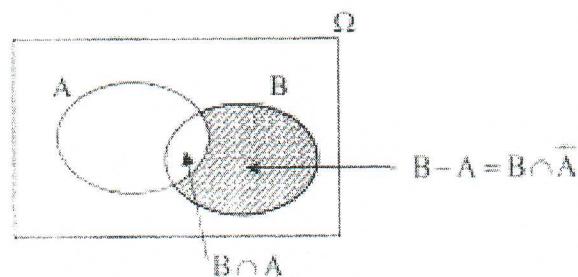


Université Mohamed Boudiaf - M'sila Année Universitaire 2019-2020  
 Faculté des Sciences et Technologies  
 Départements de Génie Civil , Hydraulique  
 Module: Probabilités et Statistiques

### Corrigée-type

#### Exercice N°01(5 points):

a)  $(B \cap \bar{A}) \cup (B \cap A) = B$  et  $(B \cap \bar{A}) \cap (B \cap A) = \emptyset$



Donc

$$\begin{aligned} P(B) &= P((B \cap \bar{A}) \cup (B \cap A)) \\ &= P(B \cap \bar{A}) + P(B \cap A) \\ \Rightarrow P(B \cap \bar{A}) &= P(B) - P(B \cap A) \end{aligned}$$

b)  $X \sim B(n, p)$ , alors

$$E(X) = np = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

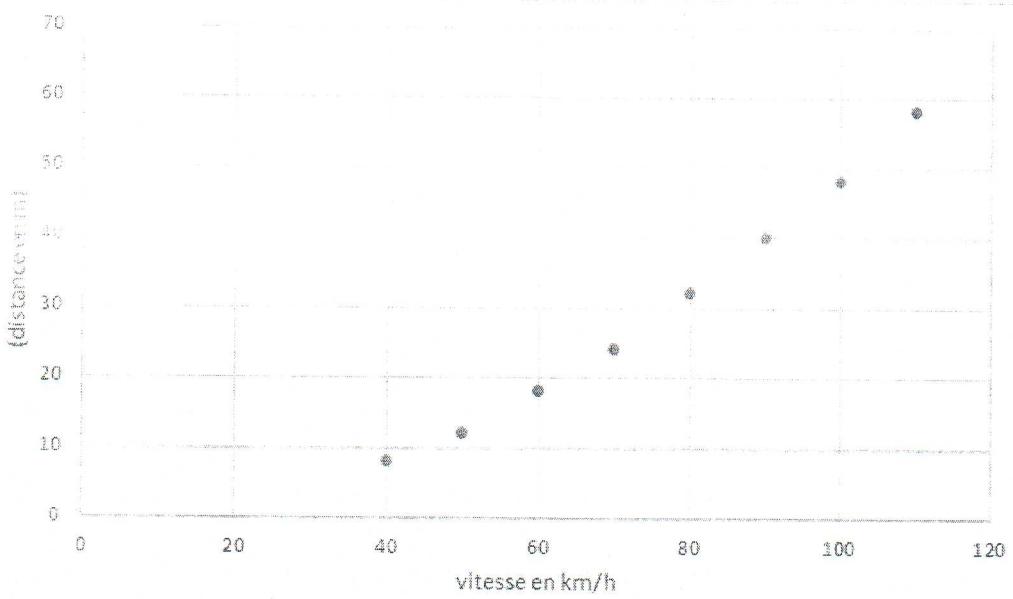
$$\text{et } V(X) = np(1-p) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}.$$

c)  $\bar{x} = \sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i}{N}$ , posons  $z_i = ax_i + b$ .  $\forall i \in \{1, 2, \dots, p\}$ , où  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Alors,

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \sum_{i=1}^p \frac{n_i z_i}{N} = \sum_{i=1}^p \frac{n_i (ax_i + b)}{N} = \sum_{i=1}^p \frac{n_i a x_i + n_i b}{N} \\ &= \sum_{i=1}^p \frac{n_i a x_i}{N} + \sum_{i=1}^p \frac{n_i b}{N} = a \sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i}{N} + b \sum_{i=1}^p \frac{n_i}{N} \\ &= a \bar{x} + b \end{aligned}$$

#### Exercice N°02 (6 points)



- a) Le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal
- b) Le nuage de points est très allongé, l'ajustement affine est justifié
- c) La vitesse moyenne

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^8 \frac{x_i}{8} = \frac{40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110}{8} = 75$$

La distance moyenne

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^8 \frac{y_i}{8} = \frac{8 + 12 + 18 + 24 + 32 + 40 + 48 + 58}{8} = 30$$

- d) L'équation de la droite représentant la distance en fonction de la vitesse  
 $(D) : y = ax + b$

$$V(X) = \sum_{i=1}^8 \frac{x_i^2}{8} - \bar{x}^2 = \frac{40^2 + 50^2 + 60^2 + 70^2 + 80^2 + 90^2 + 100^2 + 110^2}{8} - 75^2 = 525$$

$$Cov(x, y) = \sum_{i=1}^8 \frac{x_i y_i}{8} - \bar{x} \bar{y}$$

$$= \frac{40 \times 8 + 50 \times 12 + 60 \times 18 + 70 \times 24 + 80 \times 32 + 90 \times 40 + 100 \times 48 + 110 \times 58}{75 \times 30} = \frac{377.5}{8}$$

$$a = \frac{\text{Cov}(x,y)}{V(X)} = \frac{377.5}{525} = 0.71905 \approx 0.72.$$

Le point moyen  $G(\bar{x}, \bar{y}) \in (D)$ , alors  $\bar{y} = a\bar{x} + b$  par suite

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 30 - 0.72 \times 75 = -24$$

Donc

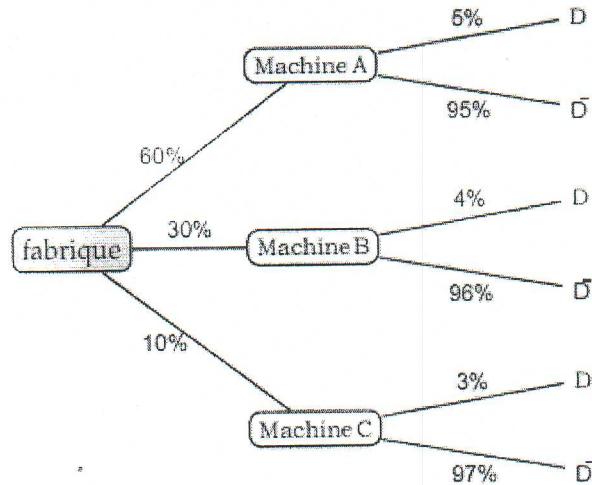
$$(D) : y = 0.72x - 24$$

- e) La distance de freinage d'un véhicule roulant à 120km/h c-à-d  $x=120$ , donc  
 $y = 0.72 \times 120 - 24 = 62,4m.$

### Exercice N°03: (3 points)

Soit  $D$  l'événement la pièce est défectueuse et  $\bar{D}$ , l'événement la pièce n'est pas défectueuse.

$$\begin{aligned} P(A) &= 0,6; \quad P(B) = 0,3; \quad P(C) = 0,1; \\ P(D/A) &= 0,05; \quad P(D/B) = 0,04; \quad P(D/C) = 0,03. \end{aligned}$$



a)  $P(D) = 0.6 \times 0.05 + 0.3 \times 0.04 + 0.1 \times 0.03 = 0.045 = 4.5\%.$

b)  $P(A \cap D) = 0.6 \times 0.05 = 0.03,$

$$P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0.03}{0.045} = 0.66667 \approx 66.7\%$$

**Exercice N°02 (6 points)**

On jette une pièce de monnaie 3 fois. Soit  $X$  le nombre de piles obtenus.

a)  $\Omega = \{(P, P, P), (P, P, F), (P, F, P), (P, F, F), (F, P, P), (F, P, F), (F, F, P), (F, F, F)\}$

b)  $X \in \{0; 1; 2; 3\}$ , donc  $P(X = 0) = \frac{1}{8}$ ,  $P(X = 1) = \frac{3}{8}$ ,  $P(X = 2) = \frac{3}{8}$ ,  
 $P(X = 3) = \frac{1}{8}$

La loi de probabilité de  $X$  est

$X$	0	1	2	3	$\sum$
$P$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$$E(X) = \sum x_i p_i = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$$

$$V(X) = \sum x_i^2 p_i - E^2(X) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 4 \times \frac{3}{8} + 9 \times \frac{1}{8} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

c) Posons  $Z = 3X - 4$ , alors  $E(Z) = E(3X - 4) = 3E(X) - 4 = 3 \times \frac{3}{2} - 4 = \frac{1}{2}$

et  $V(Z) = V(3X - 4) = 3^2 V(X) = \frac{27}{4}$ .