Université Mohamed Boudiaf-M'sila
Faculté de Technologies
Génie Électrique & Électronique

Le 22 /01/ 2020
Durée: 1^h30mn

Épreuve du 3ième semestre — Module: Probabilités et Statistiques

Exercice N°01 (5pts)

1. Donner la formule des probabilités totale avec le démonstration.
2. Montrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors les événements A et $\overline{B}$ sont indépendants aussi, de même que $\overline{A}$ et B, ainsi que $\overline{A}$ et $\overline{B}$.

Exercice N°02 (5pts)

Le tableau suivant donne la distance de freinage d'un véhicule roulant sur route sèche en fonction de sa vitesse:

x_i (vitesse en km/h)	40	50	60	70	80	90	100	110
y_i (distance en m)	8	12	18	24	32	40	48	58

a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.

b) L'ajustement affine vous parait-il justifié ? justifiez la réponse.

c) Calculer la vitesse moyenne et la distance moyenne.

d) En utilisant la méthode des moindres carrées, déterminer l'équation de la droite représentant la distance en fonction de la vitesse.

e) Estimer, à l'aide de cette équation, la distance de freinage d'un véhicule roulant à $120km/h$.

Exercice N°03 (5pts)

Une agence de voyage fait un sondage statistique sur la connaissance de trois pays A, B, C : l'Australie, la Belgique et le Canada. On constate que parmi les personnes interrogées, 42% connaissent A, 55% connaissent B, 34% connaissent C, 18% connaissent A et B, 10% connaissent A et C, 15% connaissent B et C, 8% connaissent les trois pays. Un voyage est prévu pour l'une des personnes ayant répondu au sondage. On tire au sort le gagnant. Quelle est la probabilité pour que le gagnant soit une personne :

1. connaissant au moins l'un de ces trois pays ?
2. ne connaissant aucun de ces trois pays ?
3. connaissant exactement deux des trois pays ?
4. connaissant A, mais ne connaissant ni B, ni C ?
5. connaissant A et B mais ne connaissant pas C ?

تقوم وكالة سفر بإجراء دراسة إحصائية حول معرفة ثلاثة بلدان: A، B، C : أستراليا ، بلجيكا وكندا. نجد أنه من بين المجيبين ، 42% يعرفون A، 55% يعرفون B، 34% يعرفون C، 18% يعرفون A و B، 10% يعرفون A و C، 15% يعرفون B و C، 8% يعرفون البلدان الثلاثة. تم التخطيط لرحلة لأحد المشاركين في الاستطلاع. يتم فيها تحديد الفائز. ما هو احتمال أن يكون الفائز شخصا:

1. يعرف واحدة على الأقل من هذه البلدان الثلاثة.
2. لا يعرف أي من البلدان الثلاث.
3. معرفة بالضبط اثنين من البلدان الثلاثة؟
4. يعرف A لكن لا يعرف كلا من B و C
5. يعرف A و B لكن لا يعرف C .

Exercice N°04 (5pts)

Une urne contient 3 boules rouges, 2 boules vertes et 2 boule noirs. On tire **simultanément** 3 boules de l'urne et on note X la variable aléatoire que décrit le nombre des boule rouge tirées.

1. Déterminer la loi de X.
2. Calculer $E(X)$, $V(X)$, $\sigma(X)$

كيس يحوي ثلاث (3) كريات حمراء. كريتان (2) خضراوتان و كريتان (2) سوداوتان. نسحب في آن واحد 3 كريات من الكيس. نرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

1. عرف قانون احتمال X .
2. أحسب $E(X)$ ،$V(X)$ ،$\sigma(X)$

Université Mohamed Boudiaf-M'sila
Faculté des Sciences et Technologies
Génie Électrique & Électronique

Le 22 /01/ 2020
Durée: $1^{h}30mn$

Corrigé type de l'examen de 3ième semestre Module: Probabilités et Statistiques

Exercice N°01 (5pts)

1. La formule des probabilités totale avec le démonstration.
Soit (A_n) un système complet d'événements ($A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ sont incompatible deux à deux et $\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$), tous de probabilité non nulle. Alors: Pour tout événement B

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i)$$ 1

Preuve: On a

$$B = B \cap \Omega = B \cap (\cup_{i=1}^{n} A_i) = \cup_{i=1}^{n} (B \cap A_i)$$

d'ou 1

$$P(B) = P(\cup_{i=1}^{n} (B \cap A_i)) = \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i)$$

2. Montrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors les événements A et $\overline{B}$ sont indépendants
• On a

$$A = A \cap \Omega = A \cap (B \cup \overline{B}) = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$$

d'ou

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$$
$$= P(A) \times P(B) + P(A \cap \overline{B})$$ 2

Donc

$$P(A) - P(A) \times P(B) = P(A \cap \overline{B}).$$

Ce qu'implique

$$\boxed{P(A) \times P(\overline{B}) = P(A \cap \overline{B}) ...(\star)}$$

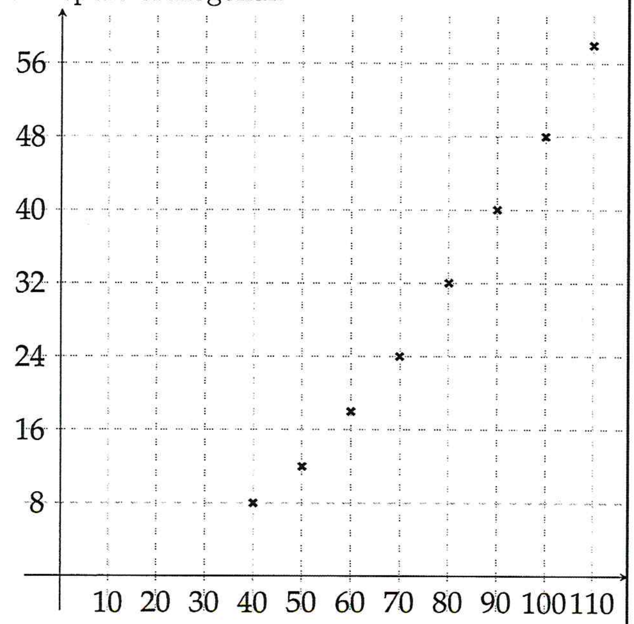
0,5 • Si A et B sont indépendants alors et B et A sont indépendants $\Longrightarrow$ $\overline{A}$ et B sont indépendants (d'après $(\star)$).

0,5 • Si A et B sont indépendants alors $\overline{A}$ et B sont indépendants $\Longrightarrow$ $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants.

Exercice N°02 (5pts)

a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.

1



b) Le nuage de points est **trés allongé**, l'ajustement affine est justifié 0,5

c) Calculer la vitesse moyenne et la distance moyenne.

$$\overline{x} = 75, \quad \overline{y} = 30$$ 0,5 0,5

d) L'équation de la droite (D) (par la méthode des moindres carrées)
On a (D) $y = ax + b$ avec

$$a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} = \frac{377.5}{525} \approx 0{,}72$$

et $b = \overline{y} - a\overline{x} = -24$ d'ou 2

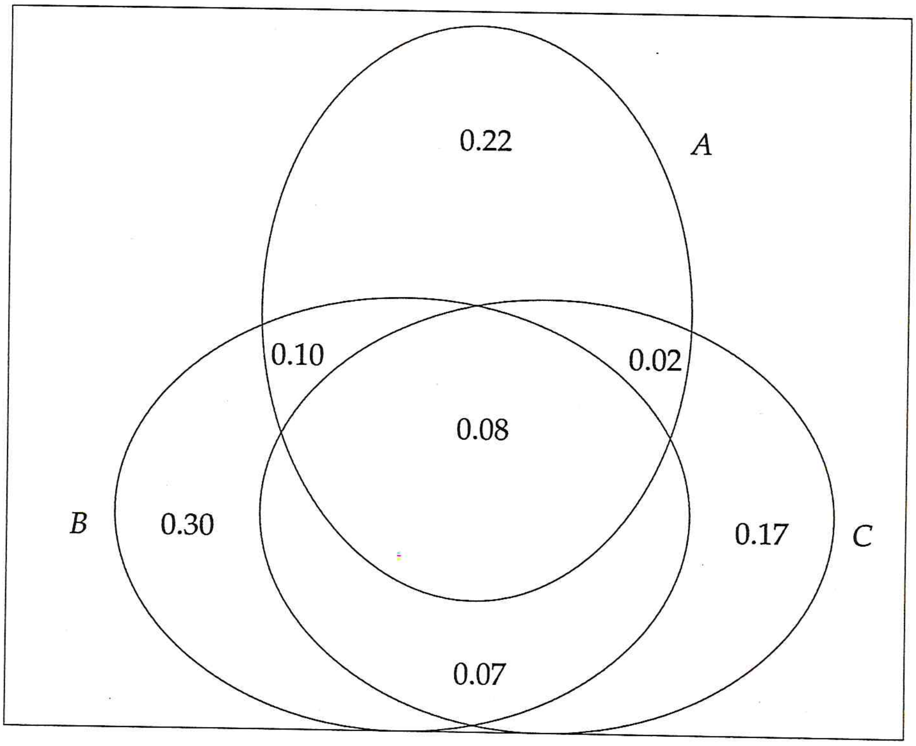
$$(D) \ \ y = 0.72x - 24$$

e) La distance de freinage d'un véhicule roulant à $120km/h$ c-à-d $x = 120$, donc

$$y = 0.72 \times 120 - 24 = 62.4m.$$ 0,5

Exercice N°03 (5pts)

De l'énoncé on tire $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.55$, $P(C) = 0.34$, $P(A \cap B) = 0.18$, $P(A \cap C) = 0.10$, $P(B \cap C) = 0.15$, $P(A \cap B \cap C) = 0.08$. on peut en faire le diagramme suivant



1. Soit F l'évènement "une personne connaissant au moins l'un de ces trois pays " d'ou $P(F) = 0.22 + 0.10 + 0.08 + 0.02 + 0.30 + 0.07 + 0.17 = \boxed{0.96}$ 1

2. Ne connaissant aucun de ces trois pays

$$P(\overline{F}) = 1 - 0.96 = \boxed{0.04}$$ 1

3. Soit G l'évènement " connaissant exactement deux des trois pays

$$P(G) = 0.07 + 0.02 + 0.10 = \boxed{0.19}$$ 1

4. Soit H l'évènement " connaissant A, mais ne connaissant ni B, ni C"

$$P(H) = \boxed{0.22}$$ 1

5. Soit I l'évènement "connaissant A et B mais ne connaissant pas C "

$$P(I) = \boxed{0.10}$$ 1

Exercice N°04 (5pts)

1. Détermination la loi de X.

$X = x_i$	0	1	2	3
$p_i = P(X = x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

2

2. Calculer $E(X)$, $V(X)$, $\sigma(X)$

$$\bullet E(X) = \sum_{i=1}^{i=4} x_i p_i \approx \boxed{1.29}$$ 1

$$\bullet V(X) = \sum_{i=1}^{i=4} x_i^2 p_i - E(X)^2 \approx \boxed{0.49}$$ 1

$$\bullet \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \boxed{0.7}$$ 1