Université de Msila
Faculté de technologie
Département de génie mécanique
Master 2
Option : Techniques de production industrielle

Correction d'EMD d'Optimisation des procédés de fabrication

Question de cours (10 Pts)

Complétez les expressions suivantes :

1- Optimiser la conception d'une pièce, d'une structure est :

Rechercher la meilleure structure possible, c'est-à-dire celle qui assure le prix de revient minimum (coûts de l'étude, de la fabrication des matières premières, de la maintenance, …)

2- Fonction coût (ou objectif) = $\begin{cases} * \text{ poids} \\ * \text{ volume} \\ * \text{ fonction des contraintes} \\ * \text{ énergie de déformation} \\ * \text{ Déformée et autres} \end{cases}$ **(2Pts)**

3- paramètres d'optimisation = $\begin{cases} * \text{ dimensions} \\ * \text{ forme.} \\ * \text{ type de matériau} \\ * \ section \\ * \ Orientation\ de\ fibres \end{cases}$ **(2Pts)**

4- Contraintes d'optimisation = $\begin{cases} * \text{ contraintes} \\ * \text{ déplacements} \\ * \text{ fréquences propres} \\ * \text{ charges critiques} \\ * \ Dimensions\ et\ faisabilité \end{cases}$ **(2Pts)**

5- Une approximation locale de ce problème au point X_0 consiste à approcher la fonction coût f et les limitations g_j par des approximations de Taylor $f_{X_0}^{AP}$ et $g_{jX_0}^{AP}$ autour de ce point X_0. On minimise alors une suite de problèmes approchés :

Minimiser $f_{X_0}^{AP}$

X

Avec les conditions :

$g_{jX_0}^{AP} \leq 0 \qquad j = 1,2 \ldots\ldots\ldots. m$ **(2Pts)**

Problème (10 Pts)

Un industriel produit simultanément 2 biens a et b dont il a le monopole de la production et de la vente dans un pays. Soit x la quantité produit du premier bien et y la quantité produite du second. Les prix P_a et P_b auxquels il vend les bien a et b sont fonction des quantités écoulées selon les relations :

$$\mathbf{P_a = f(x)}$$
$$\mathbf{P_b = g(y)}$$

Le coût de production total des quantités x et y est une fonction c (x, y).
Le bénéfice de l'entreprise si elle vend les quantités x et y est donc la fonction :

$$\pi(x, y) = xf(x) + yg(y) - c(x, y)$$

Dans le cas suivant, trouvez les quantités qui maximisent le bénéfice de l'entreprise, la valeur maximale du bénéfice ainsi que les prix de vente de bien.

$$\begin{cases} P_a = x + x^2y - 3y - 1 \\ P_b = xy^2 - 5y + 2 \\ c(x, y) = xy^3 + yx^3 - 10 \end{cases}$$

<u>Solution :</u>

$$\pi(x, y) = 10 - x^2 - 5y^2 + 3xy + x + 2y \quad \textbf{(1Pts)}$$

On calcule : Les dérivées premières :

$$\pi'_x = -2x + 3y - 1 \quad \textbf{(1Pts)}$$
$$\pi'_y = -10y + 3x + 2 \quad \textbf{(1Pts)}$$

Les dérivées secondes :

$$\pi''_{xx} = -2 \quad \textbf{(1Pts)}$$
$$\pi''_{yy} = -10 \quad \textbf{(1Pts)}$$
$$\pi''_{xy} = 3 \quad \textbf{(1Pts)}$$

Le point critique est solution de : $\begin{cases} \pi'_x = -2x + 3y - 1 = 0 \\ \pi'_y = -10y + 3x + 2 = 0 \end{cases}$

Pour résoudre ce système de 2 équations à 2 inconnues, on procède par substitution : on exprime x en fonction de y dans la première équation qui s'écrit :
On substitue x par son expression en fonction de y dans la seconde équation :

$$2x = 3y - 1 \text{ soit } x = \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}$$

On reporte dans l'expression de x et la solution est $\begin{pmatrix} x = -4/11 \\ y = 1/11 \end{pmatrix}$ **(2Pts)**

Pour trouver la nature de ce point critique, on calcule D. (D=11)

On constate que D est positif et que π''_{xx} est négatif au point $\begin{pmatrix} x = -4/11 \\ y = 1/11 \end{pmatrix}$. On en déduit que ce point réalise un maximum de la fonction $\pi(x, y)$. **(2Pts)**