Exercice 1.

1). F_T sous la forme adimensionnelle :

- les variables mis en jeu sont : F_D, v, ρ, μ et D.

$$F_T = f(D, \rho, v, \mu)$$, $p = 5$ variables independentes

on écrit toutes les variables sous leurs forme adimensionnelle

$F : MLT^{-2}$

$V : LT^{-1}$

$\rho : ML^{-3}$

$\mu : ML^{-1}T^{-1}$

$D : L$

$q = 3$ (ρ, V, D)

$\Rightarrow p - q = 5 - 3 = 2$.

on a 2 produits adimensionnels π_1 et π_2

$$\Rightarrow f(D, v, \rho, \mu) \longrightarrow \pi_1 = \varphi(\pi_2).$$

$$\pi_1 = F_T\, \rho^a V^b D^c = M^0L^0T^0 \Rightarrow \boxed{\pi_1 = \frac{F}{\rho V^2 D^2}}$$

$$\pi_2 = \mu\, \rho^a V^b D^c = M^0L^0T^0$$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D} = \frac{1}{R_e}}$$

donc F_T sous la forme adimensionnelle s'écrit :

$$\boxed{\frac{F}{\rho V^2 D^2} = \varphi\left(\frac{\mu}{\rho V D}\right)} \text{ ou } \boxed{F = \rho v^2 D^2 \varphi\left(\frac{1}{R_e}\right)}$$

2) La vitesse et la force de traînée du ballon dans l'air

on a : dans le cas de la similitude Dynamique

modèle (eau). sphère

prototype (air). ballon.

On a similitude dynamique $\Rightarrow$ $R_{e\,modèle} = R_{e\,prototype} \Rightarrow \frac{\rho_m V_m D_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p V_p D_p}{\mu_p}$

La vitesse.

$$\Rightarrow V_p = \frac{\rho_m V_m D_m}{\mu_m} \times \frac{\mu_p}{\rho_p D_p} = \frac{998 \times 2 \times 0{,}08}{0{,}001} \times \frac{1{,}76.10^{-5}}{1{,}225 \times 1{,}5} = 1{,}53\ m/s$$

$$\Rightarrow \boxed{V_p = 1{,}55\ m/s}.$$

La force F_p ? $F_{T_p} = F_{T_m}$ (égalité des forces).

$F_{Tp} = \rho_p V_p^2 D_p^2$

$F_{Tm} = \rho_m V_m^2 D_m^2$ $\Rightarrow$. $\frac{F_{Tm}}{\rho_m V_m^2 D_m^2} = \frac{F_{Tp}}{\rho_p V_p^2 D_p^2} \Rightarrow F_{Tp} = \frac{F_{Tm} \times \rho_p V_p^2 D_p^2}{\rho_m V_m^2 D_m^2}$

$$\Rightarrow \boxed{F_p = 1{,}3\ N}$$

Exercice 2.

$\vec{V} = 3x^2y\vec{i} - 3xy^2\vec{j}$.

1). pour montrer que cet écoulement est possible il faut montrer qu'il vérifie l'équation de continuité. $div\vec{V}=0$

$\begin{cases} u = 3x^2y \\ v = -3xy^2 \end{cases}$ $\quad w = 0$

l'équation de continuité est $div\vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$

$\frac{\partial u}{\partial x} = 6xy$

$\frac{\partial v}{\partial y} = -6xy$

$\Rightarrow div\vec{V} = 6xy - 6xy = 0$

$div\vec{V} = 0$

<u>donc l'écoulement est possible</u>.

2/ pour que l'écoulement admet un potentiel il faut que $Rot\vec{V} = 0$.

$$Rot\vec{V} = \begin{vmatrix} \cancel{\frac{\partial w}{\partial z}} - \cancel{\frac{\partial v}{\partial z}} \\ \cancel{\frac{\partial u}{\partial z}} - \cancel{\frac{\partial w}{\partial x}} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$\frac{\partial v}{\partial x} = -3y^2$

$\frac{\partial u}{\partial y} = 3x^2$

$\Rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -3(x^2 - y^2)$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3(x^2-y^2) \end{pmatrix}$$

$Rot\vec{V} \neq 0$. donc l'écoulement n'admet pas de potentiel puisqu'il ~~n'est pas rotatio.~~ est Rotationnel!

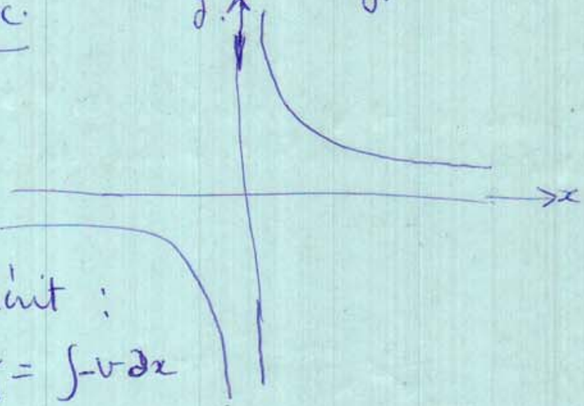
3) l'équation des lignes de courant.

$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{\cancel{3}x^2y} = \frac{dy}{-\cancel{3}xy^2} \Rightarrow \frac{dx}{x} = -\frac{dy}{y}$

$\Rightarrow \int\frac{dx}{x} = -\int\frac{dy}{y} \Rightarrow Ln(x.y) = ste = C$

$x.y = C \Rightarrow \boxed{y = \frac{C}{x}}$

les courbes $y = \frac{c}{x}$ sont des hyperboles



- la fonction de courant s'écrit :

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \Rightarrow \partial \psi_x = \int -v \, \partial x$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u \Rightarrow \partial \psi_y = \int u \, \partial y$$

$$\partial \psi_x = \int 3xy^2 dx \Rightarrow \psi_x = +\frac{3}{2} x^2 y^2 + C_1$$

$$\psi_y = \int 3x^2 y \, dy \Rightarrow \psi_y = \frac{3}{2} x^2 y^2 + C_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\psi_{x,y} = \frac{3}{2} x^2 y^2 + C}$$

4) Les composantes de l'accélération

$$\begin{cases} a_x = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}}^{0} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \\ a_y = \cancel{\frac{\partial v}{\partial t}}^{0} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} \\ a_z = 0 \end{cases}$$

$\frac{\partial u}{\partial x} = 6xy$, $\frac{\partial v}{\partial x} = -3y^2$

$\frac{\partial u}{\partial y} = 3x^2$, $\frac{\partial v}{\partial y} = -6xy$

$$a_x = 3x^2y(6xy) + (-3xy^2)(3x^2) = 9x^3y^2$$

$$a_y = 3x^2y(-3y^2) + (-3xy^2)(-6xy) = 9x^2y^3$$

$$\boxed{\vec{a} = 9x^3y^2 \vec{i} + 9x^2y^3 \vec{j}}$$

Exercice 3.

- Les composantes ($-F_{Ax}$ et F_{Az}) pour maintenir la vanne en place.

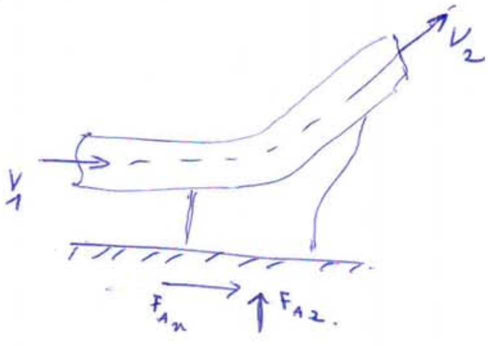
On applique le théorème de transport de Reynolds sur le volume de contrôle

On a $A_1 = A_2 = A$.

$V_1 = 10\,m/s$.

$V_2 = V_1$ ($A_1 = A_2 = A$).

$\rho = 1000\,kg/m^3$.



On $\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho \vec{V} dv + \int_{SC} \rho \vec{V}(\vec{V}\cdot\vec{n}) dA = \sum F$

$\sum F_x = \cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho \vec{V} dv}^{\,0} + \int_{SC} \rho V \vec{V}\vec{n} dA$

$\sum F_z = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho V dv + \int_{SC} \rho V \vec{V}\vec{n} dA$

$\Rightarrow \quad + V_1 \rho(-V_1) A_1 + V_1 \cos\theta\, \rho \cdot (V_1) A_2 = F_{Ax}$.

$0 \cdot \rho(-V_1) A + V_1 \sin\theta \cdot \rho V_1 A_2 = F_{Az}$

$\Rightarrow \boxed{F_{Ax} = -V_1^2 \rho A_1 (1 - \cos\theta) = 6000(1 - \cos\theta)}$

$\boxed{F_{Az} = \rho A V_1^2 \sin\theta = \rho A_1 V_1^2 \sin\theta = 6000 \cdot \sin\theta}$