Université Med BOUDIAF M'Sila
Faculté de Technologies
Département de Génie mécanique

Examen d'**MDF-Approfondie** : Session normale (2021/2022) Durée : 1h-30mn

1ère Master Energétique **Corrigé type** Resp-M : Mr Bouaouina-L

Solution de l'Exercice n°1 (10pts)

1°)-a)-On donne les équations de Navier Stokes pour un écoulement laminaire:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\cancel{\frac{\partial v}{\partial y}}^{②}+\cancel{\frac{\partial w}{\partial z}}^{②}\right)=0 \quad \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}=0.$$ 0,75

$$\rho.\left(\cancel{\frac{\partial u}{\partial t}}^{①}+\cancel{u\frac{\partial u}{\partial x}}^{③}+\cancel{v\frac{\partial u}{\partial y}}^{②}+\cancel{w\frac{\partial u}{\partial z}}^{②}\right)=\rho g_x-\cancel{\frac{\partial p}{\partial x}}^{⑤}+\mu.\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}^{③}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}^{④}\right) \Rightarrow \ldots \rho g.\sin\alpha=\mu.\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$ 0,75

$$\rho.\left(\cancel{\frac{\partial v}{\partial t}}^{①}+\cancel{u\frac{\partial v}{\partial x}}^{②}+\cancel{v\frac{\partial v}{\partial y}}^{②}+\cancel{w\frac{\partial v}{\partial z}}^{②}\right)=\rho g_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu.\left(\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}^{②}+\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}^{②}+\cancel{\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}}^{②}\right) \Rightarrow \ldots \rho g.\cos\alpha-\frac{\partial p}{\partial y}=0$$ 0,75

$$\rho.\left(\cancel{\frac{\partial w}{\partial t}}^{①}+\cancel{u\frac{\partial w}{\partial x}}^{②}+\cancel{v\frac{\partial w}{\partial y}}^{②}+\cancel{w\frac{\partial w}{\partial z}}^{②}\right)=\cancel{\rho g_z}^{⑤}-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu.\left(\cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}}^{②}+\cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}}^{②}+\cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}}^{②}\right) \Rightarrow .\frac{\partial p}{\partial z}=0\ldots$$ 0,75

b)-Justificatifs des simplifications :

①:Ecoulement stationnaire 0,5 ②: ecoulement // à ox: v=0 , w=0 0,5

③: d'aprés l'equation de contnuité $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ 0,5 ④: Ecoul- bidimentionnel (x,y), envergure grande pour que $\frac{\partial}{\partial z}=0$ 0,

⑤: d'après l'énoncé de l'exercice et le schéma $\frac{\partial p}{\partial x}=0$ et $g_z=0$ 0,5

2°) -a)-Le champ de vitesse u :.....

$$\mu.\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=-\rho g\sin\alpha \Rightarrow \mu.\frac{\partial u}{\partial y}=-\rho g.y.\sin\alpha+A \Rightarrow \mu.u=-\rho g.\frac{y^2}{2}.\sin\alpha+A.y+B$$ 1

Pour y=0 (à la paroi) u=0 ⟹ **B=0** 0,5

Pour y=b (à la surface libre) $\tau=0 \Rightarrow \mu.\frac{\partial u}{\partial y}=0 \Rightarrow \boldsymbol{A=\rho g.h.\sin\alpha}$ 0,5

$$u=-\frac{1}{\mu}\frac{\partial P^*}{\partial x}\left(h.y-\frac{y^2}{2}\right) \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{u=\frac{\rho g.\sin\alpha}{\mu}\left(h.y-\frac{y^2}{2}\right)}$$ 0,5

b) –La vitesse débitante par unité de largeur : : $u_m=\frac{q_v}{h}=\frac{\int_0^h u dz}{h}=\frac{g.h^2.\sin\alpha}{3\gamma}=\frac{\partial P^*}{\partial x}\frac{h^2}{3\mu}$ 1

c) -La contrainte de cisaillement τyx :... $\boldsymbol{\tau_{yx}=\mu\frac{du}{dy}=\rho g.\sin\alpha(h-y)}$ 1

Réponses aux questions de cours. : (10pts)

1°)-Est un fluide de Stokes linéaire (Réel), est que les coordonnées du tenseur des contraintes sont des fonctions linéaires des coordonnées du tenseur des taux de déformations.

-Un fluide Newtonien au repos se comporte comme un fluide non visqueux donc parfait. 3

2°)-On peut classifier les ondes

-**suivant** le milieu de propagation comme : l'onde mécanique ou ondes électromécanique

-**suivant** la direction de la perturbation/ à la direction de propagation : onde longitudinale ou transversale. 4

3°)-Les hypothèses de la couche limite sont :

-l'épaisseur δ, est très petite devant les dimensions de l'obstacle et devant le rayon de courbure de la surface, comme correspondant à une composante u égale à $0{,}99U$

-on admet que la composante v est partout petite devant u

-que les dérivées par rapport à x sont petites devant celles par rapport à y 3