Nom et Prenom : - - - - - - - - - - -

Note: - - - - - - - - -

Université : **Msila**
Faculté : **Technologie**
Département : **Electronique**
Spécialité : **Master 1 STLC**

Msila le: 12/10/2020

Contrôle du module «**Traitement numérique du signal** »

Question de cours :

1- Donner la relation entre les transformés en Z et Laplace ?

.....

.....

.....

.....

2- Quelle est la différence entre le filtre de Betterworth et le filtre de Chebyshev ?

.....

.....

.....

Exercice 1 : (Transformation en Z)

1- Calculer la TZ, les zéros et les pôles de la séquence, $y(n) = n2^n u(n)$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2- Tracer la TZI de la fonction, $X(z) = 1 + 4z^{-1} + 6z^{-2} + 4z^{-3} + z^{-4}$ en fonction de n ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2 :

1- Citer les étapes de conception d'un filtre RII de Butterworth par la méthode de l'invariance impulsionnelle ?

.....

.....

.....

.....

.....

2- Soient les spécifications d'un filtre passe-bas données par :

$$\begin{cases} |H_a(j\Omega_p)| \geq -3dB, \quad avec\ \Omega_p = 0.25\pi \\ |H_a(j\Omega_s)| \leq -10dB, \ avec\ \Omega_s = 0.45\pi \end{cases}$$

- Trouver N et Ω_c du filtre de Butterworth par la méthode de la transformation bilinéaire ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Pour $H(z) = \dfrac{0.1253 + 0.2506z^{-1} + 0.1253z^{-2}}{1 - 0.7801z^{-1} + 0.2813z^{-2}}$, calculer la sortie du filtre numérique $y(n)$ utilisant l'équation de récurrence ?

.....

.....

.....

.....

Université : **Msila**
Faculté : **Technologie**
Département : **Electronique**
Spécialité : **Master 1 STLC**

Msila le: ...../10/2020

Contrôle du module «**Traitement numérique du signal** »

Question de cours :

1- Donner la relation entre les transformés en Z et Laplace ?

$$X(s) = \int_0^{+\infty} x_a(t)e^{-st}\,dt \cong \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)e^{-sn}$$

On pose, $z = e^{j\omega} = e^{s}$, on obtient $X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$ qui représente une approximation de la transformée de Laplace.

2- Quelle est la différence entre le filtre de Betterworth et le filtre de Chebyshev ?

- La RF du filtre Betterworth est une fonction monotone décroissante. La bande passante du filtre de Chebyshev a une nature fluctuante. Pour des spécifications données, l'ordre du filtre de Chebyshev est généralement inférieur à celle obtenu par le filtre de Butterworth.

Exercice 1 : (Transformation en Z)

1- Calculer la TZ, les zéros et les pôles de la séquence, $y(n) = n2^n u(n)$

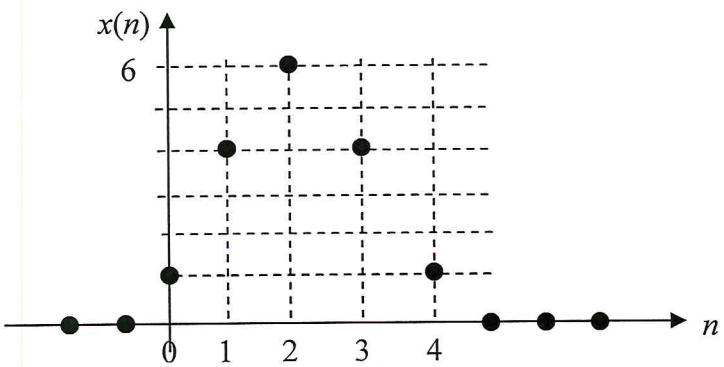
Si on pose, $x(n) = 2^n u(n)$, sa TZ devient, $X(z) = \dfrac{z}{z-2}$.

Pour trouver $Y(z)$, on applique le théorème de multiplication par la variable d'évolution.

$$Y(z) = -z\frac{d\left(\dfrac{z}{z-2}\right)}{dz} = \frac{2z}{(z-2)^2}$$

z=0 et z=2 représentent le zéro et le pôle de Y(z).

2- Tracer la TZI de la fonction, $X(z) = 1 + 4z^{-1} + 6z^{-2} + 4z^{-3} + z^{-4}$ en fonction de n



Exercice 2 :

1- Citer les étapes de conception d'un filtre RII de Butterworth par la méthode de l'invariance impulsionnelle ?

- Calcul de l'ordre du filtre N et la fréquence de coupure Ω_c.

- Calcul des pôles et la fonction de transfert analogique, $H_a(s)$.

- Décomposition de $H_a(s)$ en série de fraction rationnelle et calcul de $H(z)$.

- Calcul de l'équation de récurrence.

2- Soient les spécifications d'un filtre passe-bas données par :

$$\begin{cases} |H_a(j\Omega_p)| \geq -3dB, \quad avec\ \Omega_p = 0.25\pi \\ |H_a(j\Omega_s)| \leq -10dB, \ avec\ \Omega_s = 0.45\pi \end{cases}$$

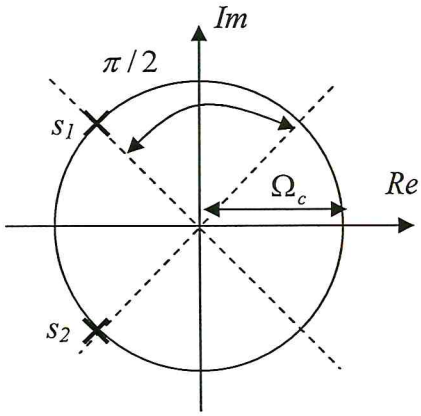
- Trouver N et Ω_c du filtre de Butterworth par la méthode de la transformation bilinéaire.

$$\begin{cases} 20log_{10}\left(|H_a(2j\tan(\Omega_p/2)|\right) = -3 \\ 20log_{10}\left(|H_a(2j\tan(\Omega_s/2)|\right) = -10 \end{cases}$$

D'où

$$\Rightarrow \begin{cases} (2\tan(\Omega_p/2)/\Omega_c)^{2N} \leq 10^{3/10} - 1 \\ (2\tan(\Omega_s/2)/\Omega_c)^{2N} \geq 10^{10/10} - 1 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{1}{2}\frac{\log\left[(10-1)/(10^{0.3}-1)\right]}{\log\left[\tan(0.45\pi/2)/\tan(0.25\pi/2)\right]} = 1.5215$$

On prend N=2 et $\Omega_c = 2\tan(0.45\pi/2)9^{-1/2N} = 0.9862$



- Calculer les pôles et $H_a(s)$.

$$\begin{cases} s_1 = -\Omega_c(\cos(\pi/4) + j\sin(\pi/4)) \\ s_2 = -\Omega_c(\cos(\pi/4) - j\sin(\pi/4)) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s_1 = \frac{\Omega_c}{2}(-\sqrt{2} + j\sqrt{2}) \\ s_2 = \frac{\Omega_c}{2}(-\sqrt{2} - j\sqrt{2}) \end{cases}$$

La FT générale en S est obtenue par

$$H_a(s) = \frac{\Omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\Omega_c s + \Omega_c^2} = \frac{0.9726}{s^2 + 1.3947s + 0.9726}$$

- Pour $H(z) = \frac{0.1253 + 0.2506z^{-1} + 0.1253z^{-2}}{1 - 0.7801z^{-1} + 0.2813z^{-2}}$, calculer la sortie du filtre numérique $y(n)$ utilisant l'équation de récurrence

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) \text{ où } \begin{cases} a_0 = 1, a_1 = -0.7801\ et\ a_2 = 0.2813 \\ et \\ b_0 = 0.1253, b_1 = 0.2506\ et\ b_2 = 0.1253 \end{cases}$$

$$y(n) = 0.1253x(n) + 0.2506x(n-1) + 0.1253x(n-2) + 0.7801y(n-1) - 0.2813y(n-2)$$