Université de M'sila
Faculté des Technologies
Département de Génie Electrique

2021/2022
Année d'étude : 3ére année ELM
Transfert Thermique

Corrigé Type (1ier Semestre)

Questions de cours: (04 points)

1- Etablir l'équation générale de la chaleur en coordonnées cylindriques, conduction vive et régime variable:

0,5 0,5 1

$$\Delta T + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{r\partial r} + \frac{\partial^2 T}{r^2\partial\theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

2- Etablir l'équation générale de la chaleur en coordonnées cartésiennes, conduction vive et régime permanent:

0,5 1 0,5

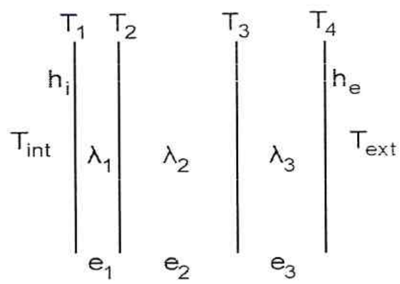
$$\lambda\Delta T + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \rightarrow \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \dot{q} = 0$$

Exercice 1: (10 points)

La paroi plane d'un four est composée de trois couches successives de briques :

- Une couche d'épaisseur **e1** de briques réfractaires, et conductivité thermique $\boldsymbol{\lambda_1}$.
- Une couche de briques isolantes d'épaisseur **e2**, et conductivité thermique $\boldsymbol{\lambda_2}$
- une couche d'épaisseur **e3** de briques ordinaires, et conductivité thermique $\boldsymbol{\lambda_3}$.

La température des briques réfractaires des faces intérieures du four est de $T_1 = 978\ °C$. La température de la surface de contact des couches de briques réfractaires et isolantes est de $T_2 = 938\ °C$. La température de la surface de contact des couches de briques isolantes et ordinaires est de $T_3 = 138\ °C$, comme le montre ci-contre.



Calculer :

1. La conductivité thermique $\boldsymbol{\lambda_2}$ de la couche de briques isolantes.
2. La température de la surface extérieure du four T_4

Les résistances thermiques superficielles interne et externe de paroi ont respectivement pour valeur : $h_i = 10\ W/m^2.°C\ et\ h_e = 20\ W/\ m^2.°C$,

3. Donner le circuit électrique équivalent.
4. Calculer les températures ambiantes extérieure T_{ex} et intérieure T_{in}.
5. Tracer la courbe de variation de température T = f(e) à travers le mur, de paroi intérieure à paroi extérieure.

Données :

$$\boldsymbol{e1 = 15\ cm, \lambda_1 = 1.50\ W/m.°C, e2 = 40\ cm, e3 = 30\ cm, \lambda_3 = 1.50\ W/m.°C, S = 1\ m^2.}$$

Réponse : (10 pts)

Σ 4 **1- Calcul de La conductivité thermique λ_2 de la couche de briques isolantes :**

On calcul le flux à partir de la premier couche : $T_1 - T_2 = R_{th1}\emptyset \rightarrow \emptyset = \frac{T_1-T_2}{R_{th1}}$ 0,5

0,5

$$R_{th1} = \frac{e_1}{\lambda_1 S} = \frac{0.15}{1.5*1} = 0.1°\frac{C}{W} \rightarrow \emptyset = \frac{T_1-T_2}{R_{th1}} = \frac{978-938}{0.1} = \frac{40}{0.1} = 400\ W \rightarrow \emptyset = 400\ W$$ 0,5

D'autre part $T_2 - T_3 = R_{th2}\emptyset \rightarrow R_{th2} = \frac{T_2-T_3}{\emptyset} = \frac{938-138}{400} = \frac{800}{400} = 2°\frac{C}{W}$ 0,5

0,5 0,5

alors: $R_{th2} = \frac{e_2}{\lambda_2 S} \rightarrow \lambda_2 = \frac{e_2}{R_{th2}S} \rightarrow \lambda_2 = \frac{0.4}{2*1} = 0.2\ \mathrm{W}/m.°C \rightarrow \lambda_2 = 0.2\ \mathrm{W}/m.°C$ 1

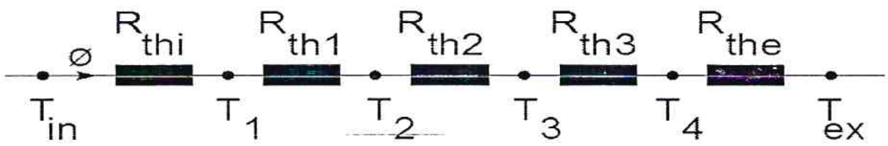
Σ 1,5 **2- Calcul La température de la surface extérieure du four T_4 :**

$T_3 - T_4 = R_{th3}\emptyset \rightarrow T_4 = T_3 - R_{th3}\emptyset$, $R_{th3} = \frac{e_3}{\lambda_3 S} = \frac{0.3}{1.5} = 0.2°\frac{C}{W}$ 0,5

0,5

alors $T_4 = 138 - 0.2*400 = 58°C$ 0,5

1,5 **3- le circuit thermique :** 1,5



Σ 2 **4- Calculer les températures ambiantes extérieure T_{in} et intérieure T_{ex}.**

$T_{int} - T_1 = R_{thi}\emptyset \rightarrow T_{int} = R_{thi}\emptyset + T_1$, $R_{thi} = \frac{1}{h_i S} = \frac{1}{10*1} = 0.1°\frac{C}{W}$ alors $T_{int} = 0.1*400 + 978$

0,5

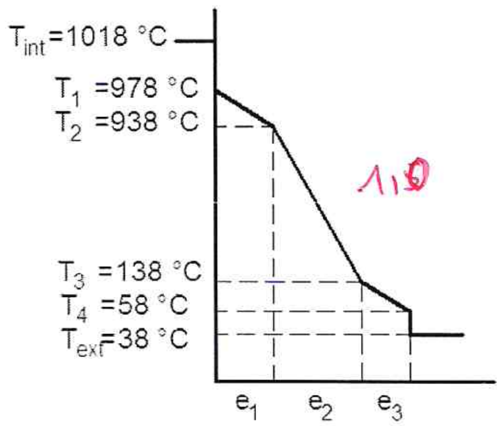
$$T_{int} = 0.1*400 + 978 = 1018°C \rightarrow T_{int} = 1018°C$$ 0,5

$T_4 - T_{ext} = R_{the}\emptyset \rightarrow T_{ext} = T_4 - R_{the}\emptyset$, $R_{the} = \frac{1}{h_e S} = \frac{1}{20*1} = 0.05°\frac{C}{W}$

0,5

alors $T_{ext} = 58 - 0.05*400 \rightarrow T_{ext} = 38°C$ 0,5

1 **5. la courbe de variation de température T = f(e)**



Exercice 2 (06 points) :

Considérons une plaque d'épaisseur e, de températures de surface T_1 et T_2 (respectivement $T_1 > T_2$) et soumise sur la face la plus chaude à un rayonnement conduisant à une production interne de chaleur. Cette source interne peut être modélises de la façon suivante :

$\dot{q}\ (x) = q_0 e^{-ax}$, avec $\dot{q}_0$ c'est la valeur de $\dot{q}\ (x)$ en $x = 0$, et a est un coefficient d'absorption.

- Exprimer la fonction de la température T en fonction de x.

Réponse :

- Expression la fonction de la température T en fonction de x:

On utilise l'équation générale de la chaleur : $\lambda \Delta T + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$ 0,5 (la conduction est vive $\dot{q} \neq 0$, le régime est permanent $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$), alors $\lambda \Delta T + \dot{q} = 0$ 0,5 $\rightarrow \lambda \Delta T + q_0 e^{-ax} = 0 \rightarrow \Delta T = -\frac{q_0}{\lambda} e^{-ax}$ 0,5

alors $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{q_0}{\lambda} e^{-ax}$ 0,5 , on intègre deux fois on obtient $T(x) = -\frac{q_0}{\lambda a^2} e^{-ax} + Ax + B$ 1

On utilise les conditions de frontière pour déterminer $A\ et\ B$ alors

$$\begin{cases} \text{à } x = 0, T(0) = T_1 = -\dfrac{q_0}{\lambda a^2} + B \rightarrow \ B = T_1 + \dfrac{q_0}{\lambda a^2} \\ \text{à } x = e, T(e) = T_2 = -\dfrac{q_0}{\lambda a^2} e^{-ae} + Ae + B \rightarrow A = T_2 + \dfrac{q_0}{\lambda e a^2} e^{-ae} + \dfrac{T_1}{e} + \dfrac{q_0}{\lambda e a^2} \end{cases}$$

0,5 0,5 0,5 0,5

Alors $T(x) = -\frac{q_0}{\lambda a^2} e^{-ax} + (T_2 + \frac{q_0}{\lambda e a^2} e^{-ae} + \frac{T_1}{e} + \frac{q_0}{\lambda e a^2})x + T_1 + \frac{q_0}{\lambda a^2}$ 1