Université Mohamed Boudiaf - M'Sila
Faculté de Technologie
Departement de Génie Mécanique

M'Sila le 29/01/2020

Corrigé de l'examen de ROM. Avancée

Master : construction Méca
Session normale

Ex N° 1 :-

1) Les actions de liaisons sont determinées d'aprés les conditions de l'equilibre statique :

$$R_A = \frac{1}{4}(3F_1 + F_2)$$

$$R_B = \frac{1}{4}(F_1 + 3F_2)$$

Pour calculer l'energie de deformation on doit determiner les moments de flexions :

Pour $0 \leq x \leq \ell/4$ $\quad M_{f_1}(x) = \frac{3x}{4}F_1 + \frac{x}{4}F_2$

si $\frac{\ell}{4} \leq x \leq 3\ell/4$ $\quad M_{f_2}(x) = \frac{1}{4}(\ell - x)F_1 + \frac{x}{4}F_2$

si $\frac{3\ell}{4} \leq x \leq \ell$ $\quad M_{f_3}(x) = \frac{1}{4}(\ell - x)F_1 + \frac{3}{4}(\ell - x)F_2$

L'energie de deformation est obtenue en calculant l'expression suivante,

$$W_{TOT} = \frac{1}{2EI_{Gz}}\int_0^{\ell/4} M_{f_1}^2(x)\,dx + \frac{1}{2EI_{Gz}}\int_{\ell/4}^{3\ell/4} M_{f_2}^2(x)\,dx + \frac{1}{2EI_{Gz}}\int_{3\ell/4}^{\ell} M_{f_3}^2(x)\,dx$$

Le calcul permet d'obtenir :

$$W_{TOT} = \frac{\ell^3}{3072\,EI_{Gz}}\left(18F_1^2 + 18F_2^2 + 28F_1F_2\right)$$

2) l'application du Theoreme de Castigliano en C et D donne :

$$y_C = \frac{\partial W_{TOT}}{\partial F_1} = \frac{\ell^3}{768\,EI_{Gz}}(9F_1 + 7F_2)$$

$$y_D = \frac{\partial W_{TOT}}{\partial F_2} = \frac{\ell^3}{768\,EI_{Gz}}(9F_2 + 7F_1)$$

3) Si $F_1 = F_2 = F$ on obtient : $y_C = y_D = \frac{\ell^3 F}{48EI_{Gz}}$

4) En remplaçant $F_1$ et $F_2$ par $F$ l'energie $W_{TOT}$ devient : $W_{TOT} = \frac{\ell^3 F^2}{48EI_{Gz}}$

et l'application du Théoreme de Castigliano à cette expression donne :

$$y = \frac{\partial W_{TOT}}{\partial F} = \frac{\ell^3 F}{24EI_{Gz}}$$

5) En remplaçant $F_1$ et $F_3$ par $F$ dans l'expression de $W_{TOT}$, on rend les forces extérieures dépendantes, la flèche y calculée à l'aide de $W_{TOT}$ est égale au double de la flèche correcte de l'une des forces.

**Ex N° 2**

cube de granite ($E = 60.10^5$ MPa, $\nu = 0,25$) et $l = 100$ mm

1) calcul de $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ : $\sigma_x = -64,8$ MPa, $\sigma_y = -43,2$ MPa, $\sigma_z = -43,2$ MPa

loi de Hooke généralisée :

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\cancel{\sigma_y} + \sigma_z) = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\varepsilon_x = -7,20 \cdot 10^{-6} = -0,72 \cdot 10^{-5}$$

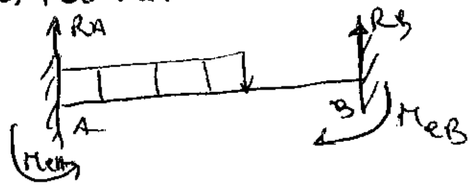
$$\varepsilon_y = -2,7 \cdot 10^{-6} = -0,27 \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_z = -2,7 \cdot 10^{-6} = -0,27 \cdot 10^{-5}$$

calcul de $\tau_{max}$ : $\tau_{max} = \frac{|\sigma_x - \sigma_z|}{2} = \frac{|-64,2 - (-43,2)|}{2} = 10,8$ MPa

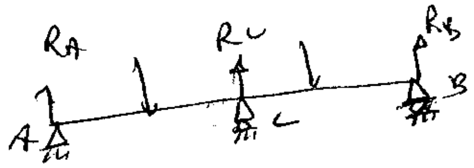
**Ex N° 3**

Les Théorème de Menabrea

1) 

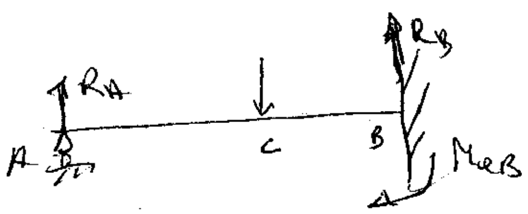

$$\Rightarrow \frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_A} = 0 \;;\; \frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_B} = 0$$

$$\frac{\partial W_{TOT}}{\partial M_{eA}} = 0 \;,\; \frac{\partial W_{TOT}}{\partial M_{eB}} = 0$$

2) 


: $\frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_A} = 0$ ; $\frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_C} = 0$

et $\frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_B} = 0$

3) 


: $\frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_A} = 0$ , $\frac{\partial W_{TOT}}{\partial R_B} = 0$

$$\frac{\partial W_{TOT}}{\partial M_{eB}} = 0$$

Enseignante : Benkhebada H.