

التمرين الأول:

نرمي قطعتين نقديتين، نهتم بظهور الوجه:

- 1- أكتب قانون التوزيع ثم مثله بيانيا.
- 2- ما هو احتمال الحصول على وجه على الأقل؟
- 3- ما هو احتمال الحصول على وجه على الأكثر؟
- 4- أحسب التوقع و التباين والانحراف المعياري.

التمرين الثاني:

نرمي حجر النرد مرتين ، نهتم بمجموع الرقمين الحاصلين:

- 1- أكتب قانون التوزيع لهذا المتغير العشوائي.
- 2- ما هو احتمال الحصول على مجموع خمسة على الأقل؟
- 3- ما هو احتمال الحصول على مجموع ستة على الأكثر؟
- 4- أحسب التوقع و التباين والانحراف المعياري.

التمرين الثالث:

أجريت دراسة على مئة مصاب تناولوا دواء لمرض أصابهم، وكانت نتائج احتمال الشفاء في خمسة أشهر كما يلي:

5	4	3	2	1	الأشهر X
2 K	K	K	0,5 K	0,5 K	الاحتمال

- 1- حدد قيمة K حتى يكون التوزيع احتماليا.
- 2- أحسب احتمال : $P(1 \leq X \leq 3), P(1 < X < 3), P(X \leq 4), P(X > 2)$
- 3- ما هي مدة تناول هذا الدواء التي ينصح بها الأطباء حتى يتم الشفاء و بكم يمكن أن تزيد أو تنقص .

التمرين الرابع:

احتمال المتغير العشوائي X الممثل لعدد الأطفال في العائلة الواحدة معطى كما يلي :

$$P(X) = C X^x, x = 3,4,5,6$$

- 1- أوجد قيمة الثابت C حتى يكون التوزيع احتماليا.
- 2- ما هو احتمال وجود ثلاثة أطفال في العائلة الواحدة على الأقل ، أربعة على الأكثر؟
- 3- أحسب التوقع و التباين (حساب مباشر).

حل السلسلة الثانية

حل التمرين الأول: قانون التوزيع لمتغير عشوائي منفصل في حالة الأحداث المستقلة

هنا الأحداث (المتغير العشوائي) مستقلة لأننا نرمي القطعتين معا فلا تؤثر نتيجة القطعة الأولى على الثانية لكن إذا رمينا مرتين متتاليتين فنتيجة الرمية الثانية تتأثر بنتيجة الرمية الأولى و يكون هنا المتغير العشوائي مستقل :

$$\Omega = \{(FF)(FP)(PF)(PP)\} \text{ : المجموعة الكلية (الفراغ العيني) :}$$

القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي: $X=0, 1, 2$

$$P(x=0) = 1/4 \text{ : احتمال أن لا يظهر الوجه}$$

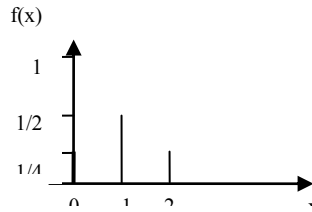
$$P(x=1) = 2/4 \text{ : احتمال أن يظهر الوجه مرة واحدة}$$

$$P(x=2) = 1/4 \text{ : احتمال أن يظهر الوجه مرتين}$$

1. قانون التوزيع يمكن أن يوضع في الجدول التالي:

X	0	1	2	Σ
$P(X=x)$	1/4	2/4	1/4	4/4

التمثيل البياني:



2- احتمال الحصول على وجه على الأقل:

$$P(x \geq 1) = P(x=1) + P(x=2) = 2/4 + 1/4 = 3/4$$

3- ماهو احتمال الحصول على وجه على الأكثر؟

$$P(x \leq 1) = P(x=0) + P(x=1) = 1/4 + 2/4 = 3/4$$

4- أحسب التوقع و التباين والانحراف المعياري.

نضع الجدول التالي:

X	0	1	2	Σ
$P(X=x)$	1/4	2/4	1/4	4/4
$X \times P(x)$	0/4	2/4	2/4	4/4
$X^2 \times P(x)$	0/4	2/4	4/4	6/4

$$\mu = E(x) = \sum xP(x) = \frac{4}{4} = 1$$

$$\sigma^2 = V(x) = \sum x^2P(x) - \mu^2 = \frac{6}{4} - (1)^2 = 1,5 - 1 = 0,5$$

$$\sqrt{V(x)} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0,5} = 0,7$$

حل التمرين الثاني: قانون التوزيع لمتغير عشوائي منفصل في حالة الأحداث غير المستقلة

هنا الأحداث (المتغير العشوائي) غير مستقلة لأننا نرمي الحجر المرة الأولى ثم ننتظر نتيجة الرمية الثانية و التي تؤثر على نتيجة الرمية الأولى و يكون هنا المتغير العشوائي غير مستقل :

$$\Omega = \{(1,1)(1,2).....(5,6)(6,6)\} \text{ : المجموعة الكلية (الفراغ العيني) :}$$

القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي: $X = 2, 3, \dots, 12$ عدد الحالات: $6 \times 6 = 36$

احتمال أن يكون المجموع 2: $P(x=2) = 1/36$

احتمال أن يكون المجموع 3: $P(x=3) = 2/36$

إلى غاية: احتمال أن يكون المجموع 12: $P(x=12) = 1/36$

1. قانون التوزيع يمكن أن يوضع في الجدول التالي:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
$P(X=x)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36	36/36

2. احتمال الحصول على مجموع خمسة على الأقل:

$$P(x \geq 5) = P(x=5) + \dots + P(x=12) = 4/36 + \dots + 1/36 = 26/36 = 13/18$$

3. احتمال الحصول على مجموع ستة على الأكثر:

$$P(x \leq 6) = P(x=6) + \dots + P(x=2) = 5/36 + \dots + 1/36 = 16/36 = 4/9$$

4. التوقع و التباين والانحراف المعياري:

نضع الجدول التالي:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
$P(X=x)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36	36/36
$X \times P(x)$	2/36	6/36	12/36	20/36	30/36	42/36	40/36	36/36	30/36	22/36	12/36	252/36
$X^2 \times P(x)$	4/36	18/36	144/36	1974/36

$$\mu = E(x) = \sum xP(x) = \frac{252}{36} = 7$$

$$\sigma^2 = V(x) = \sum x^2 P(x) - \mu^2 = 54,83 - (7)^2 = 1,5 - 1 = 5,83$$

$$\sqrt{V(x)} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5,83} = 2,41$$

حل التمرين الثالث: المتغير العشوائي منفصل

5	4	3	2	1	X الأشهر
2 K	K	K	0,5 K	0,5 K	الاحتمال

1. تحدد قيمة K حتى يكون التوزيع احتماليا:

حتى يكون التوزيع احتماليا يجب أن يكون: $\sum P(X) = 1$ ومنه: $\sum P(X) = 0,5K + 0,5K + K + K + 2K = 1$

$$\Rightarrow 5K = 1 \Rightarrow K = 1/5$$

2. حساب الاحتمالات:

لغرض حساب مختلف الاحتمالات نضع الجدول التالي:

X	1	2	3	4	5	Σ
$P(X=x)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,4	1

$$1- P(X > 2) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0,2 + 0,2 + 0,4 = 0,8$$

$$2- P(X \leq 2) = P(X=4) + P(X=3) + P(X=2) + P(X=2) = 0,2 + 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,6$$

$$3- P(1 < X < 3) = P(X=2) = 0,1$$

$$4- P(1 \leq X \leq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0,1 + 0,1 + 0,2 = 0,4$$