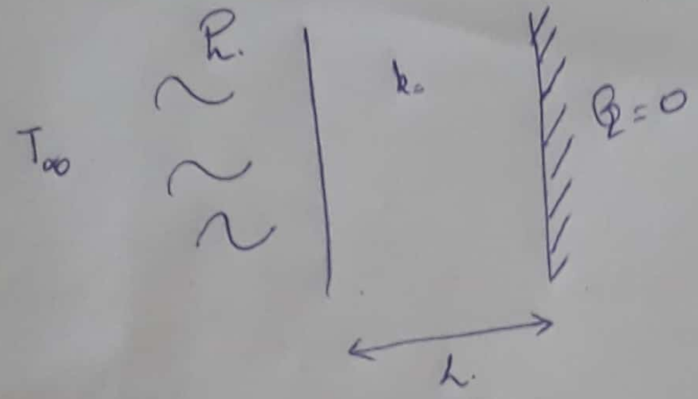
Corrigé Type de la 1ère EMD de

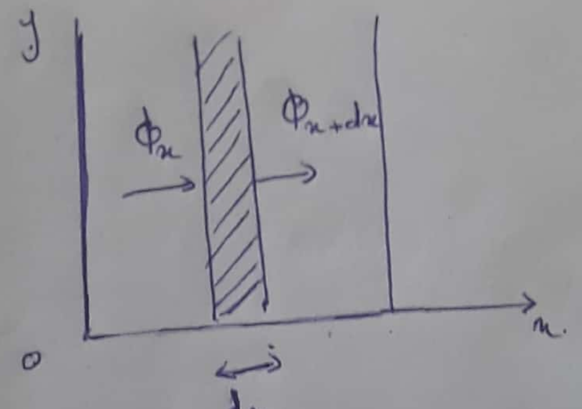
Transfert de chaleur

Exo n°1 (7 points)

1- Le schéma qui montre les échanges thermiques entre le mur et le milieu extérieur. (1,00)



2- L'équation de la chaleur.



(0,5) $\Phi_x = \Phi_{x+dx}$, $(\Phi_g = 0, \Phi_{st} = 0)$ (0,5)

$$-kA \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_x = -kA \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x+dx} \Leftrightarrow \frac{-kA\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x+dx} - kA\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_x}{dx} = 0$$

(0,5)

$$\Rightarrow -kA \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0}$$

(0,5)

3- Les conditions aux limites :

1- côté droit : $-kA \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=L} = 0 \Leftrightarrow \boxed{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=L} = 0}$ 1,00

2- côté gauche $-kA\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = hA\left(T_\infty - T(x=0)\right)$

$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 = T_\infty - T(x=0) \Leftrightarrow \boxed{T(x=0) = T_\infty}$ 1,00

4- L'évolution de la T° à travers le mur.

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Leftrightarrow T(x) = Ax + B$ 1,00

On sait que : $\frac{\partial T}{\partial x} = 0 = A$ et

$T(x=0) = T_\infty = B$

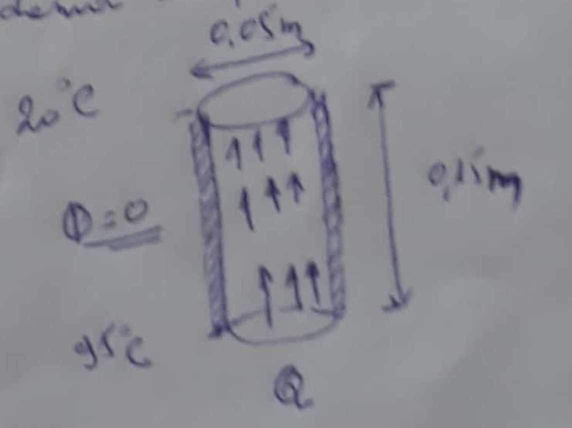
$\boxed{T(x) = 0 \times x + T_\infty = T_\infty}$

5- La température est uniforme à travers le mur et elle est égale à T_∞ 1,00

5 points

Exo n°2

1- Le schéma du problème 0,5



Le flux entre le cylindre et l'air ambiant est nul car le cylindre est isolé à l'entour du cylindre. La chaleur passe de la surface basse à la haute surface (flux constant)

2° Le flux de chaleur échangé entre le bas et le haut du cylindre est

$\Phi = + k S \frac{\Delta T}{\Delta x}$ 0,1

avec
$\Delta T = 95 - 20 = 75°C$ 0,1
$\Delta x = 0,15\ m$ 0,1
$S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{0,05}{2}\right)^2 = 0,00196\ m^2$ 0,1
k le coefficient d'échange conductif

$\Phi =$
- 373,06 W (cuivre, $k = 380\ W/m°C$) 0,5
- 17,67 W (l'acier $k = 18\ W/m°C$) 0,5
- 1,2 W (le granite $k = 1,2\ W/m°C$) 0,5

3° Le flux de chaleur échangé dépend de la nature du matériau (conductivité thermique), il est important lorsque le matériau est bon conducteur de chaleur, il est faible pour les mauvais conducteurs de chaleur (faible conductivité thermique). 1,00

Exo n°3

D'abord, il faut calculer le nombre de Biot

$B_i = \frac{h L_e}{k} \Leftrightarrow B_i = \frac{12}{429} \times L_e$ (L_e longueur caractéristique) 0,25

$L_e = f$(géométrie)

Pour une sphère $L_e = \frac{V}{A} = \frac{4\pi R^3}{3 \times 4\pi R^2} = \frac{R}{3} = \frac{D}{6}$ 0,5

Pour un cube $L_e = \frac{L}{6}$ 0,5

Pour un prisme $L_e = \frac{lar \times long \times haut}{2(lar \times long + long \times haut + lar \times haut)}$ 0,5

Pour la sphère étudiée $L_c = \frac{5\ 10^{-2}}{6} = 0{,}0083$

$B_i = 0{,}00083$ donc $B_i < 0{,}1$

0,1

Pour le cube étudié

$L_c = \frac{5\ 10^{-2}}{6} = 0{,}0083$

$B_i = 0{,}00083$ donc, $B_i < 0{,}1$

0,1

Pour le prisme

$$L_c = \frac{4 \times 6 \times 5 \times (10^{-2})^3}{2\left[4\times6 + 5\times6 + 5\times4\right](10^{-2})^2} = 0{,}0081$$

$B_i = 0{,}000227 < 0{,}1$

0,1

Pour les trois géométries la hypothèse de la T° uniforme et vérifiée

0,1

puisque le $B_i < 0{,}1$. Dans ce cas:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \quad \text{avec} \begin{cases} T(t) & T° \text{ à l'instant } t \\ T_i & T° \text{ à } t=0 \\ T_\infty & T \text{ du milieu ambiant} \end{cases}$$

0,5

$b = \frac{h A_s}{\rho V C_p}$. Ce coefficient b est égal à

0,1

$$b = \frac{h}{\rho \times L_c \times c_p} = \frac{12}{10\,500 \times 0{,}235 \times L_c} = \begin{cases} b = 0{,}586\ s^{-1} \text{ (sphère)} \\ b = 0{,}586\ s^{-1} \text{ (cube)} \\ b = 0{,}600\ s^{-1} \text{ (prisme)} \end{cases}$$

0,1

0,5

1- Le temps nécessaire pour que la T° de la géométrie atteigne 25°C

$$\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty} = e^{-bt} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right) = -bt$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{b}\ln\left(\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty}\right)$$

0,25

avec, $T(t) = 25°C$

$T_\infty = 38°C$

$T_i = 0°C$

$t = 2,428\,s$ pour la sphère 0,5

$t = 2,428\,s$ pour le cube. 0,5

$t = 2,36\,s$ pour le prisme. 0,5

Le temps nécessaire pour atteindre la T° de 25°C pour les trois géométries est presque le même, vu qu'elles ont la même longueur caractéristique.

0,5