Université Mohamed Boudiaf de M'Sila
Faculté de Technologie
Département de Génie électrique

Master 1

Spécialité : Maintenance des Équipements Industriels

Cours : Dynamique des structures

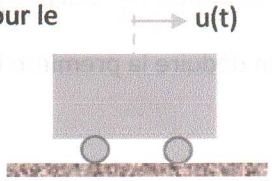
Examen Semestre 1

(28/01/2020)

Exercice n° : 1

a) - Dessiner le graphique Amplitude – temps pour une oscillation libre avec amortissement.

b) - Donner les forces s'exerçant sur l'oscillateur suivant et l'équation d'équilibre pour le système viscoélastique linéaire;



c) - Qu'elle est la différence entre un chargement cyclique et un chargement dynamique alterné? Donner un exemple pour chaque type de chargement.

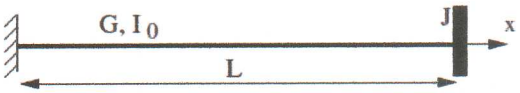
d) - Combien de solution on est supposé trouver pour une vibration de flexion et une vibration de torsion? Justifier.

e) - Donner 4 types de vibration des structures à une dimension.

f) - Donner l'équation de la solution particulière en variables séparées du déplacement d'une barre vibrant longitudinalement et préciser les conditions de calcul de ses constantes.

Exercice n° : 2

L'Arbre vibrant d'une longueur L encastré à son origine et muni d'un volant d'inertie à son extrémité montré sur la figure suivante a les propriétés suivantes :



- Moment quadratique en torsion contant I_x;
- Module de cisaillement du matériau de l'arbre G;
- Masse volumique ρ;
- L'inertie massique du volant est $J = \rho I_x L$;
- L'angle de la autour de l'axe x d'une section de l'arbre est θ(x,t);
- Le moment de torsion dans l'arbre $M_t = GI_x \frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x}$
- L'équation d'équilibre locale en torsion $\frac{\partial M_t(x,t)}{\partial x} = \rho I_x \frac{\partial^2\theta(x,t)}{\partial t^2}$
- Donnée : Première racine positive de l'équation $\alpha\tan(\alpha) - 1 = 0$: $\alpha_0 = 0.86033$

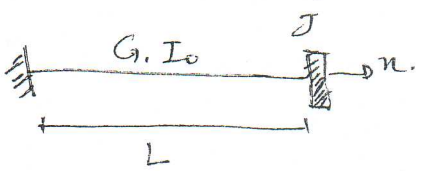
a) Exprimer l'équation du mouvement vérifiée par la rotation θ(x,t) à tout instant et en tout point;

b) Préciser les conditions sur θ(x,t) et ses dérivées en fonction de G et ρ induites par les conditions aux limites, sachant qu'en x = L la poutre subit un moment nécessaire à l'encastrement du volant :

$$M_t(L,t) = -J\frac{\partial^2\theta(L,t)}{\partial t^2}$$

Solutionnaire Examen Dynamique des structures

Exercice 2. $\frac{13}{20}$



a) Équation du mouvement pour $\theta(x,t)$

(1) $$\frac{\partial^2\theta(x,t)}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{avec } c = \sqrt{G/\rho}$$

b) conditions aux limites

(0,5) 1) $x = 0 \Rightarrow \theta(0,t) = 0, \ \forall t$

2) $x = L$, $M_t(x,t) = G I_x \frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x}$ donnée.

$$M_t(L,t) = G I_x \frac{\partial\theta(L,t)}{\partial x}$$

d'un autre côté $M_t(L,t) = -J\frac{\partial^2\theta(L,t)}{\partial t^2}$

(2) $$\Rightarrow G I_x \frac{\partial\theta(L,t)}{\partial x} = -J\frac{\partial^2\theta(L,t)}{\partial t^2}$$

$J = \rho I_x L$

$$\Rightarrow G \cancel{I_x} \frac{\partial\theta(L,t)}{\partial x} = -\rho \cancel{I_x} L \frac{\partial^2\theta(L,t)}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial\theta(L,t)}{\partial x} + \frac{\rho L}{G}\frac{\partial^2\theta(L,t)}{\partial t^2} = 0, \text{ quelque soit } t$$

c) Variable séparées

$$\theta(x,t) = \phi(t)\,X(x)$$

$$\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x^2}$$

(1) $$\Rightarrow X(x) \times \ddot{\phi}(t) - c^2\phi(t)\,X''(x) = 0$$

(1) $$\Rightarrow \frac{\ddot{\phi}(t)}{\phi} = c^2\frac{X''}{X}(x) = \text{cste} = -\omega^2.$$

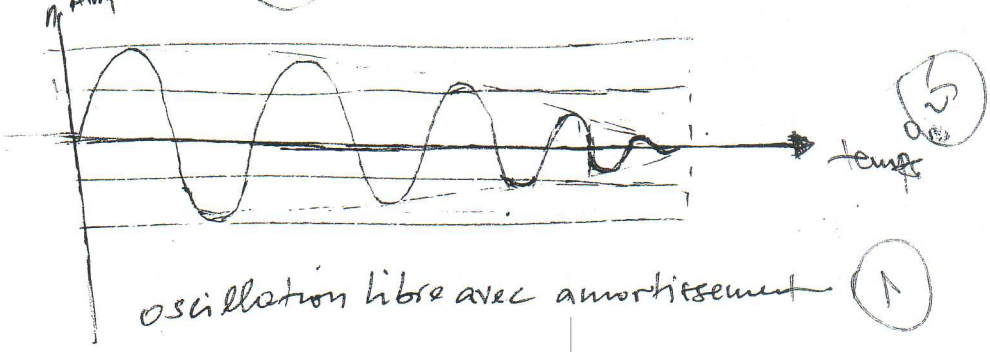
$$\Rightarrow \phi(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t \quad \text{et} \quad X(x) = C\cos\frac{\omega x}{c} + D\sin\frac{\omega x}{c}$$

Solutionnaire de l'examen - Semestre 1 Dynamique des Structures

option: Maintenance des équipements industriels.

Exercice 1: X/20

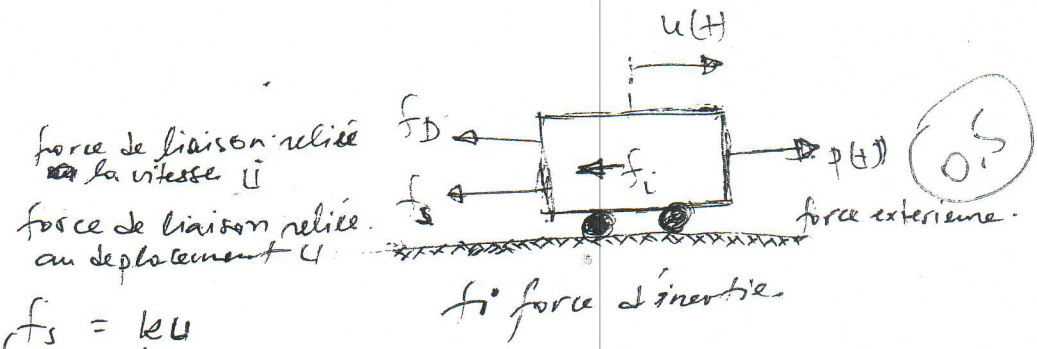
a)



(0,5) (0,5)

oscillation libre avec amortissement (1)

b)



(0,5)

$f_s = ku$

$f_D = C\dot{u}$

$f_i = M\ddot{u}$

Equation d'équilibre: $M\ddot{u} + C\dot{u} + ku = p(t)$ (0,5)

c)

1- Chargement cyclique: charge lentement croissante puis décroissante (0,25)

2- Chargement dynamique alterné: la force P(t) varie rapidement de façon croissante, puis décroissante. (0,25)

Exemple 1: L'action puis de la houle sur une plate-forme offshore (0,25)

Exemple 2: machine vibrante posée sur la structure. (0,25)

d) * Quatre solutions pour une vibration de flexion Equation diff d'ordre 4

(1) * Deux solutions pour vibration de flexion, Equation diff. d'ordre 2.

e) 1. Vibration longitudinale d'une barre (Traction - Compression)

2 Vibration de flexion d'une barre

(1) 3 Vibration de torsion d'une barre

4 Vibration d'une corde