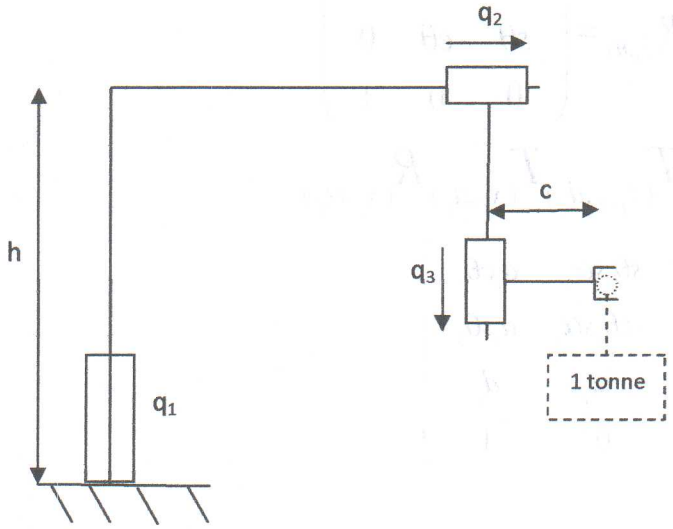
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE
جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Niveau : Master 2, Automatique et systems **Année Universitaire 2019-2020**

EXAMEN 1ère session: Commande de robots de manipulation **Durée 1 Heure 30 min**

Exercice:Etude d'une grue

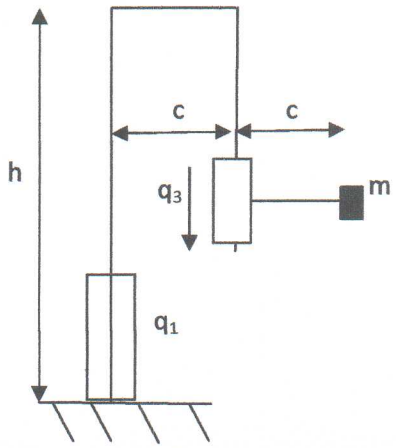
Soit le robot **grue** à 3 DDL(RPP) suivant avec les variables articulaires (q_1, q_2 et q_3):



1) Rajouter sur la figure les repères R0, R1, R2 et R3 suivant la convention de DH.
2) Remplir le tableau de DH de ce robot.
3) Calculer le modèle géométrique direct ($M^0{}_3$) et déduire le Jacobien J de ce robot tel que:

$$\begin{pmatrix} {}^0v_x \\ {}^0v_y \\ {}^0v_z \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix}$$

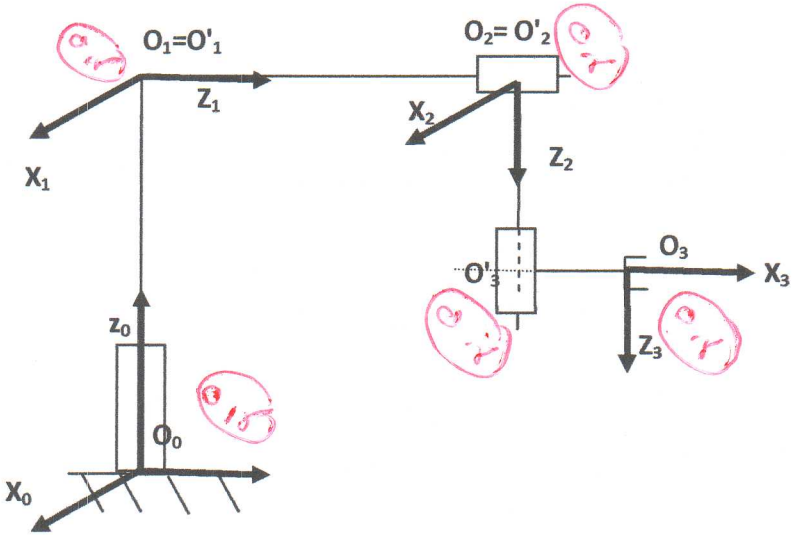
4) La grue porte une charge de 1 tonne. Quels sont les efforts statiques sur les actionneurs?
5) Déterminer les configurations singulières du modèle géométrique inverse de ce robot
6) On négligeant les frottements, les masses et les moments des segments des moteurs et des articulations.
   On fixant q_2=c et on ramener toute la masse l'effecteur.
   Calculer le modèle dynamique de ce robot.



Correction

Exercice N°01

1) Les axes des repères



2) Tableau de DH de ce robot:

	a_i	α_i	d_i	θ_i	
1	0	$-\pi/2$	h	q_1	1
2	0	$-\pi/2$	q_2	0	1
3	C	0	q_3	$-\pi/2$	1

3) Le modèle géométrique direct ($M^0{}_3$)

$$M_1^0 = \begin{pmatrix} Cq_1 & 0 & -Sq_1 & 0 \\ Sq_1 & 0 & Cq_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_2^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -c \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2^0 = M_1^0 * M_2^1 = \begin{pmatrix} Cq_1 & Sq_1 & 0 & -q_2Sq_1 \\ Sq_1 & -Cq_1 & 0 & q_2Cq_1 \\ 0 & 0 & -1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_3^0 = M_1^0 * M_2^1 * M_3^2 = \begin{pmatrix} -Sq_1 & Cq_1 & 0 & -q_2Sq_1 - cSq_1 \\ Cq_1 & Sq_1 & 0 & q_2Cq_1 + cCq_1 \\ 0 & 0 & -1 & h - q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ 0,5

4) Le modèle cinématique direct : $V_e = J\dot{q}$

$$J_6 = \begin{pmatrix} Z_0 \times (P_3 - P_0) & Z_1 & Z_2 \\ Z_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad Z_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad Z_1 = \begin{pmatrix} -Sq_1 \\ Cq_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad Z_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$ 0,5 0,25 0,25 0,25

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_3 = \begin{pmatrix} -q_2Sq_1 - cSq_1 \\ q_2Cq_1 + cCq_1 \\ h - q_3 \end{pmatrix}$$ 0,25 0,25

$$J_6 = \begin{pmatrix} -q_2Cq_1 - cCq_1 & -Sq_1 & 0 \\ -q_2Sq_1 - cSq_1 & Cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow J = \begin{pmatrix} -q_2Cq_1 - cCq_1 & -Sq_1 & 0 \\ -q_2Sq_1 - cSq_1 & Cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$ 1 0,25

5) Les efforts statiques sur les actionneurs pour une charge de 1 tonne
En statique les couples des actionneurs engendrés par les forces appliques à l'effecteur sont: $\tau = J^T h_e$ tel que: J est le jacobien et h_e est le vecteur des forces appliques à l'effecteur 0,5

$$h_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \Rightarrow \tau = \begin{pmatrix} -q_2Cq_1 - cCq_1 & -q_2Sq_1 - cSq_1 & 0 \\ -Sq_1 & Cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$ 0,5

$$\tau = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10000 \end{pmatrix}$$ 0,1

6) Les configurations singulières du modèle géométrique inverse
Les configurations singulières du modèle géométrique inverse sont les configurations singulières de la matrice jacobien pour lesquelles det(J) = 0 1

$$\det(J) = -\begin{vmatrix} -q_2Cq_1 - cCq_1 & -Sq_1 \\ -q_2Sq_1 - cSq_1 & Cq_1 \end{vmatrix} = q_2 + c$$ 0,5

Donc les configurations singulières du modèle géométrique inverse sont $q_2 = -c$ 0,5

7) Le modèle dynamique:

$$\zeta = t - u$$

$$t = \frac{1}{2}m\dot{q}_3^{\,2} + \frac{1}{2}J\dot{q}_1^{\,2} \text{ avec } J = 4mc^2 \Rightarrow t = \frac{1}{2}m(\dot{q}_3^{\,2} + 4c^2\ \dot{q}_1^{\,2})$$ 0,1

0,5

$$u = mg(h - q_3) \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2}m(\dot{q}_3^{\,2} + 4c^2\ \dot{q}_1^{\,2}) - mg(h - q_3)$$ 0,5

$$\frac{d}{dt}\frac{d\zeta}{d\dot{q}} - \frac{d\zeta}{dq} = \Gamma \Rightarrow \begin{cases} 4mc^2\ \ddot{q}_1 = \Gamma_1 \\ m\ \ddot{q}_3 = \Gamma_3 + mg \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4mc^2 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_3 + mg \end{bmatrix}$$ 0,5 0,5 1