Corrigé type : Mécanique de la Rupture
2ème Master Construction Mécanique

Ex 01 : (07 pts)

a) Force à la rupture

La contrainte locale σ_y développée à la pointe de la fissure est égale à :

$$\sigma_y = \sigma_a\left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}\right)$$

où σ_a est la contrainte appliquée.

À la rupture, σ_y doit être la résistance théorique à la traction :

$$\sigma_y = \frac{E}{10}$$

En combinant les équations et en réarrangeant, on obtient :

$$\sigma_a = \frac{E}{10}\left(\frac{1}{1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}}\right)$$

Par définition, $\sigma a = F/S$ où F est la force appliquée et S la section de la tige (ici 20 mm²).

Ex 02 : (13 pts)

Pour estimer la durée de vie de la pièce il faut déterminer :

le rapport de chargement $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ qui va nous indiquer quelle courbe de Wöhler on doit utiliser.

l'amplitude de contrainte $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$

Compte-tenu des données du problème on obtient $R = \frac{100}{500} = 0.2$ et $\sigma_a = \frac{500 - 100}{2} = 200\ MPa$.

Il suffit alors de lire sur la courbe ($R = 0.2$) le nombre de cycles N qui correspond à $\sigma_a = 200\ MPa$. On trouve $N = 7.10^5$ cycles. Or la fréquence du signal étant de 0.01Hz. cela correspond à une période $T = 1/f = 100\ s$. La durée en seconde est donc $d = N.T = 7.10^5 \times 100 = 7.10^7\ s$. Et comme il y a $24 \times 60 \times 60 = 86400$ secondes dans une journée, la durée exprimée en jours est donc $d = 7.10^7/86400 = 810\ j$. La pièce aura une durée de vie considérée infinie si l'on abaisse l'amplitude de contrainte à une valeur inféreure à la limite d'endurance σ_D du matériau. Cela correspond à la valeur qui tend vers une limite asymptotique sur la courbe de Wöhler. On lit sur le graphe $\sigma_D = 150\ MPa$.

Puisqu'on maintient constant le rapport de chargement $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0.2$ et avec $\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$, on peut calculer les nouvelles valeurs de σ_{max} et σ_{min} selon :

$$\sigma_{max} = \frac{2\sigma_a}{1 - R} = 375\ MPa$$

et

$$\sigma_{min} = R \times \sigma_{max} = 75\ MPa$$

Après un an (365 jours) on détecte une fissure de longueur $a_0 = 2mm$. sachant que la pièce est sollicitée mécaniquement avec une contrainte variable, c'est la contrainte maximale

σ_{max} qui va causer la propagation de la fissure. Il convient d'estimer le facteur d'intensité de contrainte K et de le comparer à la ténacité K_{IC} du matériau.

On distingue alors 2 cas possibles :

$K < K_{IC}$. le matériau résiste malgré la présence de la fissure (qui se propage quand même un "peu"...).

$K \geq K_{IC}$. le matériau se rompt de façon brutale.

En calculant $K = \alpha \times \sigma_{max} \times \sqrt{\pi \times a} = 1.25 \times 500 \times \sqrt{\pi \times 2.10^{-3}} = 49.5\ MPa.\sqrt{m} <$ $K_{IC} = 90\ MPa.\sqrt{m}$. Il n'y a donc pas de risque imminent de rupture.

Intuitivement on pouvait s'attendre à cette conclusion puisqu'on inspecte au bout de 365 jours alors que la pièce est censée durer 810 jours!!!

Afin d'anticiper la rupture finale on fait le choix de changer la pièce défectueuse lorsqu'on atteint les 3/4 de la taille critique, a_C qui peut se calculer à partir de :

$$a_C = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{IC}}{\alpha.\sigma_{max}}\right)^2$$

Le calcul donne $a_C = 6,6.10^{-3}\ m = 6.6\ mm$. Les 3/4 de a_C représentent une longueur $a_1 = 3/4 \times a_C = 5\ mm$. Il faudra donc entre l'inspection et le changement préventif que la fissure progresse d'une longueur $\Delta a = a_1 - a_0 = 5 - 2 = 3mm$. Si on suppose qu'au moment de l'inspection la vitesse de propagation est constante on peut alors écrire :

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta a}{\Delta N}$$

où ΔN représente le nombre de cycles pour propager la fissure d'une longueur Δa.
On trouve alors :

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{da/dN} = \frac{3}{10^{-5}} = 3.10^5$$

ce qui représente $3.10^5 \times 100/86400 = 347$ jours ! C'est à dire qui faudrait moins de temps pour propager une longueur plus grande (347j pour 3mm à comparer à 365j pour 2mm) !