

Question 01: Quels sont les paramètres définissant un vecteur: **02 points**

.....

Question deux: Justifiez que le produit scalaire de deux vecteurs est commutatif. **01 point**

.....

Question trois: Justifiez que le produit vectoriel de deux vecteurs est non commutatif. **01 point**

.....

Question quatre: Soit  $\vec{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  et  $\vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 1\vec{k}$ , déduire la position des deux vecteurs. **02 points**

.....

Question cinq: Que signifie l'expression suivante :  $\vec{T}(M, \vec{n})$ . **01 point**

.....

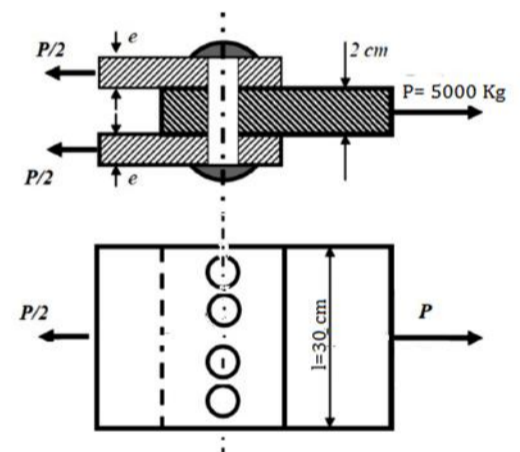
Exercice 01: **08 points**

Trois tôles en acier sont assemblées entre elles par quatre rivets de diamètre chacun égale à 20 mm, sollicitées en cisaillement par une force de 5000 Kg.

1- déterminer le nombre de plan de cisaillement.

2- Vérifier la résistance des rivets si la contrainte admissible de cisaillement  $[\tau] = 800 \text{ Kg/cm}^2$ .

3- Déterminer l'épaisseur minimale de chacune des deux tôles si  $[\sigma] = 1200 \text{ kg/cm}^2$ .



Exercice 02: **05 points**

En un point M d'un solide, dans le repère orthonormé  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ , le tenseur des contraintes a pour valeur :

Contraintes normales mono valeur  $\sigma_{aa}$  de -50 Mpa, les contraintes tangentielles  $\tau_{12}$  de 100 Mpa,  $\tau_{13}$  de 80 Mpa et  $\tau_{23}$  de -70 Mpa

1. établir la matrice de l'état de contrainte et faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.

2. Soit le vecteur unitaire,  $\vec{n}$  de composantes:  $\vec{n} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$

Sur la facette,  $(\vec{n})$ .

(a) Calculer les composantes du vecteur contrainte  $\vec{T}(M, \vec{n})$ .

(b) Calculer la contrainte normale  $\sigma_n$ .

(c) Calculer les composantes du vecteur cisaillement  $\vec{T}_n$ , puis le module  $\tau_n$  du cisaillement.



Reponse une :

Origine: point d'application. Direction: la droite qui porte le vecteur. Le sens : représente l'orientation, origine-extrémité du vecteur et est symbolisé par une flèche. L'intensité: norme ou module, représente la valeur de la grandeur mesurée par le vecteur.

Reponse deux:  $\vec{OA} \times \vec{OB} = \vec{OB} \times \vec{OA}$  Justification  $\cos \theta = \cos(-\theta)$

Reponse trois:  $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = -\vec{OB} \wedge \vec{OA}$  Justification  $\sin \theta = -\sin(-\theta)$

Reponse quatre:  $\vec{OA} \neq \vec{0}$  et  $\vec{OB} \neq \vec{0}$  alors que  $\vec{OA} \times \vec{OB} = (3x2) + (2x-2) + (-2x1) = 0 \Leftrightarrow \vec{OA} \perp \vec{OB}$

Reponse cinq: L'état de contrainte en un point M de facette de normale  $\vec{n}$

Reponse exercice 01:

1- Nous avons deux plans de cisaillement. **01 point**

2-1-La force de cisaillement (effort tranchant) appliquée à la section cisillée, au niveau d'un seul plan de cisaillement est:

$$T1 = F/2 \quad \mathbf{01 \text{ point}}$$

2-2-Il y a 04 rivets.

$$T1 = (F/2)/4 \quad \mathbf{01 \text{ point}}$$

2-3- La contrainte de cisaillement sur la section cisillée (revenant à chaque rivet) est:

$$\tau_1 = (F/2 \times 4) / A1 \quad \mathbf{01 \text{ point}} \quad A1: \text{Section de chaque rivet} = (\pi \cdot d^2) / 4 = 314 \text{ mm}^2 = 3.14 \text{ cm}^2 \quad \mathbf{0.5 \text{ point}}$$

2-4- cette contrainte doit satisfaire la condition de résistance

$$\tau_1 \leq [\tau] \quad \mathbf{0.5 \text{ point}}$$

$$\tau_1 = (5000/2.4) / 3.14 = 199 \text{ Kg/cm}^2 \lll [\tau] = 800 \text{ Kg/cm}^2. \text{ La condition est vérifiée} \quad \mathbf{01 \text{ point}}$$

3- La contrainte normale dans une des deux tôles à la section dangereuse est:

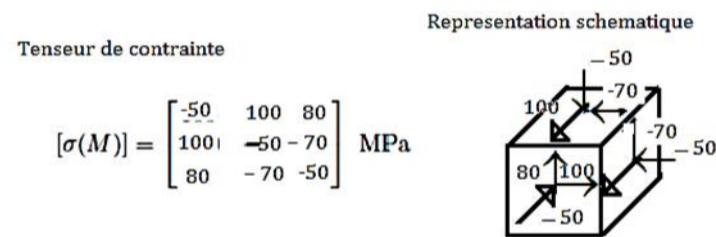
$$\sigma_1 = (F/2) / ((l \cdot e) - 4(2e)) < [\sigma] \quad \mathbf{01 \text{ point}}$$

$$\sigma_1 = (5000/2) / (22e) = 113.63/e$$

$$< 1200 \Rightarrow e > 1 \text{ mm} \quad \mathbf{01 \text{ point}}$$

Reponse exercice 02:

1- **2points**



2-a **1 point**

Facette  $\vec{n}$

Les composantes du vecteur contrainte sont (formule de Cauchy :  $\{T(M, \vec{n})\} = [\sigma(M)] \{n\}$ ) :

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 & 100 & 80 \\ 100 & -50 & -70 \\ 80 & -70 & -50 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 90 \\ 90 \\ -30 \end{Bmatrix} \text{ MPa}$$

2-b **0.5 x2 point**

On en déduit la contrainte normale ( $\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{T}(M, \vec{n})$ ) :

$$\sigma_n = (90 + 270 + 60) = 420 \text{ Mpa}$$

2-c **0.5 x2 point**

les composantes du vecteur cisaillement ( $\vec{\tau}_n = \vec{T}(M, \vec{n}) - \sigma_n \vec{n}$ ) :

$$\begin{Bmatrix} \tau_{nx} \\ \tau_{ny} \\ \tau_{nz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 90 \\ 90 \\ -30 \end{Bmatrix} - 420 \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -330 \\ -1170 \\ 810 \end{Bmatrix} \text{ MPa}$$

et le module du cisaillement :

$$\tau_n = \|\vec{\tau}_n\| = \sqrt{108900 + 1368900 + 656100} = 1460,78 \text{ MPa}$$