Université de M'sila

Faculté de technologie **SOCLE COMMUN**

Corrigé du contrôle de Phys.01 (2019/2020)

Questions générales(10pts)

1°- Relation entre coordonnées : cartésiennes et sphériques :

Cartésiennes et sphériques: $$\begin{cases} \vec{u}_r = sin\theta\cos\varphi\vec{i} + sin\theta\sin\varphi\vec{j} + \cos\theta\vec{k} \\ \vec{u}_\theta = cos\theta\cos\varphi\vec{i} + cos\theta\sin\varphi\vec{j} - sin\theta\vec{k} \\ \vec{u}_\varphi = -\sin\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j} \end{cases}$$ 0.75

Les dérivées: $$\begin{cases} \frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{\varphi}\, sin\theta\,\vec{u}_\varphi \\ \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r + \dot{\varphi} cos\theta\vec{u}_\varphi \\ \frac{d\vec{u}_\varphi}{dt} = -\dot{\varphi}(sin\theta\,\vec{u}_r + cos\theta\vec{u}_\theta) \end{cases}$$ 2.25

2°- No on ne peut-on définir la base intrinsèque($\vec{u}_T$, $\vec{u}_N$) sans connaitre la trajectoire 0.5

3°-

L'équation de la trajectoire décrit le trajet suivit (rectiligne, circulaire…) 0.5

L'équation horaire décrit la façon dont le trajet est traversé (uniforme, accéléré …) 0.5

4°- La condition $\vec{v}\cdot\vec{a} > 0$ c'est pour le mouvement uniformément accéléré

5°-

- La quantité du mouvement : $\vec{P} = m\vec{v}$ 0.5
- Le moment cinétique : $\vec{L}_{/0} = \vec{r}\wedge\vec{P} = m\vec{r}\wedge\vec{v}$ 0.5

6°- la 2ème loi de Newton dans le cas de la rotation : Théorème du moment cinétique

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_{/0}(\vec{F}^{ex}) = \frac{d\vec{L}_{/0}}{dt}$$ 0.5

7°- La condition d'équilibre : $\frac{dU}{dx} = 0$ et $\begin{cases} \frac{d^2U}{dx^2} > 0 & équilire\ stable \\ \frac{d^2U}{dx^2} < 0 & équilire\ instable \end{cases}$ 0.75 0.75

8°-

$\begin{cases} F_s : \text{la force nécessaire pour amorcer (débuter) le mouvement} \\ F_d : \text{la force nécessaire pour rendre le mouvement uniforme} \end{cases}$ 0.5 0.5

9°-Dans un système non conservatif, la variation de l'énergie totale est égale au travaux des force non conservatives. $\Delta E = W^{NC}$ 0.5

10°- Les forces qui vérifient la condition $\oint \vec{F}\circ d\vec{r}$ sont les forces conservatives 0.5

Puisque c'est un système conservatif, la variation de l'énergie totale est nulle 0.5

Exercice 01 :(05pts)

1°-

0.25

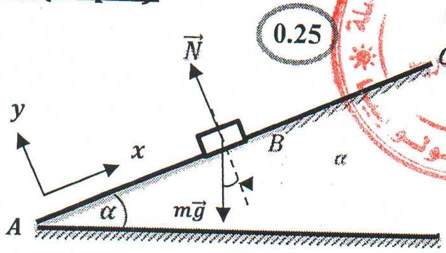


Fig.01

0.25

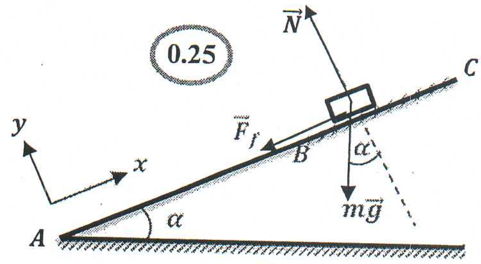


Fig.01

2°- *Le cube s'arrête au point* **B** $\Rightarrow$ $v_B = 0$

- *L'équation de la cinématique indépendante du temps explicitement* : $\boxed{v_B^2 - v_A^2 = 2a.(x_B - x_A) \quad (1)}$ 0.25

- *On cherche l'accélération à partir de l'équaton fondanetale de la dynamique:* $\sum \vec{F}^{ex} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{a}$

$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} = m\vec{a}_x + m\vec{a}_y \Rightarrow$ Par projection : $\begin{cases} \overrightarrow{ox}: \ -mg.\sin(\alpha) = ma_x & (2) \ 0.25 \\ \overrightarrow{oy}: \ N - mg.\cos(\alpha) = ma_y & (3) \ 0.25 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} a_x = a \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$

L'équation (2) *donne :* $a = -g.\sin(\alpha)$ *et d'après l'équation* (1)

$\boxed{v_{A_1} = v_A = \sqrt{2.AB.g.\sin(\alpha)}}$ 0.5 $\boxed{A.N: \ v_{A_1} = 10m/s}$ 0.25

2°- *Le cube s'arrête au point* **D** $\Rightarrow$ $v_D = 0$ *Ici le cube traverse deux zone lisse et rugueuse*

Zone lisse $x_A < x < x_B$: *on a* $\boxed{v_B^2 = v_A^2 + 2a.(x_B - x_A) = v_A^2 - 2g.AB.\sin(\alpha) \quad (4)}$ 0.5

Zone rugueuse $x_B < x < x_C$: *on a* $v_D^2 - v_B^2 = 2a.(x_B - x_B) = 2a.BD$

Puisque $v_D = 0 \Rightarrow \boxed{v_B^2 = -2a.BD \quad (5)}$ 0.5

- *On cherche l'accélération à partir de l'équaton fondanetale de la dynamique:*

$\vec{F}_f + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} = m\vec{a}_x + m\vec{a}_y \Rightarrow$ Par projection : $\begin{cases} \overrightarrow{ox}: \ -mg.\sin(\alpha) - F_f = ma_x & (6) \\ \overrightarrow{oy}: \ N - mg.\cos(\alpha) = ma_y & (7) \\ F_f = \mu N & (8) \end{cases}$ 0.75

L'équation (7) *donne :* $N = mg.\cos(\alpha) \Rightarrow \boxed{F_f = \mu.mg.\cos(\alpha) \quad (9)}$ 0.25

On porte (9) *dans* (6) *on obtient :* $a = -g[\sin(\alpha) + \mu.g.\cos(\alpha)] \quad (10)$

On se sert de (10) *on obtient :* $v_B^2 = 2g.BD.(\sin(\alpha) + \mu.g.\cos(\alpha)) \quad (11)$

On se sert de (11) *et* (4) *on obtient :* $\boxed{BD = \frac{v_A^2 - 2g.AB.\sin(\alpha)}{2g.(\sin(\alpha) + \mu.g.\cos(\alpha))} \quad (12)}$ 0.5

- *Pour* $\boxed{v_A = v_{A_2} = 12m/s \Rightarrow BD \approx 2.6m}$ 0.5

Exercice 02 (05pts)

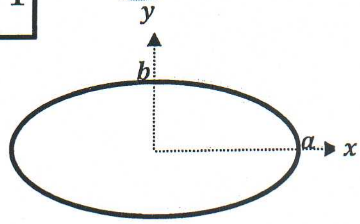
1°- *Equation de la trajectoire*

$$\begin{cases} x = a.\cos(\omega t) \\ y = b.\sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{a} = \cos(\omega t) \\ \frac{y}{b} = \sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

0.5

La trajectoire est une ellipse droite

0.5



2°- *Vecteur vitesse :*

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{v} = \omega\left[-a.\sin(\omega t)\vec{i} + b.\cos(\omega t)\vec{j}\right]}$$ 0.5

$$\boxed{v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \omega\sqrt{a^2.\sin^2(\omega t) + b^2.\cos^2(\omega t)}}$$ 0.5

3°- *Vecteur vitesse :*

$$\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad \overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{a} = -\omega^2\left[a.\cos(\omega t)\vec{i} + b.\sin(\omega t)\vec{j}\right]}$$ 0.5

$$\boxed{a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \omega^2\sqrt{a^2.\cos^2(\omega t) + b^2.\sin^2(\omega t)}}$$ 0.5

4°- *Rayon de courbure :*

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} = a_T\vec{u}_T + a_N\vec{u}_N$$ 0.5 *et* $$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \sqrt{{a_T}^2 + {a_N}^2} \qquad Avec \begin{cases} a_T = \frac{dv}{dt} \\ a_N = \frac{a^2}{\mathcal{R}} \end{cases}$$ 0.5

Comme

$$a_T = \frac{d}{dt}\left(\omega\sqrt{a^2.\sin^2(\omega t) + b^2.\cos^2(\omega t)}\right) = \omega^2\frac{(a^2-b^2).\sin(\omega t).\cos(\omega t)}{\sqrt{a^2.\sin^2(\omega t)+b^2.\cos^2(\omega t)}} = \omega^2\frac{(a^2-b^2).\sin(2\omega t)}{2\sqrt{a^2.\sin^2(\omega t)+b^2.\cos^2(\omega t)}}$$

$$a_N = \sqrt{a^2 - {a_T}^2} = \omega^2\left[\left(a^2.\cos^2(\omega t) + b^2.\sin^2(\omega t)\right) - \frac{(a^2-b^2)^2.\sin^2(\omega t).\cos^2(\omega t)}{a^2.\sin^2(\omega t) + b^2.\cos^2(\omega t)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad a_N = \frac{a.b\omega^2}{a^2.\sin^2(\omega t)+b^2.\cos^2(\omega t)} \qquad Or \qquad \boxed{a_N = \frac{v^2}{\mathcal{R}} = \frac{\omega^2\left[a^2.\sin^2(\omega t)+b^2.\cos^2(\omega t)\right]}{\mathcal{R}}}$$ 0.5

$$\boxed{\mathcal{R} = \left[a^2.\sin^2(\omega t) + b^2.\cos^2(\omega t)\right]^{3/2}\Big/ a.b}$$ 0.5