

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

Université Mohamed Boudiaf de M'sila

Faculté de Technologie  
Département mécanique  
Matière : Choix des matériaux  
Niveau : Master 2 génie des matériaux  
Session : Semestre 1  
Année universitaire : 2019-2020.  
Session janvier

Corrigé type de l'évaluation écrite

**Exercice 1 (5pts)**

Une poutre circulaire en flexion, montrée sur la figure 1, notre objectif c'est de choisir un matériau à haute rigidité-léger pour ce système :

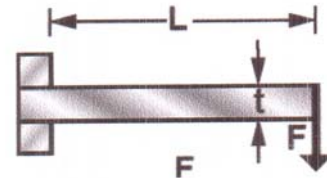
Objectif : barre à haute **rigidité-légère**

Variables libre : le diamètre et le matériau

Contraintes : la longueur de la barre ( $L$ ), la flèche( $\delta$ ).

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI}; I = \frac{\pi.D^4}{64}$$

- Déterminer l'indice de performance de système ?



**Solution**

**Fonction** : Barre en flexion (de section  $A$ ).

**Objectif** : haute rigidité, Masse minimale :  $m$

$$m = \rho . A . L \Rightarrow m = \rho . \frac{\pi . D^2}{4} . L$$

1pt

$m$  : masse (kg).

$\rho$  : poids volumique ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).

$l$  : longueur de la barre (m).

$D$  : diamètre de la barre (m).

**Contraintes** :

- Longueur  $L$  de la barre imposée.

**Variables libres** : le diamètre de la barre ( $D$ ).

Sachant

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI}$$
$$m = \rho . \frac{\pi . D^2}{4} . L$$

La variable libre étant ( $D$ ) et on a :

$$F = \frac{3.E.I.\delta}{L^3}$$

$$F = \frac{3.E.\pi.D^4.\delta}{64.L^3}$$

$$D^2 = \left(\frac{64.F.L^3}{3.E.\pi.\delta}\right)^{1/2} \quad 1\text{pt}$$

En remplace la valeur du diamètre dans l'équation (6) :  
La fonction performance (m) est donnée par ce qui suit

$$m = \rho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot L \cdot \left(\frac{64.F.L^3}{3.E.\pi.\delta}\right)^{1/2} \quad 1\text{pt}$$

$$m = \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{8}{\sqrt{3\pi}}\right) \cdot \left(\frac{F}{\delta}\right)^{1/2} \cdot L^2 \cdot \left(\frac{\rho}{\sqrt{E}}\right) \quad 1\text{pt}$$

Minimiser la masse revient à maximiser  $\left(\frac{\sqrt{E}}{\rho}\right)$  1pt

### Exercice 2 : 5 pts

Déterminer l'indice de performance d'un arbre plein de section carrée, pour une torsion élastique, les objectifs étant la rigidité et la légèreté.

**Fonction :** doit supporter une charge de torsion

**Objectif :** minimiser la masse

**Contrainte :** l'angle de torsion ( $\theta$ ) provoqué par un couple donné T ne doit pas dépasser un certain niveau.

### Solution

Pour une section carrée, le moment de torsion (K) est donné par la formule suivante :

$$K = \frac{bh^3}{3} \left(1 - 0.58 \frac{b}{h}\right) \Rightarrow K = 0.14b^4 \text{ Puisque } b=h.$$

$$\Phi_T^e = \frac{2\pi K}{A^2} \Rightarrow K = \Phi_T^e \cdot \frac{A^2}{2\pi} \quad 0.5 \text{ pt}$$

Sachant que :

$$S_T = \frac{K.G}{l} \Rightarrow S_T = \frac{\Phi_T^e \cdot \frac{A^2}{2\pi} \cdot G}{l} \Rightarrow S_T = \frac{\Phi_T^e \cdot A^2 \cdot G}{2\pi l} \Rightarrow A = \left(\frac{S_T \cdot 2\pi l}{\Phi_T^e G}\right)^{1/2} \quad 2 \text{ pts}$$

L'objectif étant de minimiser la masse, donc la fonction performance est :

$$m = \rho \cdot l \cdot A$$

$$m = \rho \cdot l \cdot \left(\frac{S_T \cdot 2\pi l}{\Phi_T^e G}\right)^{1/2} \Rightarrow m = (S_T \cdot 2\pi)^{1/2} \cdot l^{3/2} \cdot \frac{\rho}{(\Phi_T^e G)^{1/2}} \quad 1.5 \text{ pts}$$

Minimiser la masse revient à minimiser le terme suivant :

$$IP = \frac{(\Phi_T^e G)^{1/2}}{\rho}$$

Si

$$G \approx \frac{3}{8} E$$

$$m = \left(\frac{8 \cdot S_T \cdot 2\pi}{3}\right)^{1/2} \cdot l^{3/2} \cdot \frac{\rho}{(\Phi_T^e E)^{1/2}}$$

$$IP = \frac{(\Phi_T^e E)^{1/2}}{\rho}$$

1pt

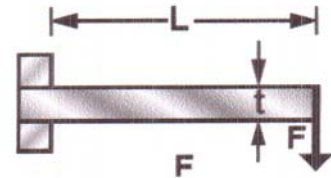
### Exercice 3 5 pts

Une poutre circulaire en flexion, montrée sur la figure 1, notre objectif c'est de choisir un matériau à haute rigidité-léger pour ce système :

Objectif : barre à haute **rigidité-légère**

Variables libre : le diamètre et le matériau

Contraintes : la longueur de la barre (L), la flèche( $\delta$ ).



L'indice de performance étant  $IP = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$

Les indices de performances

Chaque IP 0.25 pt

| Mtériaux  | E Gpa | Densité Mg/m3 | IP   |
|-----------|-------|---------------|------|
| Acier     | 200   | 7,8           | 1,81 |
| Bois      | 16    | 0,8           | 5,00 |
| Béton     | 50    | 2,8           | 2,53 |
| Aluminium | 69    | 2,7           | 3,08 |
| CFRP      | 200   | 1,6           | 8,84 |

Le CFRP est le matériau le plus performant mais coûte cher, par conséquent le bois est le meilleur choix. 0.75pt

L'indice de performance étant  $IP = \frac{\sqrt{E}}{\rho}$

$$IP = \frac{\sqrt{E}}{\rho} \Rightarrow \rho \cdot IP = \sqrt{E} \Rightarrow \log(\rho) + \log(IP) = \frac{1}{2} \log(E)$$

$$\log(E) = 2\log(\rho) + 2\log(IP)$$

Cette équation de type :

$$Y = 2X + B$$

**Pour CERFP :**

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\rho = 1.6 \text{ Mg/m}^3$$

Coordonnées à l'origine

$$\rho = 0.1 \text{ Mg/m}^3$$

$$I_p = 8.84$$

$$\log(E) = 2\log(\rho) + 2\log(IP)$$

$$E = 10^{\log(\rho)+2\log(IP)}$$

$$E = 10^{\log(0.1)+2\log(8.84)}$$

$$E = 0.78$$

1pt

**Pour le bois :**

$$E = 16 \text{ GPa}$$

$$\rho = 0.8 \text{ Mg/m}^3$$

Coordonnées à l'origine

$$\rho = 0.1 \text{ Mg/m}^3$$

$$I_p = 5$$

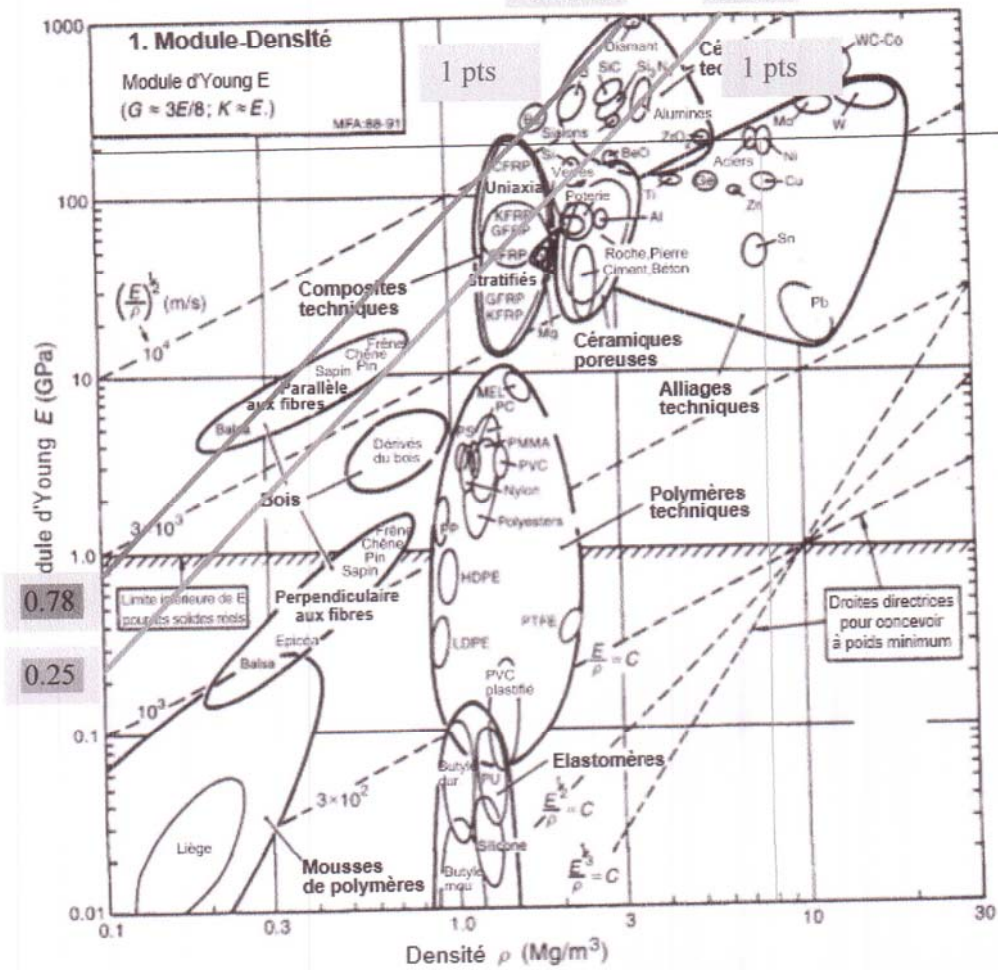
$$\log(E) = 2\log(\rho) + 2\log(IP)$$

$$E = 10^{\log(\rho)+2\log(IP)}$$

$$E = 10^{\log(0.1)+2\log(8.84)}$$

$$E = 0.25$$

1pt



### Questions de cours

- 1- Quels sont les classes des matériaux ? 2 pts
  - Les métaux (0.5)
  - Les polymères (0.5)
  - Les céramiques (0.5)
  - Les composites (0.5)
- 2- Pourquoi y a-t-il une nécessité d'optimiser les choix des matériaux ?

### Problématique 1 1pt

- ✦ Nombreux matériaux, nombreuses nuances et variation des propriétés par effet de procédés (mise en œuvre, assemblage, traitement).  
**Exemple :**
  - Al 800-200 ; Al cuivre (≠%).
  - Acier.
- ✦ Grand nombre de procédés de fabrication.
- ✦ Possibilité d'intégrer des fonctions de la pièce dans le matériau.  
**Exemple :**



- Matériau non conducteur le rendre conducteur.
  - Fibre de verre + résine époxy, rajoute des particules métalliques ou grillage métallique pour ajouter une fonction de conduction d'électricité.
- ⚡ Développement de nouveaux matériaux et procédés.

**Donc la nécessité d'utiliser des bases de données mises à jour sur l'ensemble des propriétés et procédés.**

#### **Problématique 2 1pt**

- ⚡ On a des matériaux à sélectionner, des procédés à sélectionner → quel est le critère de choix pour un meilleur choix.
- ⚡ Trouver le critère de choix pertinent pour sélectionner les meilleurs candidats matériaux et procédés.
- ⚡ Tenir compte de l'interaction matériaux / procédés/ forme.
  - Incompatibilité de certains matériaux entre eux (exemple : corrosion par effet de piles anode et cathode)
- ⚡ Restriction des formes et matériaux selon le procédé utilisé.
- ⚡ Le procédé peut changer les propriétés des matériaux (exemple : soudure à l'état liquide).

Donc nécessité d'optimiser le choix matériaux /procédés en tenant compte de leurs interactions (formes, matériaux et procédés). Un outil de croisement de données est nécessaire.