Département d'électronique
Master 1 (S1) : STLC

Examen (communications numériques avancées)

Exercice 1 : (6 points)

Soit les deux constellations (a) et (b) représentées sur la figure 1 :

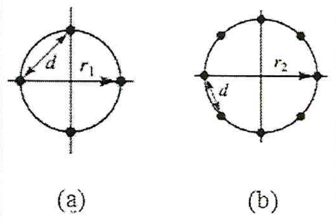

Figure. 1

1-Quel est le type de modulation de chaque constellation ?

2- Déterminer les rayons r_1 et r_2 sachons que la distance entre deux points adjacentes dans les deux constellations est d.

3- Déterminer l'énergie transmise supplémentaire requise (en décibel dB) pour le signal de la constellation (b) pour atteindre la même probabilité d'erreur que le signal de la constellation (a) (la probabilité d'erreur est déterminée par des erreurs dans la sélection de points adjacents).

Exercice 2 : (6 points)

Considérons un système de communication numérique qui transmet des informations via une modulation QAM sur un canal téléphonique de 2400 symboles/s. Le bruit dans le canal est supposé AWGN (Additive white Gaussian Noise) de DSP=$N_0/2$.

La probabilité d'erreur d'une modulation M-aire QAM (M-QAM) est donnée par :

$$P_M = 1 - \left[1 - 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3nE_b}{(M-1)N_0}}\right)\right]^2$$

, où n et le nombre de bit par symbole et E_b est l'énergie d'un bit.

1- Déterminer le rapport signal sur bruit E_b/N_0 requis pour atteindre une probabilité d'erreur $4.2*10^{-2}$ pour un débit de 4800 bits/s.

2- Répéter la question 1 pour un débit de 9600 bits/s.

3- Quelle conclusion tirez-vous de ces résultats?

Remarque : (utiliser le tableau de la fonction Q(z) et choisir les valeurs approximatives les plus proches aux résultats obtenus)

Exercice 3 : (8 points)

Soit un signal binaire $\pm s(t)$ transmis sur un canal à évanouissement, le signal reçu est $z(t) = \pm a s(t) + n(t)$, $0 \le t \le T$ où $n(t)$ est un bruit additif blanc gaussien de fonction de densité de probabilité gaussienne définie par : $p(n) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma_0}\right)^2\right)$ avec une moyenne nulle et de variance $\sigma_0^2 = \frac{N_0}{2}$, ($\frac{N_0}{2}$: la DSP du bruit). L'énergie du signal transmis est $E = \frac{1}{2}\int_0^T |s(t)|^2 dt$. Le gain du canal est spécifié par sa fonction de densité de probabilité $p(a) = 0.1\delta(a) + 0.9\delta(a-2)$.

1- Formuler la règle de décision utilisant le détecteur ML (Maximum de Vraisemblance) basant sur le critère MAP (Maximum a postériori) et la règle de Bayes.

2- La probabilité d'erreur est donnée par : $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2a^2E}{N_0}}\right)$. Exprimer la probabilité d'erreur moyenne P_{emoy} . Quelle est la valeur proche de P_{emoy} lorsque E/N_0 tend vers l'infini ?

Formules utiles :

La fonction d'erreur Q(z) : $Q(z) = \int_z^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$.

Le tableau pour calculer la fonction Q :

z	Q(z)	z	Q(z)	z	Q(z)
0.0	0.5	1.0	0.15866	2.0	0.02275
0.1	0.46017	1.1	0.13567	2.1	0.01785
0.2	0.42074	1.2	0.11507	2.2	0.01390
0.3	0.38029	1.3	0.09680	2.3	0.01072
0.4	0.34458	1.4	0.08076	2.4	0.00820
0.5	0.30854	1.5	0.06681	2.5	0.00620
0.6	0.27425	1.6	0.05480	2.6	0.00466
0.7	0.24196	1.7	0.04457	2.7	0.00347
0.8	0.21186	1.8	0.03593	2.8	0.00256
0.9	0.18406	1.9	0.02872	2.9	0.00187

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

Bon courage

M1. STLC
Communications numériques avancées

Corrigé Type

Exercice 01 : (06 points)

1) (a) $\longrightarrow$ 4-QAM (0,5)

(b) $\longrightarrow$ 8-QAM (0,5)

2) $r_1 = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$ (1)

$r_2 = \dfrac{d}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$ (1)

3) $E_a = \dfrac{d^2}{2}$ (1)

$E_b = \dfrac{d^2}{2-\sqrt{2}}$ (1)

$$E_{dif[dB]} = E_{b[dB]} - E_{a[dB]}$$
$$= 10\log_{10} E_b - 10\log_{10} E_a$$
$$= 5{,}3329 \text{ dB}$$ (1)

Exercice 02 : (06 points)

1) $D = nR \Rightarrow n = \dfrac{D}{R}$

$\Rightarrow \dfrac{4800}{2400} = 2$ (0,5) $\Rightarrow M = 2^2 = 4$ (0,5)

$\Rightarrow Q\left(\sqrt{\dfrac{2E_b}{N_0}}\right) = 1 - \sqrt{1-P_M} = 0{,}02122$ (1)

$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{2E_b}{N_0}} \simeq 0{,}8 \Rightarrow \dfrac{E_b}{N_0} \simeq 0{,}32$ (0,5)

2) $n = \dfrac{9600}{2400} = 4$ (0,5) $\Rightarrow M = 16$ (0,5)

$\Rightarrow Q\left(\sqrt{\dfrac{12E_b}{15N_0}}\right) = \dfrac{2}{3}\left(1 - \sqrt{1-P_M}\right) = 0{,}01445$ (1)

$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{12E_b}{N_0}} \simeq 2{,}2 \Rightarrow \dfrac{E_b}{N_0} \simeq 6{,}05$ (0,5)

3) conclusion : on observe que l'augmentation du nombre de bit par symbole impose une augmentation dans l'énergie transmise. 1

Exercice 03 : (8 points)

1) $z \gtrless 0$ (voir le cours) 3

2) $$P_{e\,moy} = \int_{-\infty}^{+\infty} P_e \, P(a) \, da$$ 1

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} 0{,}1 \, P_e \, \delta(a) + \int_{-\infty}^{+\infty} 0{,}9 \, P_e \, \delta(a-2) \, da$$ 1

$$= 0{,}1 \, P_e(0) + 0{,}9 \, P_e(2) \rightarrow$$ 1

$$\boxed{P_{e,moy} = 0{,}1 \, Q(0) + 0{,}9 \, Q\left(\sqrt{\frac{8E}{N_0}}\right)}$$ 1

$$P_{e\,moy} = 0{,}05 + 0{,}9 \, Q(\sqrt{\infty})^{0}$$

$$\boxed{P_{e\,moy} = 0{,}05}$$ 1