهور كتابة في المرة الأولى"، عبر عن الحدث:

المجموعة الكلية(الفراغ العيني): $\Omega = \{(FF)(FP)(PF)(PP)\}$

1. الحدث A"ظهور مرتين كتابة" : $A = \{(PP)\}$
2. الحدث B"ظهور كتابة في المرة الأولى" : $B = \{(PF)(PP)\}$
3. الحدث $\overline{A}$ "لا تظهر الكتابة مرتين" : $\overline{A} = \{(FP)(PF)(FF)\}$
4. الحدث $A \cap B$ "تظهر الكتابة مرتين <u>و</u> في المرة الأولى" : $A \cap B = \{(PP)\}$
5. الحدث $A \cup B$ " تظهر الكتابة مرتين <u>**أو**</u> في المرة الأولى " : $A \cup B = A + B - A \cap B = \{(PF)(PP)\}$
6. الحدث $A - B$ "لا تظهر الصورة في أية مرة " : $A - B = \phi$
7. الحدث $B - A$ "ظهور الكتابة في المرة الأولى فقط و ليس في مرتين" : $B - A = \{(PF)\}$



حل التمرين الثاني: التوفيقات و التبديلات

أرادت الكلية تكوين ثلاثة بعثات علمية :

1. لقسم التجارة: أربعة أساتذة و أستاذتين ، فتقدم ستة أساتذة و خمسة أستاذات.

عدد طرق اختيار الأساتذة : (H) طريقة $C_4^6 = \dfrac{6!}{4!(6-4)!} = 15$

عدد طرق اختيار الأستاذات :(L) طرق $C_2^5 = \dfrac{5!}{2!(5-2)!} = 10$

$\therefore$ عدد طرق تكوين البعثة :طريقة $H \times L = 15 \times 10 = 150$

2. لقسم الاقتصاد: ثلاثة أساتذة و أستاذتين ، فتقدم خمسة أساتذة و أربع أستاذات.

عدد طرق اختيار الأساتذة : (H) طريقة $C_3^5 = \dfrac{5!}{3!(5-3)!} = 10$

عدد طرق اختيار الأستاذات :(L) طرق $C_2^4 = \dfrac{4!}{2!(4-2)!} = 6$

$\therefore$ عدد طرق تكوين البعثة :طريقة $H \times L = 10 \times 6 = 60$

3. لقسم التسيير: أستاذين و أستاذتين ، فتقدم ستة أساتذة و أربع أستاذات.

عدد طرق اختيار الأساتذة : (H) طريقة $C_2^6 = \dfrac{6!}{2!(6-2)!} = 15$

عدد طرق اختيار الأستاذات :(L) طرق $C_2^4 = \dfrac{4!}{2!(4-2)!} = 6$

$\therefore$ عدد طرق تكوين البعثة :طريقة $H \times L = 15 \times 6 = 90$

القسم الذي لديه أقل الطرق الممكنة لإختيار البعثة هو قسم الاقتصاد

حل التمرين الثالث: نظرية الاحتمالات

(A-B-C-D) أربع أعضاء من مجلس إدارة شركة، مرشحين لإختيار إثنين منهم لتمثيل الشركة في أحد المؤتمرات:

المجموعة الكلية(الفراغ العيني): $\Omega = \{(AB)(AC)(AD)(BC)(BD)(CD)\}$

لحساب أي احتمال نأخذ: عدد الحالات المواتية \ عدد الحالات الممكنة

1. احتمال اختيار العضو A : $P(A) = \dfrac{A = \{(AB)(AC)(AD)\}}{\Omega = \{(AB)(AC)(AD)(BC)(BD)(CD)\}} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

2. احتمال اختيار أحد العضوين A أو D: $P(A \cup D) = \dfrac{A \cup D = \{(AB)(AC)(AD)(BD)(CD)\}}{\Omega = \{(AB)(AC)(AD)(BC)(BD)(CD)\}} = \dfrac{5}{6}$

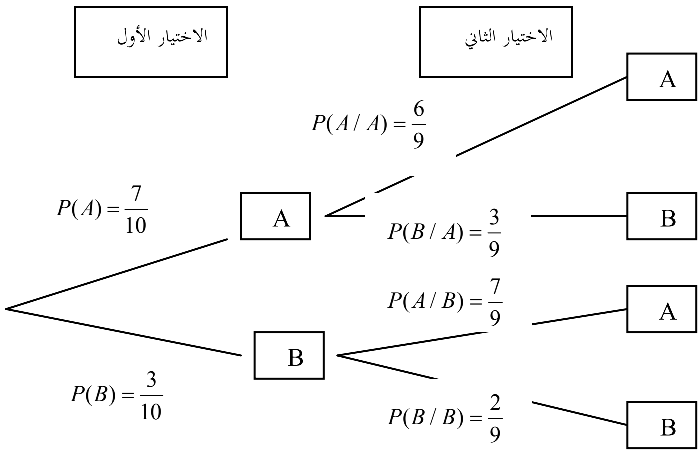
3. احتمال اختيار العضوين A و D: $P(A \cap D) = \dfrac{A \cap D = \{(AD)\}}{\Omega = \{(AB)(AC)(AD)(BC)(BD)(CD)\}} = \dfrac{1}{6}$

4. احتمال عدم اختيار العضو A : $P(\overline{A}) = \dfrac{\overline{A} = \{(BC)(BD)(CD)\}}{\Omega = \{(AB)(AC)(AD)(BC)(BD)(CD)\}} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

حل التمرين الرابع: نظرية الاحتمال الشرطي

في أحدى الأفواج يوجد سبعة طلبة و ثلاثة طالبات أردنا اختيار ممثلين اثنين للفوج (دون إعادة):

نركز للطالب بـ: A و للطالبة بـ:B ، نضع الرسم التوضيحي التالي:



1. احتمال اختيار في المرة الأولى طالب وفي المرة الثانية طالب :

$$P(A \cap A) = P(A).P(A/A) = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{42}{90}$$

2. احتمال اختيار في المرة الأولى طالب وفي المرة الثانية طالبة :

$$P(A \cap B) = P(A).P(B/A) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$$

3. اختيار اختيار في المرة الأولى طالبة وفي المرة الثانية طالب:

$$P(B \cap A) = P(B).P(A/B) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{21}{90}$$

4. اختيار في المرة الأولى طالبة وفي المرة الثانية طالبة:

$$P(B \cap B) = P(B).P(B/B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$$

لاحظ مجموع الاحتمالات =1. كما يجب الاشارة إلى أن الأحداث هنا **غير مستقلة** إذ أن الحادث الأول يؤثر على الثاني.

حل التمرين الخامس: **نظرية الاحتمال السببي أو نظرية بايز** Théorème ou règle de BAYES

لتكن A_1، A_2، A_3، . . . A_k، . . .، A_n أحداث متنافية فيما بينها حيث اتحادها يشكل المجموعة الكلية (الأساسية) Ω، وA حدث ما يتحقق عن طريق واحد أو أكثر من الأحداث A_k، إذا علمنا أن A تحقق، نحسب احتمال تحققه عن طريق الحدث A_k كما يلي:

$$P(A_k / A) = \frac{P(A_k)P(A/A_k)}{\sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(A/A_k)} = \frac{P(A \cap A_k)}{P(A)}$$

تسمى هذه النظرية نظرية الاحتمال السببي لأنها تمكن من حساب احتمال أن يكون حدث ما (A_k) هو المسبب لوقوع حدث آخر (A).

1. أحسب احتمال أن تكون الموظفة الجديدة (A_1) هي التي حررت الفاتورة وقارن مع احتمال أن يكون مصدر الخطأ هو A_2 أو A_3.:

$$P(A_1 / A) = \frac{P(A_1)P(A/A_1)}{\sum_{k=1}^{3} P(A_k)P(A/A_k)} = \frac{0.2*0.05}{(0.2*0.05)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01)} = 0.238$$

$$P(A_2 / A) = \frac{P(A_2)P(A/A_2)}{\sum_{k=1}^{3} P(A_k)P(A/A_k)} = \frac{0.3*0.02}{(0.2*0.05)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01)} = 0.2857$$

$$P(A_3 / A) = \frac{P(A_3)P(A/A_3)}{\sum_{k=1}^{3} P(A_k)P(A/A_k)} = \frac{0.5*0.01}{(0.2*0.05)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01)} = 0.476$$

يظهر من الحساب أن الاحتمال الأكبر هو أن تكون A_3 هي التي حررت الفاتورة.

2. مجموع الاحتمالات $P(A_1/A) + P(A_2/A) + P(A_3/A) = 1$ لأنها تمثل احتمالات الأحداث المتنافية الثلاث.

3. احتمال وجود خطأ في مراسلة ما:

$$P(A) = \sum P(A_k)P(A/A_k) = (0.2*0.005)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01) = 0.012$$