Université de Mohamed Boudiaf- M'Sila
Département d'Electronique
3ème année licence (S5) – Electronique

Module : Propagation des ondes et antennes
Année universitaire : 2021/2022

Corrigé de l'Examen

Partie I Questions de cours (16 pts)

a) Cocher les bonnes réponses :

1. Soit $\vec{B} = B_0\,(z,t)\,\vec{U}_x$ est le champ magnétique d'une onde électromagnétique plane.
   Le champ électrique associé à cette onde est :□ $\vec{E} = E_0\,(z,t)\,\vec{U}_y$
2. Les Equations de MAXWELL dans le vide sont données par :

□ $\mathbf{div\vec{B} = 0,\ \ div\vec{E} = 0,\ \ \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\ \ \overrightarrow{rot}\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

3. La vitesse de propagation d'une Onde Electromagnétique dans un milieu : □$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, □$\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$
4. L'expression du champ électrique $\vec{E}$ associé à l'onde électromagnétique présentée par la figure 1

□ $\vec{E}(z,t) = E_0\cos(\omega t - kz)\,\vec{U}_x$

5. La polarisation de l'onde électromagnétique (Figure 1) est une :□ **Polarisation linéaire verticale**
6. L'expression du champ magnétique $\vec{B}$ associé à l'onde électromagnétique (figure 1)

□ $\vec{B}(z,t) = B_0\cos(\omega t - kz)\,\vec{U}_Y$

7. Soit une Onde OPPM, que signifié OPPM

□ **Onde plane Progressive Monochromatique**

8. La figure 2 montre l'interface entre deux milieux (d'indice de réfraction n_1 et n_2 respectivement), quelles sont les relations entre les angles θ_i, θ_r et θ_t :□ $\boldsymbol{\theta_i = \theta_r}$ **et** $\boldsymbol{n_1\sin\theta_i = n_2\sin\theta_t}$

b) On considère un milieu linéaire, homogène, isotrope. Donner les relations liants : $\vec{D}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$, $\vec{H}$, définir chaque terme de ces relations.

$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ $\qquad\qquad$ $\vec{B} = \mu\vec{H}$

$\vec{E}$:chap élec $\quad$ $\vec{B}$: Induction magnétique $\quad$ $\vec{D}$: Induction électrique $\quad$ $\vec{H}$: chap magnétique

Où $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ est la permittivité du milieu et $\mu = \mu_r\mu_0$ La perméabilité du milieu

c) A partir des équations de Maxwell dans le vide, démontrer l'équation d'onde en utilisant l'identité vectorielle

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \nabla^2\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\times\vec{B}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right) = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

En utilisant l'identité : $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \nabla^2\vec{A}$ on obtient: $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\times\vec{A}) - \nabla^2\vec{E} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

On obtient : $\nabla^2\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$ $\quad$ De la même façon on obtient : $\nabla^2\vec{B} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0$

Qui sont les équations de propagation d'OEM : $\nabla^2\vec{E} - k^2\vec{E} = 0$ $\quad$ $\nabla^2\vec{B} - k^2\vec{B} = 0$ où $k^2 = \mu_0\varepsilon_0\omega^2$

d) L'onde électromagnétique possède deux périodes, qui sont (avec leurs unités) :

- Une période spatiale λ[m] $\qquad$ **- Une période temporelle T[sec]**

La relation liants ces deux périodes est : $\lambda = cT = vT$

e) Citer les caractéristiques d'un milieu nécessaires pour l'étude de phénomènes de propagation.

□ **Sa permittivité électrique complexe : (F/m)** $\qquad$ □ **Sa perméabilité magnétique complexe : (H/m)**

□ **Sa conductivité (pertes ohmiques) : (S /m)**

Partie II (4pts)

Exercice

L'expression de la divergence devient :

$$div\vec{E} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 E_r) = \begin{cases} \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 a}\right) & si \quad r < a \\ \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\rho_0 a^2}{4\varepsilon_0 r^2}\right) & si \quad r > a \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{\varepsilon_0 a} & si \quad r < a \\ 0 & si \quad r > a \end{cases}$$

Donc la densité de charge est : $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$$\rho = \begin{cases} \frac{\rho_0 r}{a} & si \quad r < a \\ 0 & si \quad r > a \end{cases}$$