Université M[ed] boudiaf M'sila
Master 1(S1) "Electronique des Systèmes Embarqués"

Département d'électronique
M'sila le 25/01/2020

Contrôle du module "Systèmes asservis numériques"

Questions de cours : 4pts

1. Quel est la différence entre une commande continue et une commande numérique ?
2. Citer les différentes présentations d'un modèle discret ?
3. Quel est le rôle d'un bloqueur ?

Exercice1: 4pts

Soit l'équation récurrente suivante :

$$e_n \to s_n: \qquad s_{n+2} + 2s_{n+1} + 1.25s_n = en$$

1. Trouver la fonction de transfert en z .
2. Donner une représentation d'état à cette équation.

Exercice2: 6pts

On considère un système échantillonné de fonction de transfert $G(z)$ placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire, avec :

$$G(z) = \frac{0.16K}{(z-0.8)^2} \quad \text{Avec } k>0$$

La période d'échantillonnage est : $Te = 0,1$ s.

1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée et déterminer la condition de stabilité du système en utilisant le critère de Jury.
2. Le gain étant réglé sur $K = 1$, déterminer, en boucle fermée : l'erreur de position et l'équation de récurrence,

Exercice3: 6pts

On considère un système régi par l'équation d'état :

$$x(k+1) = [A]x(k) + (B)e(k) \quad \text{et} \quad y(k) = Cx(k)$$

1. determiner la matrice de transfert en z de ce système.

Etant donner $[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, (B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $et\ (C) = (1 \quad 0)$

2. Trouver les pôles de ce système.
3. Déterminer la commandabilité du système en boucle ouverte.

Bonne chance

Université de M'Sila   Département d'électronique
Master 1 (S1) ESEM   M'Sila le 25/01/2020

Correction du contrôle
Systèmes Asservis numériques

* Réponse aux questions de cours : (5 pts)

1) La ≠ces entre la commande des systèmes continus VS discrets c'est au niveau du système de commande.

continu	discret
contrôleur	- calculateur numérique - convertisseur numérique-analogique - convertisseur analogique-numérique

2. le modèle discret peut représenter sous 3 formes :
   - Equation récurrente.
   - Fonction de transfert.
   - Equation d'état.

3- le rôle d'un bloqueur est de retrouver la valeur analogique des signaux échantillonnés équivalents de manière exacte à tout temps c.à.d (CNA)

Exercice 1 (4 pts)

$e_n \longrightarrow S_n$: $S_{n+2} + 2S_{n+1} + 1{,}25\,S_n = e_n$

1) Fonction de transfert

$\xrightarrow{TZ} z^2 S(z) + 2zS(z) + 1{,}25\,S(z) = E(z)$

$\Rightarrow F(z) = \dfrac{S(z)}{E(z)} = \dfrac{1}{z^2+2z+1{,}25}$

2) Représentation d'état

le choix du vecteur d'état $x_1(K) = S_n$

$x_2(K) = S_{n+1}$

$$x_1(K+1) = S_{n+1} = x_2(k)$$

$$x_2(K+1) = S_{n+2} = -2x_2(k) - 1{,}25\,x_1(k) + e(k)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(K+1) \\ x_2(K+1) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1{,}25 & -2 \end{bmatrix}}^{A} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} e(k)$$

$$y(k) = \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}^{C} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Exercice 2: (6pts)

Soit la FT d'un système echantillonné

$$G(Z) = \frac{0{,}16K}{(Z-0{,}8)^2} \quad \text{avec } K > 0$$

1) Fonction de Transfert en Boucle fermé

$$F(Z) = \frac{G(Z)}{1+G(Z)} = \frac{0{,}16K}{Z^2 - 1{,}6Z + 0{,}64 + 0{,}16K}$$

l'équation caractéristique

$$D(Z) = Z^2 - 1{,}6Z + 0{,}64 + 0{,}16K = 0$$

D'après le critère de Jury, le système est stable si et seulement si toutes les conditions suivantes sont respect

$$\begin{cases} D(1) > 0 \\ D(-1) > 0 \\ 1 > 0{,}64 + 0{,}16K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}04 + 0{,}16K > 0 & \text{véri} \\ 3{,}24 + 0{,}16K > 0 & \text{véri} \\ K < 2{,}25 \end{cases}$$

le système est stable pour $K < 2,25$

2- En choisissant $K = 1$, on a

$$F(z) = \frac{0,16}{z^2 - 1,6z + 0,8}$$

* équation récurrente

$$F(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0,16}{z^2 - 1,6z + 0,8} = \frac{0,16 z^{-2}}{1 - 1,6z^{-1} + 0,8 z^{-2}}$$

d'où $S_k = 0,16\, e_{k-2} + 1,6\, S_{k-1} - 0,8\, S_{k-2}$

* l'erreur de position.

$$\varepsilon_p = \lim_{z \to 1} \frac{z-1}{z} \frac{1}{1 + G(z)} E(z)$$ (échel

Avec $E(z) = \frac{z}{z-1}$

$$\varepsilon_p = \lim_{z \to 1} \frac{z-1}{z} \frac{1}{1+G(z)} \frac{z}{z-1}$$

$$\varepsilon_p = \lim_{z \to 1} \frac{1}{1+G(z)} = \lim_{z \to 1} \frac{1}{\left(1 + \frac{0,16}{(z-0,8)^2}\right)} = 0,2$$

Exercice 3: (5 pts)

équation d'état

$$x(k+1) = [A]\, x(k) + (B)\, e(k) \text{ et } y(k) = C x(k)$$

1) la matrice de transfert en z.

$\xrightarrow{TZ}$ $z\,[x(z) - x(0)] = A\, x(z) + B\,U(z)$

$x(z)\,[zI - A] = B\,U(z)$ avec I : matrice identité

$\Rightarrow x(z) = [zI - A]^{-1} B\,U(z)$

remplaçant $x(Z)$ dans $y(Z)$

$$y(Z) = C\,x(Z) = C(ZI-A)^{-1}B\,U(Z)$$

donc $H(Z) = \dfrac{Y(Z)}{U(Z)} = C(ZI-A)^{-1}B$ (matrice de transfert en Z)

Etant donner $[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, $(B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $C = (1 \;\; 0)$

2) les pôles de ce système

les pôls du système c'est les racines de la matrice $H(Z) = C(ZI-A)^{-1}B$

$$(ZI-A)^{-1} = \frac{1}{Z^2+3Z+2}\begin{bmatrix} Z+3 & -2 \\ 1 & Z \end{bmatrix}^T$$

$$H(Z) = (1 \quad 0)\begin{bmatrix} \dfrac{Z+3}{Z^2+3Z+2} & \dfrac{1}{Z^2+3Z+2} \\ \dfrac{-2}{Z^2+3Z+2} & \dfrac{Z}{Z^2+3Z+2} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= (1 \quad 0)\begin{pmatrix} \dfrac{1}{Z^2+3Z+2} \\ \dfrac{Z}{Z^2+3Z+2} \end{pmatrix} = \frac{1}{Z^2+3Z+2} = \frac{1}{(Z+1)(Z+2)}$$

3) la commandabilité

$$[B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$\det\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = -1 \neq 0$ donc le système est commandable