Université de Mohamed Boudiaf – M'sila
Faculté de Technologie
Département d'Electronique

Année Universitaire 2019/2020
Option: M1 (Instrumentation)

Examen de Métrologie Industrielle

***Durée:* 1^{h}.30**

Questions de cours: (4.0 Points)

1. Citer trois rôles de la métrologie industrielle dans l'entreprise.
2. Expliquer brièvement: **justesse, fidélité et exactitude** d'un instrument de mesure.

Exercice 1: (6.0 Points)

1. En utilisant **M, L** et **T** (respectivement: **M**asse, **L**ongueur et **T**emps). Exprimer la dimension des grandeurs physiques suivantes: g(Accélération), F (Force), v (Vitesse) et ρ (Masse volumique).
2. Soit A, une grandeur physique de dimension: $[A] = ML^{-1}T^{-2}$

   Sachant que cette grandeur physique est calculée à partir de l'équation suivante:

   $$A = \alpha + \beta\rho v + \gamma g v^2$$

   Où: ρ est une masse volumique, v une vitesse et g l'accélération de la pesanteur.

   a) D'après la dimension de A, que représente cette grandeur ?

   b) Etablir la dimension de α, β et γ pour que l'équation soit dimensionnellement correcte.
3. Soient A, B et C trois grandeurs physiques de dimension:

$$[A] = M^3L^1T^1 \quad , \quad [B] = M^1L^1T^{-1} \quad , \quad [C] = M^{-2}L^1T^{-3} \qquad (01)$$

Calculer les coefficients α, β et γ pour que l'équation aux dimensions (02) soit homogène.

$$[A]^{\alpha}[B]^{\beta}[C]^{\gamma} = M^5L^{-2}T^6 \qquad (02)$$

Exercice 2: (4.0 Points)

- La force d'interaction entre deux charges électriques q et q' séparées par une distance r est donnée en module par la loi de coulomb:

$$F = \frac{q \times q'}{4 \times \pi \times \varepsilon_0 \times r^2} \qquad (1)$$

- La force d'interaction entre deux fils conducteurs parallèles parcourus respectivement par les courants I et I', de longueur L et séparés par une distance r est donnée par:

$$F = \frac{\mu_0 \times I \times I' \times L}{2 \times \pi \times r} \qquad (2)$$

1. Donner les dimensions de ε_0 et μ_0.

2. Vérifier l'homogénéité de la relation: $\varepsilon_0 * \mu_0 C^2 = 1$ avec **C** étant la vitesse de la lumière dans le vide.

Exercice 3: (6.0 Points)

Deux condensateurs C_1 et C_2 ont des valeurs respectives C_1=30.0 pF±1% et C_2=20.0 pF±2%. Dans le cas où C_1 et C_2 sont montés en série.

1. Donner l'expression de la capacité équivalente C en fonction de C_1 et C_2.

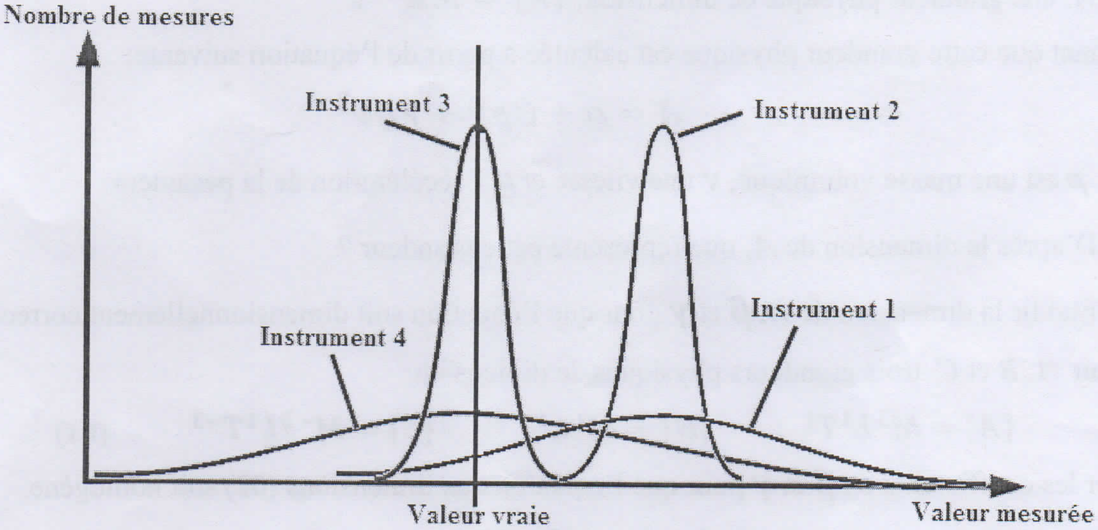
2. Donner l'expression de l'incertitude relative sur la mesure de la capacité équivalente ($\Delta C/C$) en fonction de C_1, C_2, ($\Delta C_1/C_1$) et ($\Delta C_2/C_2$).

3. Mettre la valeur de C sous la forme $C = C_0 \pm \Delta C$.

4. La figure ci-dessous donne quatre répartitions de résultats d'une mesure. Ces résultats sont obtenus en utilisant quatre instruments différents. Quel est à votre avis, parmi ces quatre instruments, celui qui représente:

a) une mesure plus juste; **c)** une mesure moins fidèle;

b) une mesure moins juste; **d)** une mesure exacte.



Corrigé type.

EXO N°1 : (06 points)

1- La dimension des grandeurs physiques :

* $F = m\gamma$; or $[m] = M$ et $[\gamma] = \frac{[d^2x]}{[dt^2]} = LT^{-2}$

$[F] = [m][\gamma]$

$\boxed{[F] = M.LT^{-2}}$ 0,5

* L'accélération g : $g = \frac{d^2x}{dt^2}$

$[g] = \frac{[d^2x]}{[dt^2]} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$ $\boxed{g = LT^{-2}}$ 0,5

* La vitesse v :

$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow [v] = \frac{[dx]}{[dt]} = \frac{L}{T}$

$[v] = L.T^{-1}$ 0,5

* La masse volumique (ρ) : $\rho = \frac{m}{V}$

$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{M}{L^3} = ML^{-3}$

$[\rho] = M.L^{-3}$ 0,5

2- $[A] = ML^{-1}T^{-2}$

$A = \alpha + \beta\rho v + \gamma g v^2$

a) on a : $P = F/S$ et D'après la dimension de A.

$[A] = ML^{-1}T^{-2} = MLT^{-2}/L^2$, Alors

A représente une pression. 0,5

b) Les dimensions de α, β et γ :

Soit $A = \alpha + \beta\rho v + \gamma g v^2$

Pour que cette équation soit dimensionnellement correcte, il faut que les trois termes soient homogènes et possèdent la même dimension que $[A] = ML^{-1}T^{-2}$

$$\begin{cases} [\alpha] = ML^{-1}T^{-2} \\ [\beta \rho v] = ML^{-1}T^{-2} \\ [\gamma g v^2] = ML^{-1}T^{-2} \end{cases} \equiv \begin{cases} [\alpha] = ML^{-1}T^{-2} & (0{,}5) \\ [\beta] = LT^{-1} & (0{,}75) \\ [\gamma] = ML^{-4}T^{+2} & (0{,}75) \end{cases}$$

3- Calcul de α, β et γ :

Pour que l'équation $[A]^{\alpha}[B]^{\beta}[C]^{\gamma} = M^5L^{-2}T^6$, soit homogène dimensionnellement :

$$(M^3L^1T^1)^{\alpha}(M^1L^1T^{-1})^{\beta}(M^{-2}L^1T^{-3})^{\gamma} = M^5L^{-2}T^6$$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta - 2\gamma = 5 \\ \alpha + \beta + \gamma = -2 \\ \alpha - \beta - 3\gamma = 6 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \alpha = -1 & (0{,}5) \\ \beta = 2 & (0{,}5) \\ \gamma = -3 & (0{,}5) \end{cases}$$

EXO N°2 (04 Points)

1. $F = \dfrac{q \times q'}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \Longrightarrow \varepsilon_0 = \dfrac{q \times q'}{4\pi F r^2}$

Ainsi, on obtient : $[\varepsilon_0] = \dfrac{[q] \cdot [q']}{[F][r^2]}$

or : $[q] = I.T$

$[F] = M.L.T^{-2}$; $[r] = L$

Ce qui nous donne : $[\varepsilon_0] = \dfrac{I^2 T^2}{MLT^{-2} L^2}$

$[\varepsilon_0] = I^2 T^{+4} M^{-1} L^{-3}$ 1,5

De même : $\mu_0 = \dfrac{2\pi \cdot r \cdot F}{I . I' . L}$, ce qui nous donne :

$[\mu_0] = \dfrac{[r][F]}{[I][I'][L]} = \dfrac{L . MLT^{-2}}{I^2 . L}$

$[\mu_0] = MLT^{-2} I^{-2}$ 1,5

2. Pour montrer l'homogénéité de l'équation $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$, il suffit de vérifier que cette équation est sans dimensions.

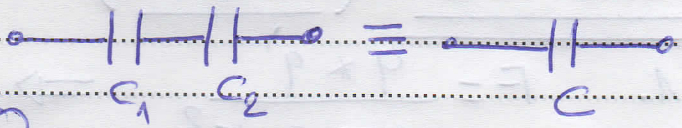
or $[\mu_0 \varepsilon_0 c^2] = I^2 T^4 M^{-1} L^{-3} . MLT^{-2} I^{-2} L^2 T^{-2} = 1$

Donc l'équation est bien homogène.

1

Exo 3 : (06 points)

1_ L'expression de C :



01 $C = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ .... (1)

2_ L'expression de $(\Delta C / C)$:

Appliquons le logarithme sur (1)

$\log C = \log\left(\dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right) \Leftrightarrow \log C = \log C_1 + \log C_2 - \log(C_1 + C_2)$

L'incertitude relative est donc :

$\dfrac{dC}{C} = \dfrac{dC_1}{C_1} + \dfrac{dC_2}{C_2} - \dfrac{dC_1}{C_1 + C_2} - \dfrac{dC_2}{C_1 + C_2}$

$\dfrac{dC}{C} = \dfrac{dC_1}{C_1}\left(1 - \dfrac{C_1}{C_1 + C_2}\right) + \dfrac{dC_2}{C_2}\left(1 - \dfrac{C_2}{C_1 + C_2}\right)$

Finalement :

02 $\dfrac{\Delta C}{C} = \dfrac{\Delta C_1}{C_1}\left(\dfrac{C_2}{C_1 + C_2}\right) + \dfrac{\Delta C_2}{C_2}\left(\dfrac{C_1}{C_1 + C_2}\right)$ ... (2)

3_ Mettre C sous la forme : $C = C_0 \mp \Delta C$:

$C_1 = 30\ PF \mp 1\%$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\Delta C_1}{C_1} = 0{,}01$

$C_2 = 20\ PF \mp 2\%$ $\quad \dfrac{\Delta C_2}{C_2} = 0{,}02$

En utilisant (1) : $C_0 = \dfrac{30 \cdot 20}{50} = 12\ PF$

En utilisant (2) : $\dfrac{\Delta C}{C} = 0{,}01 \cdot \dfrac{20}{50} + 0{,}02 \cdot \dfrac{30}{50}$

$\dfrac{\Delta C}{C} = 0{,}016$

d'où : $\Delta C = 0{,}016 * 12 = 0{,}192\ PF$.

<u>Donc</u> : $C = (12 \mp 0{,}192)\ PF$ ... (3)

4_ 01

a) inst (3) + inst (4)

b) inst (1) + inst (2)

c) inst (1) + inst (4) OK ×4