الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC OF ALGERIA

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

MOHAMED BOUDIAF UNIVERSITY OF M'SILA

Technology Faculty — كلية التكنولوجيا

Department of Mechanical Engineering — قسم الهندسة الميكانيكية

Corrigée d'examen : Stat et Proba

Licence 2 : Génie Mécanique – Session Normale

Année Universitaire : 2019/2020

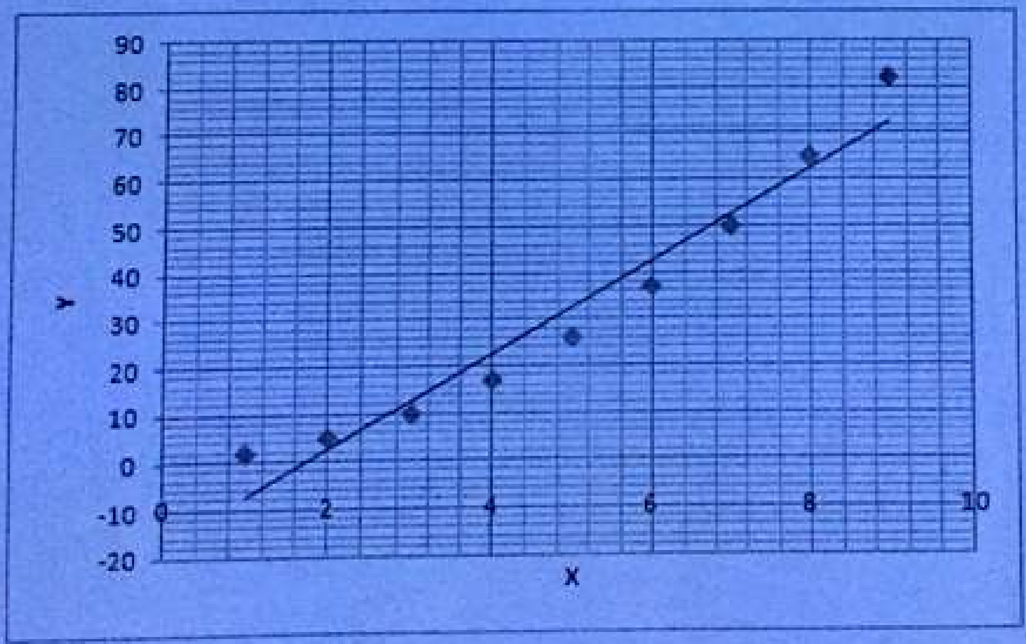
Questions de cour : (02)*points.*

La loi	Espérance	Variance	Vrai	Faux
Loi de poisson $P(m)$	m	k	X	
Loi binomiale $B(n,p)$	np	npq	X	
Loi de poisson $P(1)$	1	k	X	

......................(0.5+0.5+01)pts

Corrigé exercice 01 : (07)*points.*

-1) Le nuage de points



..............01pt

x_i	y_i	$x_i-\bar{x}$	$y_i-\bar{y}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(y_i-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$
1	2	-4	-30.67	16	940.65	122.68
2	5	-3	-27.67	9	765.63	83.01
3	10	-2	-22.67	4	516.93	45.34
4	17	-1	-15.67	1	245.55	15.67
5	26	0	-6.67	0	44.49	0
6	37	1	4.33	1	18.75	4.33
7	50	2	17.33	4	300.33	34.66
8	65	6	32.33	9	1045.23	96.99
9	82	4	49.33	16	2433.45	167.32
$\bar{x}=5$	$\bar{y}=32.67$		Sommes	60	6308.01	600

$\bar{x}=\frac{1}{9}\sum_1^9 x_i = 5$ 0.5pt

$\bar{y}=\frac{1}{9}\sum_1^9 y_i = 32.67$ 0.5pt

$V_x=\frac{1}{9}\sum_1^9(x_i-\bar{x})^2 = \frac{60}{9} = 6.66 \Rightarrow \sigma_x=\sqrt{V_x}=2.58$ 0.5pt

$V_y=\frac{1}{9}\sum_1^9(y_i-\bar{y})^2 = \frac{6308.01}{9} = 700.89 \Rightarrow \sigma_y=\sqrt{V_y}=26.47$ 0.5pt

$\sigma_{xy}=\frac{1}{9}\sum_1^9(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) = \frac{600}{9} = 66.66$ 01pt

- 2) Equation de la droite d'ajustement :

$a=\frac{\sigma_{xy}}{V_x}=\frac{66.66}{6.66}=10$

$b=\bar{y}-a\bar{x}=32.67-10 \text{ X } 5=-17.33$

$y=10x-17,33$ 01pt

- 3) le coefficient de corrélation r

$r=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\ \sigma_y}=\frac{66.66}{2.58 \times 26.47}\simeq 0.98$ 01pt

$r=0,98$. Il s'agit d'une corrélation positive forte. 01pt

Corrigé exercice 02 : (03)*points.*

On sait qu'il y a 3 filles et 3 garçons.
Supposons que les garçons portent les dossards 1,2,3 et les filles les dossards 4,5,6.
On a la série 1,2,3,4,5,6 que l'on peut permuter de 6! =720 manières différentes.
Le groupe de filles doit se trouver les 3 après les garçons et il y a 3! x 3! façons de permuter les filles et les garçons entre eux.
Donc la probabilité recherchée est : $\frac{3!\ .\ 3!}{6!}=0.05$ 03pts

-On peut également se dire que parmi 6 enfants on peut choisir $C_6^3=20$ groupes de 3 enfants et qu'un seul de ces groupes contiendra 3 filles,
ce faisant on a introduit un ordre sur les groupes,
mais dans cet exercice c'est ce que l'on désire,
car on veut les filles après les garçons, le résultat est, : $\frac{1}{C_6^3}=0.05$

Corrigé exercice 03 : (03)*points.*

Posons f= "fille" et n= "nombre d'élèves".
La probabilité $P(f) = \frac{f}{n} = \frac{2}{5}$
on sait également que
$P(f \cap f) = \frac{5}{32} = P(f/f)P(f) = \frac{f-1}{n-1}\frac{f}{n} = \frac{5}{32}$
En substituant $f = \frac{2n}{5}$
dans l'égalité ci-dessus, on obtient que $f = 26$ et $n = 65$
donc le nombre de garçons dans ce groupe est : $65 - 26 = 39$ 03pts

-Autre méthode

La probabilité de tirer deux filles est également donnée par : $\frac{C_f^2}{C_n^2} = \frac{5}{32}$
En développant, on arrive exactement à la même expression que ci-dessus :

Corrigé exercice 04 : (05)*points.*

- 1) Déterminons la valeur du réel .
Tout d'abord, remarquons que f est une fonction continue sur $[e^{-1}, e]$ comme étant le produit du réel k par la fonction inverse, continue sur $[e^{-1}, e] \subset \mathbb{R}_+^*$.
Remarquons par ailleurs que f est positive sur $[e^{-1}, e]$ si et seulement si $k > 0$.
Enfin,
la variable aléatoire X suit une loi de probabilité de densité f définie sur $[e^{-1}, e]$ si et seulement si :
$\int_{e^{-1}}^{e} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_{e^{-1}}^{e} \frac{2k}{x}dx = 1 \Leftrightarrow 2kp(X > 1) = 1 \Leftrightarrow 2k[\ln x]_{e^{-1}}^{e} = 1$
$\Leftrightarrow 2k[\ln e - \ln e^{-1}] = 1 \Leftrightarrow 2k[1-(-1)] = 1 \Leftrightarrow 4k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$
Finalement, X suit une loi de probabilité de densité f définie par :
$f(x) = \frac{1}{4x} sur [e^{-1}, e]$ 01pt

- 2) Montrons que $p(1 \leq X \leq e)$ est un nombre rationnel.
$p(1 \leq X \leq e) = \int_1^e f(x)dx = \int_1^e \frac{1}{4x}dx = \frac{1}{4}[\ln e - \ln 1] = \frac{1}{4}$
est bien un nombre rationnel. 01.5pts

- 3) Calculons $P_{(X>1)}(X < 2)$.

$$P_{(X>1)}(X < 2) = \frac{p((X>1)\cap(X<2))}{p(X>1)} = \frac{p(1 < X < 2)}{p(X>1)}$$

$$= \frac{\int_1^2 \frac{1}{4x}dx}{\int_1^e \frac{1}{4x}dx} = \frac{[\ln x]_1^2}{[\ln x]_1^e} = \frac{[\ln 2 - \ln 1]}{[\ln e - \ln e1]} = \ln 2 \simeq 0.693$$ 02.5pts